

С.И.Пошнев, М.И.Юликов.

---

# Расчет и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ











С. И. Пашнев, М. И. Юликов

---

Расчет  
и конструирование  
металлорежущих  
инструментов  
с применением  
ЭВМ

*С. И. Пашнев*  
27. VI. 75



---

МОСКВА, «МАШИНОСТРОЕНИЕ» 1975

Лашнев С. И. и Юликов М. И.

- Л32 Расчет и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ., М., «Машиностроение», 1975.

392 с. с ил.

В книге изложен общий метод решения вопросов формообразования поверхностей дисковыми, реечными и червячными инструментами и показано применение метода на конкретных примерах обработки различных по форме и назначению поверхностей деталей машин и инструментов. Метод изложен в форме, удобной для ведения расчетов на ЭВМ. Приведены алгоритмы решения типовых задач по расчету и конструированию режущих инструментов.

Книга предназначена для инженерно-технических работников машиностроительной промышленности.

Л  $\frac{31304-139}{(038)01-75}$  139-75

6П4.6.08

Рецензент инж. Ю. Л. Фрумин

## Введение

---

Проектирование металлорежущих инструментов предусматривает решение ряда вопросов, связанных с их расчетом, конструированием, изготовлением и эксплуатацией. Методы решения этих вопросов всегда находились в зависимости от средств, которыми располагал конструктор для проведения расчетов. При отсутствии электронных вычислительных машин для расчета инструментов применялись различные приближенные графические, графо-аналитические и аналитические методы, которые часто были громоздкими и имели невысокую точность, но были удобны тем, что не требовали большого количества вычислений. Естественно, что результаты, получаемые при использовании таких приближенных методов, не позволяли спроектировать инструмент с оптимальными значениями его параметров и ограничивали его точность. В настоящее время, в связи с повышением требований к качеству металлорежущих инструментов, с одной стороны, и с широким внедрением в промышленность ЭВМ — с другой, встал вопрос о пересмотре методов проектирования инструментов.

Современные электронные вычислительные машины обладают огромными возможностями для совершенствования процесса проектирования вообще и процесса проектирования металлорежущих инструментов в частности. Они дают возможность с предельной быстротой и точностью решать самые сложные аналитические задачи, осуществлять анализ получаемых результатов, отыскивать оптимальные параметры для конструкции и, в конечном счете, позволяют полностью автоматизировать весь процесс проектирования. Чтобы использовать эти возможности ЭВМ для проектирования металлорежущих инструментов, необходимо создать такие методы расчета, которые были бы аналитическими, имели строгую формализацию всего процесса проектирования, позволяли четко определить критерий оптимизации, были

бы в максимальной степени общими и позволяли решать все вопросы проектирования инструмента комплексно. Теоретические основы для разработки таких методов должны содержать решение вопросов формообразования поверхностей инструментами, расчета схем резания, прочности режущей части инструментов, технологичности последних и т. д.

Настоящая книга посвящена решению вопросов формообразования поверхностей дисковыми, реечными и червячными инструментами. К последним относятся фасонные дисковые и пальцевые фрезы, абразивные круги и червяки, резцы-летучки, резцы для строгания винтовых поверхностей, зуборезные гребенки, червячные фрезы, долбяки, шеверы и т. д.

В книге изложены теория и метод решения вопросов формообразования поверхностей деталей и поверхностей режущей части инструментов. Метод является единым для дисковых, реечных и червячных инструментов: он является общим для наружных и внутренних поверхностей любого профиля при любом положении инструмента относительно обрабатываемой детали, при обработке поверхностей по способу фасонной обработки и по способу обкатки, при обработке единичной поверхности детали и при обработке зубчатой поверхности; метод является аналитическим и позволяет определять: а) координаты профиля производящей поверхности инструмента по заданным параметрам поверхности детали и параметрам установки инструмента (прямая задача); б) координаты профиля обработанной поверхности детали по заданным параметрам производящей поверхности и параметрам установки инструмента (обратная задача); в) координаты переходных кривых и подрезов на профиле обработанной поверхности; границы и вид этих искажений профиля детали; г) оптимальные параметры установки инструмента для получения наилучшего профиля инструмента с технологической и эксплуатационной точек зрения, а также для получения поверхности детали без переходных кривых и подрезов; д) форму передних и задних поверхностей режущей части инструментов; е) погрешности, вызванные заменой теоретически точной поверхности режущей части инструмента поверхностями, наиболее удобными в технологическом отношении; ж) влияние допусков изготовления и установки инструментов на точность обработки поверхностей деталей; з) отклонения профиля поверхностей деталей, возника-

ющих в результате переточек и правок инструментов; и) профили резцов и шлифовальных кругов для затылования и заточки зубьев инструментов.

Разработанный метод предусматривает решение не только вопросов формообразования поверхностей деталей, но также и вопросов формообразования поверхностей режущей части инструментов вплоть до расчета профиля и установки инструментов второго порядка.

Метод доведен до алгоритмов решения типовых задач. Поскольку он является общим для большого числа типов инструментов и обрабатываемых поверхностей, то число таких алгоритмов оказалось небольшим. Каждая программа, составленная для реализации на ЭВМ соответствующего алгоритма, представляет собой своеобразный механизм, который через параметры установки инструмента связывает параметры обрабатываемой детали с параметрами инструмента. С помощью такой программы можно решать не только однозначную задачу, но и широко производить анализ влияния каждого параметра инструмента на условия формообразования поверхностей для определения его оптимальных значений.

Ряд вопросов, которые решаются в книге, и в том числе те, которые связаны с оптимизацией параметров инструмента, ранее, без ЭВМ, при «ручном» расчете практически решить было нельзя.

Книга состоит из двух разделов. В первом разделе изложены теоретические вопросы формообразования поверхностей инструментами. Раздел заканчивается главой о применении ЭВМ для задач автоматического проектирования металлорежущих инструментов.

Во втором разделе книги помещены решения вопросов формообразования поверхностей конкретных деталей различными дисковыми, режущими и червячными инструментами. В качестве примеров взяты наиболее типичные и сложные задачи. Здесь приведены конкретные алгоритмы и результаты числовых расчетов, полученных на ЭВМ. Примеры составлены в таком виде, что их можно использовать непосредственно в производстве для решения конкретных вопросов формообразования поверхностей инструментами. Расчетные зависимости для решения каждой типовой задачи сведены в таблицы, обеспечивающие удобство для «ручного» счета и являющиеся алгоритмами для составления программ расчетов на ЭВМ.

---

## Раздел I

# Теоретические вопросы формообразования поверхностей дисковыми, реечными и червячными инструментами

### Глава I

#### ОСНОВЫ ТЕОРИИ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ИНСТРУМЕНТАМИ

В настоящей главе рассматриваются основные положения теории формообразования поверхностей инструментами, необходимые для создания единого метода решения вопросов формообразования поверхностей всеми дисковыми, реечными и червячными инструментами.

#### Движения инструмента относительно детали

Теоретическую форму обработанной поверхности детали без микронеровностей и других отклонений будем называть номинальной. Номинальная поверхность детали может быть определена двумя параметрами; будем считать, что этими параметрами являются криволинейные координаты  $q$  и  $n$  (рис. 1, а) и тогда в системе координат  $x y z$ , связанной с деталью, уравнение номинальной поверхности в параметрическом виде будет

$$\bar{r} = \bar{f}(q, n), \quad (1)$$

где  $\bar{r}$  — радиус-вектор, имеющий начало в точке  $O$  начала системы координат  $x y z$ .

Будем считать, что нормаль  $N$  к номинальной поверхности детали в данной ее точке  $A$  будет всегда обращена в сторону от материала детали. Тогда радиус кривизны кривой  $EF$  сечения номинальной поверхности любой плоскостью  $Q$  будет положительным, если вогнутость кривой  $EF$  обращена в сторону нормали к кривой  $EF$  (рис. 1, б).

Криволинейные координаты на поверхности могут быть выбраны в широких пределах. Будем эти координаты выбирать в зависимости от способа образования номинальной поверхности инструментом. При обработке

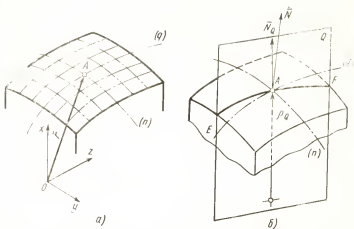


Рис. 1. Криволинейные координаты на номинальной поверхности детали

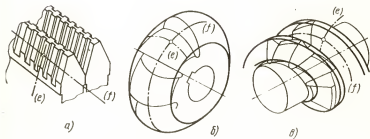


Рис. 2. Производящие поверхности инструментов:

а—цилиндрическая; б—тело вращения; в—винтовая; (е), (f)—координатные линии

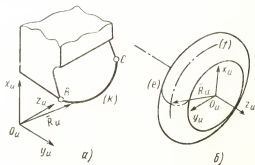


Рис. 3. Режущая кромка инструмента

номинальной поверхности детали инструмент выполняет две функции: формообразования поверхности и срезания припуска. Обе функции инструмент осуществляет своими режущими кромками, совершая комплекс движений относительно детали. Режущая кромка инструмента геометрически представляет собой отрезок линии. На инструменте может быть одна режущая кромка или множество. Во втором случае режущие кромки располагаются на поверхности, которую называют производящей (рис. 2). Таким образом, с геометрической точки зрения формообразование номинальной поверхности детали осуществляется или линией или поверхностью.

Режущая кромка инструмента как линия определяется одним параметром  $k$ . Уравнение режущей кромки в системе координат  $x_{ин}y_{ин}z_{ин}$  инструмента (рис. 3, а) может быть представлено в виде

$$\bar{R}_n = \bar{F}_n(k). \quad (2)$$

Производящая поверхность инструмента определяется двумя параметрами — криволинейными координатами  $e$  и  $f$  (рис. 3, б). Уравнение производящей поверхности в системе координат инструмента может быть представлено в виде

$$\bar{R}_n = \bar{G}_n(e, f). \quad (3)$$

Режущая кромка инструмента является жесткой линией, а производящая поверхность — жесткой поверхностью, т. е. во время работы инструмента они не меняют своей формы.

Режущий инструмент обрабатывает поверхность детали контактным способом, поэтому его движения для выполнения функции формообразования должны быть такими, чтобы производящая поверхность или режущая кромка, перемещаясь относительно детали, имели с ее номинальной поверхностью касание. С другой стороны, для выполнения функции срезания припуска движения инструмента должны быть такими, благодаря которым припуск на номинальной поверхности детали можно было разделить режущими кромками на отдельные слои, срезаемые по требуемому закону.

Положение инструмента относительно детали определяется положением системы координат  $x_{ин}y_{ин}z_{ин}$  инструмента относительно системы координат  $x_дy_дz_д$  детали. Как известно [1], оно характеризуется шестью величинами:



расстояниями  $l_x, l_y, l_z$  параллельного переноса начала  $O_n$  системы координат  $x_n y_n z_n$  вдоль осей  $x, y, z$  и углами  $\varphi_{x n}, \varphi_{y n}, \varphi_{z n}$  поворота системы координат  $xyz$  относительно осей  $x_n, y_n, z_n$ .

Закон любого движения инструмента относительно детали определяется видом зависимостей величин  $l_x, l_y, l_z, \varphi_{x n}, \varphi_{y n}, \varphi_{z n}$  от параметра движения. Если параметром движения является  $l$ , то при движении инструмента имеет место зависимости

$$\left. \begin{aligned} l_x &= f_x(l), \quad \varphi_{x n} = F_x(l), \\ l_y &= f_y(l), \quad \varphi_{y n} = F_y(l), \\ l_z &= f_z(l), \quad \varphi_{z n} = F_z(l). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Инструмент в процессе обработки детали совершает несколько движений и каждое из них имеет свое конкретное назначение.

Срезание припуска с номинальной поверхности детали осуществляется слоями. Движение инструмента, при котором его одна режущая кромка срезает один слой, называют движением резания или главным движением. Это движение инструмент осуществляет при изменении некоторого параметра  $l$  в пределах от какого-то начального значения  $l_n$  до конечного  $l_k$ . Совершая движения резания, режущая кромка инструмента опишет поверхность резания, уравнение которой в системе координат  $xyz$  (рис. 4, а) будет

$$\bar{r} = \bar{f}_l(l, k), \quad (5)$$

где  $k$  и  $l$  — криволинейные координаты на поверхности резания, причем  $k$  — параметр формы режущей кромки.

Поверхность резания может быть замкнутой и незамкнутой. В первом случае режущая кромка инструмента, совершая движение резания при изменении параметра  $l$  от  $l_n$  до  $l_k$ , придет в свое начальное положение (рис. 4, б). Во втором случае после осуществления движения резания инструмент для возвращения режущей кромки из конечного  $B_{ик}C_{ик}$  положения в исходное  $B_{ин}C_{ин}$  положение должен совершить обратное, холостое движение, которое может быть осуществлено при изменении параметра  $l$  от  $l_k$  до  $l_n$  (рис. 4, а).

Для удаления всего припуска инструмент должен сделать серию движений резания, благодаря которым его режущая кромка создает семейство поверхностей реза-



Сложность схемы формообразования определяется количеством подач инструмента. Номинальная поверхность детали может совпадать с поверхностью резания (при формообразовании подача инструмента отсутствует) (рис. 6, а); быть огибающей поверхностью однопараметрического семейства поверхностей резания (при формообразовании инструмент имеет одну подачу) (рис. 6, б); быть огибающей поверхностью двухпараметрического семейства поверхностей резания (при формообразовании инструмент имеет две подачи) (рис. 6, в); быть огибающей поверхностью системы семейств поверхностей резания, построенных при наличии трех параметров семейств, трех подач (рис. 6, г); при наличии четырех параметров семейств, четырех подач (рис. 6, б) и т. д.

Таким образом, для срезания припуска и формообразования номинальной поверхности детали инструмент должен совершать движения резания и подачи. Однако при обработке детали кроме этих движений инструмент осуществляет дополнительно несколько так называемых транспортных движений: подход к детали и отход от нее; холостые, обратные движения; переход от одной элементарной поверхности к другой (например, при делении на зуб в случае обработки зубчатой детали); переход от одной детали к другой (при последовательной обработке партии или потока деталей) и др. Эти последние не влияют на условия срезания припуска и формообразование детали, но влияют на производительность операции.

Движения резания и подачи могут осуществляться инструментом последовательно или одновременно. Принято называть простым движение резания, если оно осуществляется при изменении только одного параметра  $l$ , и сложным, если это движение осуществляется при одновременном изменении параметра  $l$  и одного или нескольких параметров подач.

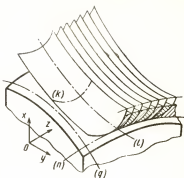


Рис. 5. Семейство поверхностей резания, образуемое режущей кромкой инструмента

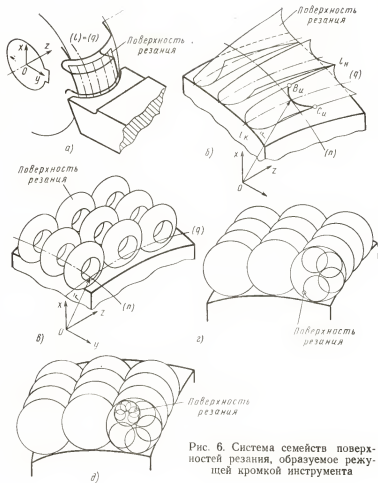


Рис. 6. Система семейств поверхностей резания, образуемое режущей кромкой инструмента

Формы поверхностей резания при простом или сложном движениях резания будут несколько отличаться друг от друга и в соответствии с этим будут отличаться размеры срезаемых слоев, однако это отличие практически незначительно и поэтому при расчете схемы резания им можно пренебречь.

Для формообразования номинальной поверхности детали безразлично, какое движение резания совершает инструмент — простое или сложное. Поэтому при реше-

нии вопросов формообразования поверхностей деталей будем считать, что инструмент совершает только простые движения резания.

### Схемы формообразования поверхностей инструментами

Функции инструмента — срезания припуска и формообразования обычно находятся в противоречии. Рациональная схема формообразования детали инструментом часто не соответствует рациональной схеме срезания припуска и наоборот. При проектировании режущего инструмента конструктор должен стремиться к тому, чтобы противоречие между этими схемами было решено наиболее оптимально. Условия для такого решения теоретически имеются и в основном заключаются в следующем:

- а) хотя движения инструмента, необходимые для формообразования номинальной поверхности детали и, соответственно, для срезания припуска, тесно связаны с формой номинальной поверхности детали, в общем случае их связь неоднозначна: как увидим ниже, в зависимости от принятой схемы формообразования детали имеется большая или меньшая свобода выбора некоторых из них;
- б) режущая кромка инструмента в общем случае состоит из двух участков: формообразующего, точки которого в процессе работы инструмента приходят в соприкосновение с номинальной поверхностью детали, и неформообразующего. Форма последнего не связана с формой номинальной поверхности детали и может быть выбрана в зависимости от рационального резания. Кроме этого в конструкцию инструмента могут быть внесены режущие кромки, которые не имеют формообразующих участков (черновые режущие кромки) и поэтому их форма и расположение могут быть полностью выбраны только из условий получения желаемого закона срезания припуска. Если режущие кромки инструмента имеют только формообразующие участки, то схема срезания припуска (схема резания) является одновременно и схемой формообразования номинальной поверхности детали, так как в этом случае в резании будут участвовать те же точки режущих кромок, что и при формообразовании. Если же режущие кромки инструмента кроме формообразующих имеют неформообразующие участки и, особенно, если инструмент содержит черновые, сплошь не-

формообразующие режущие кромки, то тогда схема резания не совпадет со схемой формообразования и в результате соответствующего расположения режущих кромок на корпусе инструмента можно (в некоторой степени) при рациональной схеме формообразования добиться и приемлемой схемы срезания припуска.

Для успешного решения указанного противоречия между функциями инструмента большое значение имеет схема формообразования номинальной поверхности детали, а именно: какие возможности имеет она в смысле свободы выбора формы режущей кромки, формы производящей поверхности и законов движений инструмента. Определим эти возможности схем формообразования.

Пусть номинальная поверхность детали является огибающей однопараметрического семейства поверхностей резания (рис. 6, б). Ее уравнение в системе координат  $x, y, z$ , связанной с деталью, будет иметь вид

$$\bar{r} = \bar{\Phi}(k, l, s), \quad (6)$$

где  $s$  — параметр семейства, т. е. параметр подачи.

Номинальная поверхность задана уравнением (1); выберем на этой поверхности криволинейные координаты  $q$  и  $n$  так, чтобы движение инструмента вдоль координатных линий  $q$  осуществлялось при изменении параметра  $l$  движения резания, а движение его вдоль координатных линий ( $n$ ) — при изменении параметра  $s$  подачи.

Приравнивая уравнения (1) и (6), получим

$$\bar{f}(q, n) = \bar{\Phi}(k, l, s). \quad (7)$$

Видим, что три параметра инструмента —  $k, l, s$  находятся в зависимости от двух координат номинальной поверхности детали  $q$  и  $n$ . Поэтому при проектировании инструмента вид зависимости от  $q$  и  $n$  одного из параметров инструмента можно выбирать, а вид зависимостей остальных двух — рассчитать по уравнению (7). Например, выберем вид зависимости  $k = k(q, n)$  и подставим это значение  $k$  в уравнение (7). Получим

$$\bar{f}(q, n) = \bar{\Phi}_k(l, s). \quad (8)$$

Учитывая условия выбора криволинейных координат  $q$  и  $n$  на номинальной поверхности детали, можем заключить, что при фиксированном значении параметра  $s$

фиксируется и значение координаты  $n$ . При фиксированных  $s=s_0$  и  $n=n_0$  уравнение (8) примет вид  $\bar{f}(q, n_0) = \bar{\Phi}_k(l, s_0)$  и будет выражать собой закон движения резания. Аналогично при фиксированном значении  $l$  фиксируется и значение координаты  $q$ . При фиксированных  $l=l_0$  и  $q=q_0$  уравнение (8) примет вид  $\bar{f}(q_0, n) = \bar{\Phi}_k(l_0, s)$  и будет выражать собой закон подачи инструмента. Если инструмент будет образовывать номинальную поверхность детали не режущей кромкой, а произвольной поверхностью, то в уравнении (6) вместо одного параметра  $k$  будут два параметра — криволинейные координаты  $e$  и  $f$  производящей поверхности, и таким образом для этого инструмента число параметров, вид зависимостей которых от координат  $q$  и  $n$  можно выбрать, увеличивается на единицу.

По мере увеличения в схеме формообразования номинальной поверхности детали числа подач число параметров инструмента в правой части уравнения (6) увеличится, а следовательно, увеличится и число параметров, вид зависимости которых от координат  $q$  и  $n$  номинальной поверхности детали можно выбрать.

Выбор вида зависимости некоторого параметра  $i$  движения от криволинейных координат  $q$  и  $n$  номинальной поверхности детали равносильно выбору вида зависимостей (4), которые определяют закон движения инструмента в системе координат  $xyz$ .

Выбор вида зависимости криволинейных координат  $e$  и  $f$  производящей поверхности инструмента от криволинейных координат  $q$  и  $n$  равносильно выбору вида зависимости (3), т. е. выбору формы координатных линий ( $e$ ) и ( $f$ ) на производящей поверхности. Выбор вида зависимости параметра  $k$  формы режущей кромки от криволинейных координат  $q$  и  $n$  равносильно выбору вида зависимости (2), т. е. выбору формы режущей кромки.

Свобода в выборе формы режущей кромки производящей поверхности или законов их движений облегчает создание оптимальной конструкции инструмента как в технологическом, так и в эксплуатационном отношении. Однако кинематически сложные схемы формообразования не всегда отвечают требованиям высокой производительности обработки.

Существующие в настоящее время инструменты имеют сравнительно простые схемы формообразования и числа подачи, участвующие в формообразовании, в этих

схемах в самых сложных случаях обработки не превышает трех. Часто поверхность резания совпадает с производящей поверхностью, поэтому максимальное число параметров инструмента, вид зависимостей которых от координат  $q$  и  $n$  номинальной поверхности детали можно выбрать, для самых сложных случаев обработки не превышает двух-трех. Чаще же этот выбор ограничивается одним параметром, а в некоторых случаях такой выбор невозможен.

Рассмотрим схемы формообразования номинальной поверхности детали, которые находят сейчас применение на практике. Собразование номинальной поверхности детали режущей кромкой инструмента осуществляется одним из следующих трех способов.

1. Номинальная поверхность детали является огибающей двухпараметрического семейства поверхностей резания (параметры семейства —  $s$  и  $\Sigma$  подач). Ее две криволинейные координаты  $q$  и  $n$  зависят от четырех параметров инструмента —  $k$ ,  $l$ ,  $s$  и  $\Sigma$ . Вид зависимости двух из последних от координат  $q$  и  $n$  выбирается. Такой способ имеет место, например, при обработке резцом-летучкой рабочих поверхностей штампов для объемной штамповки: выбирается форма режущей кромки и закон движения резания; рассчитываются законы обеих подач (криволинейные координаты копиров, которые управляют инструментом).

2. Номинальная поверхность детали является огибающей однопараметрического семейства поверхностей резания (параметр семейства — параметр  $s$  подачи). Ее две криволинейные координаты  $q$  и  $n$  зависят от трех параметров инструмента —  $k$ ,  $l$ ,  $s$ . Вид зависимости от  $q$  и  $n$  одного из последних выбирается. Такой способ имеет место, например, при обработке зубчатых деталей зуборезной гребенкой. Здесь выбирается закон подачи гребенки (величина радиуса начального цилиндра), а рассчитываются закон движения резания и форма режущей кромки гребенки.

3. Номинальная поверхность детали совпадает с поверхностью резания. Ее две криволинейные координаты  $q$  и  $n$  зависят от двух параметров инструмента  $k$  и  $l$ . Форма режущей кромки и закон движения predeterminedены формой криволинейных координат  $q$  и  $n$ . Такой способ формообразования имеет место, например, при затыловании фасонной фрезы затыловочным резцом.

Поверхность резания, описываемая режущей кром-



кой инструмента, в процессе обработки детали может менять свою форму, но может оставаться постоянной, «жесткой». В последнем случае ее можно уподобить производящей поверхности инструмента и при решении вопросов формообразования пользоваться расчетными зависимостями, выведенными для производящей поверхности. Например, при обработке зубчатых колес зуборезная гребенка, совершая возвратно-поступательные «долбящие» движения, своей режущей кромкой описывает поверхность резания, которая по форме является рейкой. Эта рейка положена в основу как расчета самой гребенки, так и в основу решения вопросов формообразования гребенкой зубчатых деталей.

Режущие кромки, расположенные на производящей поверхности инструмента, при одном простом движении резания опишут семейство поверхностей резания. С точки зрения формообразования поверхность, огибающая это семейство поверхностей резания, можно рассматривать как поверхность, огибающую семейство производящих поверхностей, когда параметром семейства является параметр  $l$  движения резания. В дальнейшем при решении вопросов формообразования номинальной поверхности детали эту особенность огибающей семейства поверхностей резания будем использовать.

Образование номинальной поверхности детали производящей поверхностью инструмента в настоящее время осуществляется одним из следующих способов.

1. Номинальная поверхность детали является огибающей семейства семейств поверхностей резания при трех подачах; производящая поверхность совпадает с поверхностью резания. Криволинейные координаты  $q$  и  $n$  номинальной поверхности детали зависят от пяти параметров инструмента: формы координатных линий  $(e)$  и  $(f)$  производящей поверхности и параметров  $s$ ,  $\Sigma$ ,  $\Sigma_2$  подачи. Вид зависимостей от координат  $q$  и  $n$  трех параметров инструмента может быть выбран. Такой способ имеет место при обработке крупномодульных зубчатых колес фрезерной головкой, в которой группа дисковых фасонных фрез расположена так, что огибающая их поверхность является основным червяком, зацепляющимся с обрабатываемым зубчатым колесом [6].

2. Номинальная поверхность детали является огибающей двухпараметрического семейства производящих поверхностей; параметры семейства — параметры  $s$  и  $\Sigma$  подачи; поверхность резания совпадает с производящей

поверхностью. Ее две координаты  $q$  и  $n$  зависят от четырех параметров инструмента:  $e$ ,  $f$ ,  $s$  и  $\Sigma$ . Вид зависимости от координат  $q$  и  $n$  двух параметров инструмента выбирается. Такой способ обработки осуществляется, например, при фрезеровании зубчатых колес червячной фрезой. Здесь выбирается форма одной из координатных линий производящей поверхности (форма винтовых линий) и закон первой подачи (радиусы начальных цилиндров детали и фрезы), а рассчитывается форма второй координатной линии производящей поверхности (ее профиль) и закон второй подачи (вдоль зуба детали).

3. Номинальная поверхность детали является огибающей однопараметрического семейства производящих поверхностей; поверхность резания совпадает с производящей поверхностью; параметр семейства — параметр  $s$  подачи. Ее две координаты  $q$  и  $n$  зависят от трех параметров инструмента —  $e$ ,  $f$ ,  $s$ . Вид зависимости от  $q$  и  $n$  одного из параметров инструмента выбирается. Такой способ осуществляется, например, при обработке винтовых поверхностей фрезой. Здесь выбирается форма координатных линий производящей поверхности (положение оси фрезы), а рассчитывается форма второй координатной линии производящей поверхности (ее профиль) и закон подачи.

4. Номинальная поверхность детали является огибающей однопараметрического семейства производящих поверхностей; параметр семейства — параметр  $l$  движения резания. Ее две координаты  $q$  и  $n$  зависят от трех параметров инструмента  $e$ ,  $f$  и  $l$ . Вид зависимости от  $q$  и  $n$  одного из параметров инструмента выбирается. Такой способ осуществляется, например, при обработке зубьев прямозубого конического колеса фрезой-протяжкой. Здесь выбирается закон движения резания фрезы-протяжки, а рассчитывается форма обеих координатных линий производящей поверхности.

5. Номинальная поверхность детали совпадает с поверхностью резания и с производящей поверхностью инструмента. Здесь форма производящей поверхности и законы ее движений полностью предопределены формой номинальной поверхности детали. Такой способ обработки возможен только тогда, когда номинальная поверхность детали и, соответственно, производящая поверхность инструмента являются одной из поверхностей, допускающих движение «самых по себе». К инструментам, у которых производящая поверхность совпадает с номи-

нальной поверхностью детали, относятся сверла, развертки, зенкеры, метчики, круглые плашки, протяжки и др.

Одну и ту же номинальную поверхность детали можно получить одним инструментом различными способами. Выбор схемы формообразования зависит от многих факторов, сопровождающих процесс обработки, в частности: от величины припуска; требований, предъявляемых к качеству обработанной поверхности; размеров детали; физико-механических свойств обрабатываемого материала; степени автоматизации технологического процесса обработки детали и т. д. Не случайно, например, что для обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес в производстве находят применение несколько видов режущих инструментов: дисковые и пальцевые модульные фрезы, зуборезные гребенки, червячные фрезы, долбяки, зуборезные головки и др. И применение каждого из этих инструментов в своей области является оптимальным. Кроме этого каждый способ получения номинальной поверхности детали допускает в большей или меньшей степени возможность выбора формы режущей кромки производящей поверхности или законов движений инструмента. Это обстоятельство увеличивает многовариантность получения заданной номинальной поверхности инструментом.

#### **Условия формообразования номинальной поверхности детали режущим инструментом**

Режущий инструмент образует номинальную поверхность детали посредством поверхностей резания, которые описываются его режущими кромками, причем в зависимости от принятого способа обработки поверхность резания может касаться номинальной поверхности детали в точке, по линии или совпадать с номинальной поверхностью.

С геометрической и кинематической точек зрения формообразование номинальной поверхности детали поверхностями резания возможно при выполнении следующих трех очевидных условий.

*Первое условие.* В каждой точке  $A_0$  контакта поверхности резания с номинальной поверхностью детали эти поверхности должны иметь общую касательную плоскость, т. е. в каждой точке контакта скорость  $\vec{V}$  движения

резания, скорости  $\bar{V}_s, \bar{V}_z, \dots$  подач и касательные к режущей кромке ( $\bar{K}_k$ ), к координатным линиям производящей поверхности ( $\bar{K}_e$  и  $\bar{K}_f$ ) инструмента и к координатным линиям ( $\bar{K}_n$  и  $\bar{K}_q$ ) номинальной поверхности детали должны лежать в одной плоскости (рис. 7, а). Математически первое условие запишется в следующем виде [1]:

$$\left. \begin{aligned} \bar{r} &= r_0; & \bar{K}_q \bar{K}_n \bar{V} &= 0; \\ \bar{K}_q \bar{K}_n \bar{K}_k &= 0; & \bar{K}_q \bar{K}_n \bar{V}_s &= 0; \\ \bar{K}_q \bar{K}_n \bar{K}_e &= 0; & \bar{K}_q \bar{K}_n \bar{V}_z &= 0. \\ \bar{K}_q \bar{K}_n \bar{K}_f &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

*Второе условие.* В зоне касания номинальной поверхности детали с поверхностью резания последняя не должна пересекать тело детали, т. е. в сечении каждой плоскостью  $Q$ , проходящей через данную точку  $A_0$  касания номинальной поверхности с поверхностью резания, круг кривизны кривой  $E_n F_n$  сечения поверхности резания не должен пересекать тело детали (рис. 7, а). Если принять, что знак у радиуса  $q_{nq}$  кривизны кривой  $E_n F_n$  в точке  $A_0$  будет положительным, когда кривая  $E_n F_n$  обращена вогнутостью в сторону нормали  $\bar{N}$  к номинальной поверхности детали, то тогда второе условие можно записать в виде

$$q_{nq} \leq q_q. \quad (10)$$

Зависимость (10) справедлива только при одинаковых знаках у радиусов  $q_{nq}$  и  $q_q$ . Если знаки у этих радиусов различны, то зависимость (10) отпадает: при вогнутой в сторону вектора  $\bar{N}_q$  кривой  $EF (+q_q)$  и выпуклой кривой  $E_n F_n (-q_{nq})$  обработка номинальной поверхности детали не возможна при любой разности  $|q_q|$  и  $|q_{nq}|$ ; при выпуклой кривой  $EF (-q_q)$  и вогнутой кривой  $E_n F_n (+q_{nq})$  обработка возможна при любой разности  $|q_q|$  и  $|q_{nq}|$ . На рис. 7, б, в, г показаны случаи касания номинальной поверхности детали с поверхностью резания, когда зависимость (10) выполняется, а на рис. 7, д, е, ж, когда зависимость (10) не выполняется.

*Третье условие.* Поверхность резания не должна пересекать поверхность детали, т. е. в каждом сечении плоскостью  $Q$ , проходящей через данную точку  $A_0$  касания номинальной поверхности с поверхностью резания, кривая  $E_n F_n$  сечения поверхности резания не должна пере-

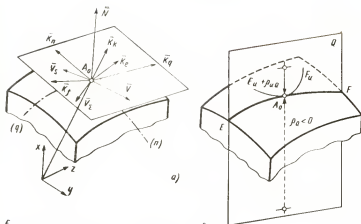


Рис. 7. Схемы для определения условий формообразования поверхностей инструментами

секать кривую  $EF$  сечения номинальной поверхности детали на всем протяжении последней. Выполнение третьего условия формообразования зависит не только от формы номинальной поверхности детали, но и от протяженности координатных линий на этой поверхности. На рис. 7, з показан случай, когда третье условие формообразования не выполняется.

Для получения поверхностей режущими инструментами выполнение всех трех условий формообразования необходимо и достаточно. Поэтому, пользуясь этими тремя условиями, можно сформулировать геометрический принцип расчета формообразующей части инструмента и его движений в следующем виде: параметры  $k, e$  и  $j$  формообразующей части режущего инструмента и параметры  $l, s, \Sigma \dots$  его движений являются функциями координат  $q$  и  $n$  номинальной поверхности детали; при

проектировании инструмента вид таких функций для всех параметров, кроме двух, должен быть выбран в пределах выполнения трех условий формообразования; вид функций остальных двух определится уравнениями (9). Если на каком-либо участке обрабатываемой номинальной поверхности не будет выполнено хотя бы одно из условий формообразования, то этот участок не может быть получен, и при обработке детали будет заменен переходной поверхностью, отличной от заданной. Границы, в которых можно выбрать форму режущих кромок, производящей поверхности и законы движений инструмента зависят от формы номинальной поверхности детали и принятой схемы формообразования и могут быть как очень широкими, так и чрезвычайно узкими.

Укажем на основные положения, которыми руководствуется конструктор при выборе конкретных значений параметров инструмента в границах, допустимых условиями формообразования номинальной поверхности детали.

1. Для срезания припуска и формообразования поверхности детали инструмент должен совершать движения резания и подачи, а при обработке детали в целом — также различные транспортные движения. Для повышения производительности обработки надо стремиться к максимальному сокращению транспортных движений, к большей непрерывности процесса формообразования. Одним из основных способов сокращения транспортных движений является совмещение их с формообразующими движениями, т. е. с движениями резания и подачами. Например, при обработке зубчатых колес червячными фрезами формообразующие движения обкатки включают в себя и все движения, необходимые для деления заготовки на зуб.

2. При выборе закона формообразующих движений инструмента надо стремиться к тому, чтобы эти движения были наиболее простыми. Простые, легко осуществимые станком движения, состоят из элементарных — прямолинейных и вращательных. Возможные принципиальные кинематические схемы, основанные на сочетании таких элементарных движений, исследованы в работе [3]. В настоящее время используется сравнительно небольшая часть из этих возможных схем.

3. Формообразование номинальной поверхности детали и срезание с нее припуска осуществляется при одних и тех же движениях инструмента. При выборе формы

производящей поверхности и закона движений инструмента необходимо получить возможность максимально-го введения в конструкцию инструмента режущих кромок, которые бы участвовали в срезании припуска, но не участвовали в формообразовании поверхности детали (т. е. были бы неформообразующими, черновыми) и располагать эти режущие кромки на корпусе инструмента так, чтобы создать наиболее рациональную схему срезания припуска. Например, для червячных фрез в настоящее время существуют несколько способов создания рациональных схем резания при одной и той же схеме формообразования: нанесение на фрезу заборного конуса, срезание по некоторому закону головок у части зубьев, изменение у части зубьев толщины при одновременном увеличении их высоты и др.

4. При выборе формы режущей кромки и производящей поверхности инструмента надо стремиться к тому, чтобы они были технологически простыми. К наиболее простым, легко выполнимым поверхностям относятся все поверхности, допускающие движения «самих по себе», т. е. винтовые, поверхности вращения, цилиндрические поверхности и плоскость. У подавляющего большинства существующих типов режущих инструментов производящая поверхность, а также передняя и задняя поверхности режущей части выполняются как поверхности, допускающие движение «самих по себе».

5. Выбирая законы движений инструмента, надо стремиться получить такую форму его производящей поверхности, которая обеспечила бы режущей части инструмента высокую стойкость и прочность. Например, при обработке винтовых канавок у цилиндрических фрез форма профиля рабочей дисковой фрезы, а следовательно, прочность и стойкость ее режущей части, зависит от положения оси фрезы относительно заготовки, которое выбирается в пределах выполнения всех трех условий формообразования.

При проектировании инструмента в первую очередь стараются выбрать закон движения резания. Это объясняется желанием наиболее удобно создать такое движение, на которое, как известно, идет основная часть мощности станка и которое осуществляется со скоростями, значительно превышающими скорости остальных движений инструмента. В основе решения всех задач, связанных с формообразованием номинальной поверхности детали инструментом, лежит необходимость выполнения

условий формообразования. При выполнении конкретного задания по обработке номинальной поверхности детали в той или иной степени и последовательности требуется решить следующие вопросы: а) определить границы значений параметров установки инструментов, допустимые условиями формообразования; б) рассчитать значения координат профиля производящей поверхности инструмента, как функций координат номинальной поверхности детали; в) определить форму поверхности детали, если на некотором ее участке параметры инструмента не удовлетворяют какому-либо условию формообразования; г) определить форму поверхности детали, если инструмент задан или, если за счет допусков, переточек и правок (у абразивных инструментов) значения параметров инструмента будут отличаться от расчетных; д) определить форму поверхностей режущей части инструмента, обеспечивающих после переточек инструмента выполнение обоих условий формообразования; е) рассчитать параметры профиля и установки инструментов второго порядка для затылования и заточки поверхностей режущей части данного инструмента; ж) рассчитать форму поверхности детали, если при изготовлении режущей части инструмента допускаются отклонения от теоретической формы ее передних и задних поверхностей.

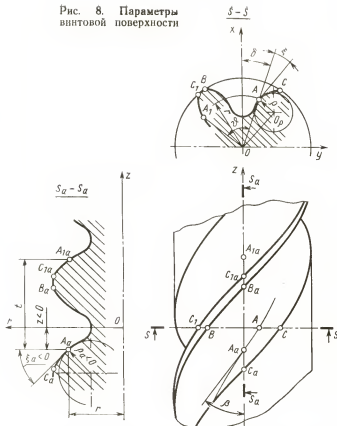
Методы решения перечисленных вопросов формообразования поверхностей инструментами находятся в зависимости от формы номинальной поверхности детали и принятой схемы формообразования.

#### **Метод решения вопросов формообразования поверхностей, допускающих движение «самих по себе»**

К группе поверхностей, допускающих движение «самих по себе», относятся винтовые поверхности постоянного шага, поверхности вращения, цилиндрические поверхности и плоскость. Винтовая поверхность допускает движение «самой по себе» в направлении винтовых линий; поверхность вращения — движение вокруг своей оси (сфера, как поверхность вращения, у которой профиль в осевой плоскости является дугой окружности с центром на оси вращения, допускает движение «самой по себе» вокруг своего центра); цилиндрическая поверхность — в направлении прямых линий (круглый цилиндр допускает движение «самого по себе» как в направлении



Рис. 8. Параметры винтовой поверхности



прямых линий, так и в направлении дуг окружностей); плоскость — вдоль любой лежащей на ней линии.

Свойства поверхностей допускать движение «саих по себе» имеют чрезвычайно большое значение как для деталей механизмов и машин, так и в технологии машиностроения. Поэтому подавляющее большинство поверхностей деталей машин и инструментов представляет собой поверхности, которые допускают движение «саих по себе». При обработке таких поверхностей линии, по которым номинальная поверхность детали допускает движение «саих по себе», принимаются за координатные линии [например,  $(q)$ ] и форма этих линий предопределяет закон движения вдоль них (рис. 8). За вторую координатную линию  $(n)$  может быть принята любая

линия, лежащая на номинальной поверхности детали, и эта линия по форме остается постоянной (точнее конгруэнтной) при любом значении координаты ( $q$ ). Последнее обстоятельство создает большие удобства как для получения поверхности детали, так и для расчета и конструирования режущей части инструмента.

Наиболее простыми движениями резания, которые удобно осуществить на станке, являются прямолинейное, вращательное и винтовое. Совершая такие движения, режущая кромка инструмента опишет или цилиндрическую поверхность, или поверхность вращения, или винтовую поверхность. Последние часто совпадают с производящими поверхностями инструмента.

У большинства существующих типов режущих инструментов производящая поверхность является одной из поверхностей, допускающих движение «саших по себе». Инструменты, у которых производящая поверхность является цилиндрической, принято называть реечными; инструменты, у которых производящая поверхность является поверхностью вращения, — дисковыми, и инструменты, у которых производящая поверхность является винтовой, — червячными. К этой группе инструментов относятся и те, поверхность резания у которых допускает движение «самой по себе» и является «жесткой», т. е. такой, которая во время работы инструмента не меняет своей формы.

Винтовая поверхность является наиболее сложной поверхностью из группы поверхностей, допускающих движение «саших по себе». Поверхность вращения можно рассматривать как частный случай винтовой поверхности, когда шаг последней равен нулю. Цилиндрическую поверхность можно рассматривать как частный случай поверхности вращения, когда ось вращения бесконечно удалена, или как частный случай винтовой поверхности, когда шаг последней равен бесконечности. Наконец, плоскость можно рассматривать как частный случай цилиндрической поверхности, у которой профилем является прямая линия. Перечисленные особенности поверхностей, допускающих движение «саших по себе», позволяют создать единый метод решения вопросов их формообразования всеми реечными, дисковыми и червячными инструментами.

Принципиальные положения метода, предлагаемого в настоящей работе, заключаются в следующем.

1. В основу метода решения вопросов формообразо-

вания поверхностей дисковыми, реечными и червячными инструментами положены законы сопряжения производящей поверхности инструмента и номинальной поверхности детали.

2. Расчетные зависимости, полученные при сопряжении винтовой поверхности детали с производящей поверхностью дискового инструмента, являются общими для решения вопросов формообразования всей группы поверхностей, допускающих движение «самих по себе» как дисковыми, так реечными и червячными инструментами.

3. Для реечных инструментов расчетные зависимости, необходимые для решения вопросов формообразования поверхностей, получаются путем преобразования соответствующих расчетных зависимостей для дисковых инструментов при значении расстояния  $m$  между осями детали и инструмента, равным  $\infty$ .

4. Для червячных инструментов расчетные зависимости, необходимые для решения вопросов формообразования поверхностей, получаются путем преобразования соответствующих расчетных зависимостей для реечного инструмента на основе принципа Слизье, согласно которому две поверхности являются сопряженными, если каждая из них сопрягается с третьей, так называемой вспомогательной поверхностью. За вспомогательную поверхность принята производящая поверхность реечного инструмента.

5. Если номинальная поверхность детали является не винтовой, а поверхностью вращения, то в указанных выше расчетных зависимостях значение винтового параметра  $p$  принимается равным нулю; если номинальная поверхность детали является цилиндрической, то в этих расчетных зависимостях значение винтового параметра  $p$  принимается равным  $\infty$ .

6. При проектировании инструментов второго порядка, т. е. инструментов, предназначенных для изготовления поверхностей режущей части данного инструмента, используются те же расчетные зависимости, которые были указаны выше. Если одна из поверхностей режущей части инструмента теоретически является поверхностью общего вида, то для расчета профиля и установки инструмента второго порядка она с некоторым приближением заменяется одной из поверхностей, допускающих движение «самих по себе».

## ПАРАМЕТРЫ НОМИНАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ДЕТАЛИ И ПРОИЗВОДЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ИНСТРУМЕНТА

Здесь определяются параметры номинальной поверхности детали и производящей поверхности инструмента, необходимые и достаточные для решения всего комплекса вопросов, связанных с формообразованием детали дисковыми, реечными и червячными инструментами.

### Параметры номинальной поверхности детали

**Параметры винтовой поверхности.** Винтовая поверхность образуется винтовым движением линии, называемой профилем. Винтовое движение профиля принято характеризовать или осевым шагом винтового движения (ходом)  $t$ , или винтовым параметром  $p$ , или углом  $\beta$  наклона винтовой линии на цилиндре некоторого радиуса (см. рис. 8). Между этими параметрами существуют следующие зависимости:

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{t}{2\pi}; \\ p &= \frac{r}{\operatorname{tg} \beta} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Ниже при выводе всех расчетных зависимостей будем считать, что винтовое движение профиля задано винтовым параметром  $p$ . Для правой винтовой поверхности параметр имеет знак плюс, для левой — минус.

На практике профиль винтовой поверхности по своей форме и исходному положению может быть задан самыми различными линейными, угловыми и другими параметрами в зависимости от конкретных условий конструирования, изготовления и эксплуатации детали. Однако, для того, чтобы метод решения вопросов формообразования был единым для всех винтовых поверхностей, необходимо, чтобы их профили были заданы одними и теми же параметрами независимо от назначения каждой детали.

Примем в правой системе координат  $xuz$ , связанной с деталью, ось  $z$  за ось обрабатываемой винтовой поверхности и будем считать, что начальное положение профиля  $BC$  винтовой поверхности находится в торевой плоскости.

сти  $xOy$  (см. рис. 8). Для решения вопросов формообразования детали в каждой расчетной точке ее профиля  $BC$  должны быть известны следующие параметры: полярные координаты  $r$  и  $\delta$ ; угол  $\xi$  между касательной к профилю и направлением радиуса-вектора  $OA$  или, как принято называть, — угол давления; радиус  $\rho$  кривизны профиля.

Условимся считать знаки положительными у  $\delta$ , если радиус  $OA$  повернут относительно оси  $x$  по часовой стрелке, у  $\xi$ , если касательная повернута относительно радиуса  $OA$  по часовой стрелке (знак первой производной  $\frac{d\delta}{dr}$ ), у  $\rho$ , если линия  $OO_\rho$  повернута относительно радиуса  $OA$  по часовой стрелке. Пусть винтовая поверхность детали в системе координат задана следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos(\delta + \varphi); \\ y &= r \sin(\delta + \varphi); \\ z &= p\varphi, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где  $\varphi$  — угол поворота профиля винтовой поверхности относительно начального положения.

Угол  $\varphi$  имеет положительный знак, если при образовании винтовой поверхности профиль поворачивается по часовой стрелке. Если профиль винтовой поверхности задан в осевой плоскости ( $y=0$ ) параметрами  $r$ ,  $z$ ,  $\xi_\alpha$ ,  $\rho_\alpha$  (см. рис. 8), то параметры  $\delta$ ,  $\xi$  и  $\rho$  в торцовой плоскости определяются следующим образом.

Подставим  $y=0$  в уравнения (12), получим

$$\left. \begin{aligned} x &= r; \\ \delta &= -\frac{z}{p}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Угол  $\xi$  наклона касательной в расчетной точке торцового профиля определяется по формуле, известной из дифференциальной геометрии [1]:

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{r}{\frac{dr}{d\delta}}, \quad (14)$$

а угол  $\xi_\alpha$  наклона касательной в расчетной точке осевого профиля определяется так:

$$\operatorname{tg} \xi_\alpha = \frac{dz}{dr}. \quad (15)$$

Дифференцируя уравнение (13), получим

$$\frac{d\delta}{dz} = -\frac{1}{p}. \quad (16)$$

Решая три последних уравнения, получим

$$\operatorname{tg} \xi = -\frac{r}{p} \operatorname{tg} \xi_a. \quad (17)$$

Радиус  $\varrho$  кривизны в расчетной точке торцового профиля винтовой поверхности определяется по формуле

$$\varrho = \frac{\left[ r^2 + \left( \frac{dr}{d\delta} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2 \left( \frac{dr}{d\delta} \right) - r \frac{d^2 r}{d\delta^2}}, \quad (18)$$

а радиус  $\varrho_a$  кривизны в расчетной точке осевого профиля винтовой поверхности — по формуле

$$\varrho_a = \frac{\left[ 1 + \left( \frac{dz}{dr} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2 z}{dr^2}}. \quad (19)$$

Первые производные  $\frac{dr}{d\delta}$  и  $\frac{dz}{dr}$ , входящие в эти формулы, определяются соответственно из уравнений (14) и (15), а вторые производные  $\frac{d^2 r}{d\delta^2}$  и  $\frac{d^2 z}{dr^2}$  получим при дифференцировании уравнений (14) и (15):

$$\frac{d^2 r}{d\delta^2} = \frac{r \left( 1 - \frac{1}{\cos^2 \xi} \frac{d\xi}{d\delta} \right)}{\operatorname{tg}^2 \xi}; \quad \frac{d^2 z}{dr^2} = \frac{1}{\cos^2 \xi_a} \frac{d\xi_a}{dr}.$$

Связь между производными  $\frac{d\xi}{d\delta}$  и  $\frac{d\xi_a}{d\delta}$  определяется, если продифференцировать уравнение (17) по параметру  $\delta$ :

$$\frac{d\xi_a}{d\delta} = -\frac{p}{r} \frac{\cos^2 \xi_a}{\cos^2 \xi} \frac{d\xi}{d\delta}.$$

Подставляя в формулы (18) и (19) величины  $\frac{d^2 r}{d\delta^2}$ ,  $\frac{d^2 z}{dr^2}$ ,

$\frac{d\xi_a}{d\delta}$ , полученные из трех последних уравнений, а также значения  $\frac{dr}{d\delta}$ ,  $\frac{dz}{dr}$  и  $\frac{d\delta}{dz}$  из уравнений (14), (15) и (16) и затем решая их путем исключения  $d\xi$ , после преобразований придем к следующей зависимости:

$$Q = \frac{r^2}{r \sin \xi (2 - \sin^2 \xi) - \frac{p^2 \sin^3 \xi}{Q_a \sin^3 \xi_a}}. \quad (20)$$

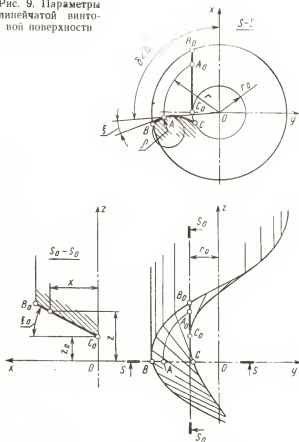
Таким образом, если профиль винтовой поверхности задан в осевой плоскости параметрами  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi_a$ ,  $Q_a$  (см. рис. 8), то параметры  $\delta$ ,  $\xi$  и  $Q$  в торцовой плоскости под считаются по зависимостям (13), (17) и (20).

Знак угла  $\xi_a$  совпадает со знаком первой производной  $\frac{dz}{dr}$ , т. е. угол  $\xi_a$  будет положительным, если при возрастании  $r$  положительное значение координаты  $z$  увеличивается; знак радиуса  $Q_a$  совпадает со знаком второй производной  $\frac{d^2z}{dr^2}$ , т. е.  $Q_a$  будет положительным, если при возрастании  $r$  положительное значение угла  $\xi_a$  увеличивается.

В том случае, если на рабочем чертеже детали профиль винтовой поверхности будет задан не требуемыми параметрами  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  и  $Q$ , а какими-либо другими, то на таком профиле надо выбрать ряд расчетных точек —  $A, B, \dots$  и для каждой из них рассчитать значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ ,  $Q$  как функции от заданных параметров. Необходимые для этого формулы должны быть выведены в каждом отдельном случае в зависимости от тех параметров, которыми задан профиль винтовой поверхности на рабочем чертеже.

Большое распространение и особое значение в конструкциях деталей машины имеют так называемые линейчатые винтовые поверхности. Эти поверхности образованы винтовым движением прямой линии, положение которой в общем случае характеризуется углом  $\xi_0$  ее наклона относительно торцовой плоскости  $xOy$  и радиусом  $r_0$  основного цилиндра, которого указанная прямая касается (рис. 9). Определим параметры  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  и  $Q$  торцового профиля  $BC$  линейчатой винтовой поверхности как функции заданных параметров  $\xi_0$  и  $r_0$ .

Рис. 9. Параметры линейчатой винтовой поверхности



В исходном положении на винтовой поверхности в системе координат  $xyz$  прямолинейный профиль  $B_0C_0$  определяется следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{z - z_0}{\operatorname{tg} \xi_0} ; \\ y &= \pm r_0, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где  $z_0$  — постоянная величина, характеризующая смещение профиля  $B_0C_0$  в направлении оси  $z$ .

Знак минус в последнем уравнении надо брать для случая касания образующей прямой с левой стороны основного цилиндра (как показано на рис. 9), а плюс —



для случая касания образующей прямой с правой стороны основного цилиндра. Решая совместно уравнения (21) с уравнениями (12) винтовой поверхности, придем к следующему уравнению кривой торцового профиля  $B_0C_0$  винтовой поверхности:

$$\delta = \nu - \frac{r \operatorname{tg} \xi_0 \cos \nu + z_0}{p},$$

где  $\sin \nu = \pm \frac{r_0}{r}$ .

Для точки  $C$ , лежащей на основной окружности,  $r = r_0$  и  $\delta = \delta_0$ . Подставляя эти значения  $r$  и  $\delta$  в последнее уравнение, получим

$$\delta_0 = -\frac{\pi}{2} - \frac{z_0}{p}$$

и тогда их можно записать так

$$\delta = \nu + \delta_0 + \frac{\pi}{2} - \frac{r \operatorname{tg} \xi_0 \cos \nu}{p}, \quad (22)$$

где  $\sin \nu = \pm \frac{r_0}{r}$ .

Задавая положение расчетных точек профиля винтовой поверхности значениями радиуса  $r$ , по зависимостям (22) можно определить соответствующие значения параметра  $\delta$ . Третий искомый параметр торцового профиля  $BC$  — угол  $\xi$  определится через его тангенс по формуле (14):

$$\operatorname{tg} \xi = r \frac{dr}{d\delta}.$$

Дифференцируя уравнение (22) кривой профиля  $BC$  по параметру  $r$ , определим значение производной  $\frac{d\delta}{dr}$ :

$$\frac{d\delta}{dr} = -\frac{\operatorname{tg} \nu}{r} - \frac{\operatorname{tg} \xi_0}{p \cos \nu},$$

подставляя которую в формулу (14), получим

$$\operatorname{tg} \xi = -\operatorname{tg} \nu - \frac{r \operatorname{tg} \xi_0}{p \cos \nu}. \quad (23)$$

Четвертый искомый параметр — радиус  $\rho$  кривизны можно найти, используя формулу (18). Первая производная  $\frac{dr}{d\delta}$ , входящая в последнюю, определится из уравнения (14)  $\frac{dr}{d\delta} = \frac{r}{\operatorname{tg} \xi}$ ; вторая производная  $\frac{d^2r}{d\delta^2}$  опреде-

лится при последовательном дифференцировании уравнений (22), (23) и последнего уравнения. После дифференцирования и некоторого преобразования, будем иметь

$$\frac{d^2 r}{d \xi^2} = \frac{r \left[ 1 + \frac{1}{\cos^2 \nu} \left( 1 + \frac{2r \operatorname{tg} \xi_0 \cos \nu}{p \operatorname{tg} \xi} \right) \right]}{\operatorname{tg}^2 \xi}.$$

Подставляя теперь полученные значения  $\frac{dr}{d\xi}$  и  $\frac{d^2 r}{d\xi^2}$  в формулу (18), после преобразований придем к следующей зависимости:

$$Q = \frac{\frac{r}{\sin \xi}}{1 - \frac{\cos^2 \xi}{\cos^2 \nu} \left( 1 + \frac{2r \operatorname{tg} \xi_0 \cos \nu}{p \operatorname{tg} \xi} \right)}. \quad (24)$$

Рассмотренная выше линейчатая винтовая поверхность в общем случае, когда  $r \neq 0$  и  $\frac{p}{r} \neq \operatorname{tg} \xi_0$  называется конволистной. В частном случае, когда  $r_0 = 0$ , прямолинейный профиль  $B_0 C_0$  находится в осевой плоскости и  $\xi_0 = \xi_a$ . Винтовая поверхность, образованная движением такого профиля, называется архимедовой, так как кривая ее профиля  $BC$  в торновой плоскости  $xOy$  является архимедовой спиралью. Для последней уравнения (22), (23) и (24) примут соответственно следующий вид:

$$\delta = \delta_0 + \frac{\pi}{2} - \frac{r \operatorname{tg} \xi_0}{p}; \quad (25)$$

$$\operatorname{tg} \xi = -\frac{r \operatorname{tg} \xi_0}{p}; \quad (26)$$

$$Q = \frac{r}{\sin \xi (1 + \cos^2 \xi)}. \quad (27)$$

В частном случае, когда

$$r_0 = \frac{p}{\operatorname{tg} \xi_0}, \quad (28)$$

линейчатая винтовая поверхность называется эвольвентной, так как кривая ее профиля  $BC$  в торновой плоско-

сти  $xOy$  является эвольвентной. Для последней, как следует из уравнения (23),  $v = \frac{\pi}{2} + \xi$ , и с учетом этой зависимости (22), (23), (24) примут соответственно вид

$$\delta = \delta_0 + \operatorname{tg} \xi - \xi; \quad (29)$$

$$\cos \xi = \frac{r_0}{r}; \quad (30)$$

$$q = r_0 \operatorname{tg} \xi. \quad (31)$$

Архимедовы, эвольвентные и конволютные червяки могут задаваться различными параметрами в зависимости от конкретного назначения червяка. Для решения вопросов формообразования червяков надо знать в их торцевой плоскости для каждой расчетной точки профиля значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ . Общие зависимости, позволяющие определить значения этих параметров для червяков с линейчатой винтовой поверхностью, выведена выше. В каждом конкретном случае эти зависимости приходится дополнять формулами, которые помогут определить искомые параметры червяка в зависимости от заданных.

В частности, в промышленности применяют конволютные червяки с прямолинейным профилем в нормальном сечении, т. е. в плоскости, нормальной к какой-то наперед заданной винтовой линии червяка. В этой плоскости задают профильный угол  $\alpha_N$ , толщину  $S_N$  зуба и радиус  $r_d$  делительного цилиндра, а положение плоскости — углом  $\lambda_N$  подъема винтовой линии, к которой эта плоскость будет нормальна (рис. 10). Чтобы воспользоваться формулами (21), (22) и (23) для определения значений параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в торцевой плоскости этого червяка надо по заданным параметрам  $\alpha_N$ ,  $S_N$ ,  $r_d$ ,  $\lambda_N$  определить сначала параметры  $r_0$ ,  $\xi_0$ ,  $z_0$ , которые входят в указанные формулы.

По рис. 10 имеем:  $a_1 = \frac{S_N}{2}$  (рис. 10, а);  $a_2 = \frac{a_1}{\operatorname{tg} \alpha_N}$  (проекция а);  $a_3 = a_1 \cos \lambda_N$  (рис. 10, б);  $a_4 = a_1 \sin \lambda_N$  (проекция б);  $\operatorname{tg} v = \frac{a_4}{a_2}$  (рис. 10, в);  $a_5 = \frac{a_2}{\cos v}$  (проекция в);  $\operatorname{tg} \xi_0 = \frac{a_3}{a_5}$  (рис. 10, г).

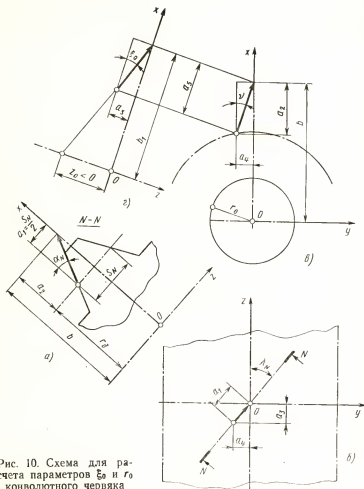


Рис. 10. Схема для расчета параметров  $\xi_0$  и  $r_0$  конволютного червяка

Решая эти зависимости совместно, получим

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} v &= \operatorname{tg} \alpha_N \sin \lambda_N; \\ \operatorname{tg} \xi_0 &= \operatorname{tg} \alpha_N \cos \lambda_N \cos v. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Далее по рис. 10 имеем  $b - r_0 + \frac{S_N}{2 \operatorname{tg} \alpha_N}$  (рис. 10, а);

$r_0 = b \sin v$  (рис. 10,  $\theta$ );  $b_1 = b \cos v$  (проекция  $\theta$ );  $-z_0 = b_1 \operatorname{tg} \xi_0$  (рис. 10,  $z$ ), откуда получим значения искомых параметров  $r_0$  и  $z_0$ :

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= \left( r_x + \frac{S_N}{2 \operatorname{tg} \alpha_N} \right) \sin v; \\ z_0 &= - \left( r_x + \frac{S_N}{2 \operatorname{tg} \alpha_N} \right) \cos v \operatorname{tg} \xi_0. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

**Параметры поверхности вращения.** Поверхность вращения детали образуется вращательным движением профиля. Она является частным случаем винтовой поверхности, когда значение винтового параметра  $p$  равно нулю. Примем в правой системе координат  $xuz$ , связанной с деталью, ось  $z$  за ось винтовой поверхности и будем считать, что начальное положение профиля  $B_a C_a$  поверхности вращения находится в осевой плоскости  $xOy$ . В каждой своей точке профиль характеризуется параметрами  $r$ ,  $z$ ,  $\xi_a$ ,  $\varphi_a$ , а смещение повторяющихся поверхностей вращения — шагом  $t$  (рис. 11,  $a$ ). Все эти параметры полностью совпадают с параметрами осевого сечения винтовой поверхности плоскостью (см. рис. 8).

**Параметры цилиндрической поверхности.** Цилиндрическая поверхность образуется прямолинейным движением профиля. Для детали будем рассматривать ее как частный случай винтовой поверхности, когда значение винтового параметра  $p$  равно бесконечности. В правой системе координат  $xuz$ , связанной с деталью, начальное

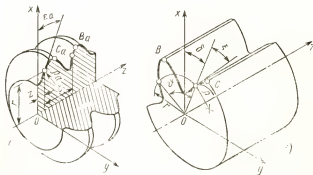


Рис. 11. Параметры поверхности вращения и цилиндрической поверхности

положение профиля  $BC$  цилиндрической поверхности находится в плоскости  $xOy$ , а его движение при образовании цилиндрической поверхности осуществляется в направлении, параллельном оси  $z$ . В каждой своей точке профиль  $BC$  характеризуется параметрами  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ ,  $\varrho$ , а смещение повторяющихся поверхностей — угловым шагом  $\Phi$  (рис. 11, б). Все эти параметры полностью совпадают с параметрами торцового сечения винтовой поверхности (см. рис. 8).

### Параметры производящей поверхности инструмента

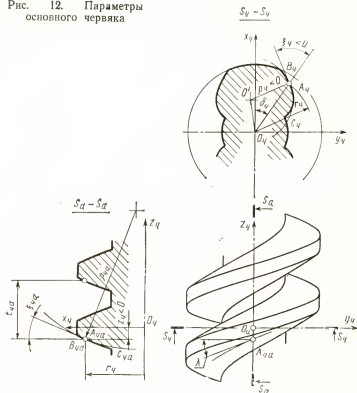
Теоретически точную производящую поверхность, сопрягаемую с номинальной поверхностью детали, принято называть основной или инструментальной поверхностью. В соответствии с этим производящую поверхность червячного инструмента называют основным червяком, производящую поверхность реечного инструмента — инструментальной рейкой.

Производящая поверхность червячного, дискового и реечного инструментов является соответственно винтовой, поверхностью вращения и цилиндрической поверхностью. Параметры таких поверхностей для обрабатываемой детали установили выше. Для инструмента они будут аналогичными. Однако для того, чтобы каждый раз было ясно, о каком инструменте идет речь, будем параметры основного червяка снабжать индексом  $ч$ , параметры производящей поверхности дискового инструмента — индексом  $и$ , параметры инструментальной рейки — индексом  $р$ . Кроме этого профильные углы производящей поверхности каждого из трех видов инструментов будем обозначать различными буквами.

**Параметры основного червяка.** Известно, что всякий червяк в общем случае представляет собой деталь с винтовыми зубьями, у которой число зубьев равно числу заходов червяка. Поэтому поверхность основного червяка можем определить параметрами, подобными тем, которыми определяли обрабатываемую зубчатую деталь, имеющую винтовые зубья.

Свяжем основной червяк с правой системой координат  $x_чy_чz_ч$  так, чтобы ось червяка совпадала с осью  $z_ч$  (рис. 12), и будем считать, что начальное положение его профиля  $B_чC_ч$  находится в торцовой плоскости  $x_чO_чy_ч$ . Профиль  $B_чC_ч$  в любой расчетной точке  $A_ч$  ха-

Рис. 12. Параметры  
основного червяка



рактизуется полярными координатами  $r_q$  и  $\delta_q$ , углом  $\xi_q$  между касательной к профилю и радиусом-вектором  $O_qA_q$ , а также радиусом  $\rho_q$  кривизны. Как и для обрабатываемой зубчатой детали, условимся считать знаки положительными у  $\delta_q$ , если радиус  $O_qA_q$  повернут относительно оси  $x_q$  по часовой стрелке;  $\xi_q$ , если касательная повернута относительно радиуса-вектора  $O_qA_q$  по часовой стрелке (знак первой производной  $\frac{d\delta_q}{dr_q}$ ), у  $\rho_q$ , если линия  $O_qO'_q$  повернута относительно радиуса-вектора  $O_qA_q$  по часовой стрелке.

Винтовое движение профиля основного червяка принято характеризовать или осевым шагом (ходом)  $t_{qa}$ , или винтовым параметром  $p_q$ , или углом  $\lambda$  подъема винтовой линии на цилиндре какого-либо радиуса  $r_q$  (см.

рис. 12). Между этими параметрами существуют следующие зависимости:

$$\left. \begin{aligned} p_q &= \frac{t_{qa}}{2\pi} ; \\ p_q &= r_q \operatorname{tg} \lambda. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Ниже при выводе всех расчетных зависимостей будем считать, что винтовое движение профиля задано винтовым параметром  $p_q$  и что для правого червяка знак у  $p_q$  — плюс, а для левого — минус.

При проектировании червячных инструментов часто возникает необходимость определить параметры профиля  $B_{qa}C_{qa}$  основного червяка в осевой плоскости. Такими параметрами являются координаты  $r_q$  и  $z_q$ , профильный угол  $\xi_{qa}$  и радиус  $\rho_{qa}$  кривизны. Связь между последними и параметрами червяка  $\delta_q$ ,  $\xi_q$  и  $\rho_q$  в торсовой плоскости червяка выражается зависимостями, аналогичными зависимостям (13), (17) и (20):

$$\left. \begin{aligned} \delta_q &= -\frac{z_q}{p_q} ; \\ \operatorname{tg} \xi_q &= -\frac{r_q}{p_q} \operatorname{tg} \xi_{qa} ; \\ \rho_q &= \frac{r_q^2}{r_q \sin \xi_q (2 - \sin^2 \xi_q) - \frac{p_q^2 \sin^3 \xi_q}{\rho_{qa} \sin^3 \xi_{qa}}} . \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Угловой шаг  $\vartheta$  повторяющихся профилей основного червяка может быть задан между любыми одноименными точками этих профилей. При постоянной величине углового шага

$$\vartheta_q = \frac{2\pi}{z_q} ,$$

где  $z_q$  — число заходов червяка.

Угловой шаг  $\vartheta_q$  и осевой шаг  $t_q$  связаны зависимостью:

$$t_q = p_q \vartheta_q . \quad (36)$$

В инструментальном производстве особое значение имеют червяки с линейчатыми винтовыми поверхностями. Все они характеризуются параметрами, аналогичными тем, которыми характеризовались линейчатые по-



верхности деталей. Расчетные формулы для определения параметров  $r_q$ ,  $\delta_q$ ,  $\xi_q$  и  $q_q$  профилей этих поверхностей будут иметь следующий вид: для конволютного червяка в соответствии с зависимостями (22), (23) и (24):

$$\delta_q = \nu_q - \frac{r_q \operatorname{tg} \xi_{q0} \cos \nu_q + z_{q0}}{p_q}, \quad (37)$$

где

$$\sin \nu_q = \pm \frac{r_{q0}}{r_q};$$

$$\operatorname{tg} \xi_q = -\operatorname{tg} \nu_q - \frac{r_q \operatorname{tg} \xi_{q0}}{p_q \cos \nu_q}; \quad (38)$$

$$q = \frac{\frac{r_q}{\sin \xi_q}}{1 - \frac{\cos^2 \xi_q}{\cos^2 \nu_q} \left( 1 + \frac{2r_q \operatorname{tg} \xi_{q0} \cos \nu_q}{p_q \operatorname{tg} \xi_q} \right)}; \quad (39)$$

для архимедова червяка в соответствии с зависимостями (25), (26) и (27)

$$\delta_q = -\frac{r_q \operatorname{tg} \xi_{q0} + z_{q0}}{p_q}; \quad (40)$$

$$\operatorname{tg} \xi_q = -\frac{r_q \operatorname{tg} \xi_{q0}}{p_q}; \quad (41)$$

$$q = \frac{r_q}{\sin \xi_q (1 + \cos^2 \xi_q)}; \quad (42)$$

для эвольвентного червяка в соответствии с зависимостями (29), (30) и (31)

$$\delta_q = \operatorname{tg} \xi_q - \xi_q - \frac{z_{q0}}{p_q} - \frac{\pi}{2}; \quad (43)$$

$$\cos \xi_q = \frac{r_{q0}}{r_q}; \quad (44)$$

$$q_q = r_{q0} \operatorname{tg} \xi_{qr} \quad (45)$$

Здесь  $r_{q0}$  — радиус основного цилиндра червяка;  $\xi_{q0}$  — угол наклона прямолинейного профиля, образующего винтовую линейчатую поверхность относительно торцевой плоскости  $x_q O_q y_q$ ;  $z_{q0}$  — постоянная величина, характеризующая смещение профиля  $B_{q0} C_{q0}$  в направлении оси  $z_q$ .

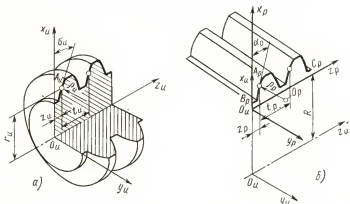


Рис. 13. Параметры производящей поверхности дискового инструмента и инструментальной рейки

**Параметры производящей поверхности дисковых инструментов.** Производящая поверхность вращения является частным случаем винтовой поверхности основного червяка, когда значение ринтового параметра  $p_{\text{ч}}$  равно нулю.

Примем в правой системе координат  $x_{\text{и}}y_{\text{и}}z_{\text{и}}$  (рис. 13, а), связанной с инструментом, ось  $z_{\text{и}}$  за ось производящей поверхности и будем считать, что начальное положение профиля  $B_{\text{и}}C_{\text{и}}$  поверхности вращения находится в осевой плоскости  $x_{\text{и}}O_{\text{и}}z_{\text{и}}$ . В каждой своей точке профиль  $B_{\text{и}}C_{\text{и}}$  характеризуется параметрами  $R_{\text{и}}$ ,  $z_{\text{и}}$ ,  $\sigma_{\text{и}}$ ,  $q_{\text{и}}$ , а осевое смещение повторяющихся профилей шагом  $t_{\text{и}}$ . Все эти параметры соответственно совпадают с параметрами  $r_{\text{ч}}$ ,  $z_{\text{ч}}$ ,  $\xi_{\text{ч} \text{ а}}$ ,  $q_{\text{ч} \text{ а}}$  осевого сечения основного червяка плоскостью  $x_{\text{и}}O_{\text{и}}z_{\text{и}}$  (см. рис. 12).

**Параметры инструментальной рейки.** Будем рассматривать инструментальную рейку как частный случай производящей поверхности дискового инструмента, когда ось последней бесконечно удалена. В этом случае профиль дискового инструмента в осевой плоскости будет совпадать с профилем инструментальной рейки. Однако для определения параметров последнего воспользоваться системой координат  $x_{\text{и}}y_{\text{и}}z_{\text{и}}$ , в которой задан профиль производящей поверхности дискового инструмента, нельзя, так как начало  $O_{\text{и}}$  системы координат  $x_{\text{и}}y_{\text{и}}z_{\text{и}}$  для рейки перемещается в бесконечность. Поэтому для инст-

рументальной рейки введем новую систему координат  $x_p y_p z_p$ , которая связана с системой координат  $x_n y_n z_n$  следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} x_p &= x_n - R; \\ y_p &= y_n; \\ z_p &= z_n, \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

где  $R$  — расстояние между системами координат  $x_n y_n z_n$  и  $x_p y_p z_p$ , измеренное вдоль оси  $x_n$  (рис. 13, б). Будем считать, что начальное положение профиля  $B_p C_p$  инструментальной рейки находится в плоскости  $x_p O_p z_p$ . Эта плоскость перпендикулярна направлению зубьев рейки и поэтому называется нормальной, а лежащий в ней профиль  $B_p C_p$  — нормальным профилем рейки.

Для решения вопросов, связанных с формообразованием детали, в каждой расчетной точке  $A_p$  профиля  $B_p C_p$  рейки должны быть известны следующие параметры: координаты  $x_p$  и  $z_p$ ; угол  $\alpha_p$  между осью  $x_p$  и касательной к профилю, а также радиус  $\rho_p$  кривизны профиля. Знак угла  $\alpha_p$  совпадает со знаком первой производной  $\frac{dz_p}{dx_p}$ , так как  $\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{dz_p}{dx_p}$ , а знак  $\rho_p$  совпадает со знаком второй производной  $d^2z/dx^2$ . В условиях выбранной нами системы координат при взгляде со стороны стрелки оси  $y_p$  угол  $\alpha_p$  в данной точке  $A_p$  профиля рейки будем иметь знак плюс в том случае, если касательная к профилю повернута относительно оси  $x_p$  по часовой стрелке, а радиус  $\rho_p$  кривизны будет иметь знак плюс, если центр  $O_\rho$  кривизны находится справа от точки  $A_p$ .

Шаг  $t_p$  зубьев инструментальной рейки в нормальной плоскости  $x_p O_p y_p$  рейки принято называть нормальным шагом.

## ПАРАМЕТРЫ УСТАНОВКИ ИНСТРУМЕНТОВ ОТНОСИТЕЛЬНО ДЕТАЛИ

При проектировании инструментов приходится различать теоретические и технологические параметры установки инструмента относительно детали. Теоретические параметры определяют положение системы координат инструмента относительно системы координат детали. Эти параметры являются общими для всех дисковых, речных и червячных инструментов и необходимы для ведения расчетов. Технологические параметры необходимы для непосредственной установки инструментов относительно детали на станке, и они определяются в каждом конкретном случае от базовых поверхностей инструмента с учетом конструктивного оформления инструмента и технологических удобств выполнения операции обработки детали. Естественно, что между теоретическими и технологическими параметрами установки инструмента должны существовать аналитические зависимости. В настоящей главе будут рассмотрены только теоретические параметры установки инструментов. Технологические параметры будут определены в примерах расчетов конкретных инструментов.

При определении теоретических параметров установки инструментов будем иметь в виду, что в общем случае номинальная поверхность детали является винтовой поверхностью.

### Параметры установки дисковых инструментов

Положение инструмента относительно детали определяется в общем случае шестью параметрами:  $l_x$ ,  $l_y$ ,  $l_z$ ,  $\varphi_{xy}$ ,  $\varphi_{yz}$ ,  $\varphi_{zx}$  (см. стр. 9). Однако, используя свойство поверхностей, допускающих движение «самих по себе», при обработке винтовой поверхности дисковым инструментом число таких параметров можно свести к трем.

При установке дискового инструмента начало  $O_i$  системы координат  $x_i y_i z_i$  инструмента в общем случае смещается вдоль оси  $x$  системы координат  $xyz$  детали на величину  $l_x$ , вдоль оси  $y$  — на величину  $l_y$ , вдоль оси  $z$  — на величину  $l_z$  (рис. 14, а). Поворот системы координат  $xyz$  вокруг оси  $z_i$  (вокруг оси произвольной поверхности) на угол  $\varphi_{zx}$  приводит к движению произвольной

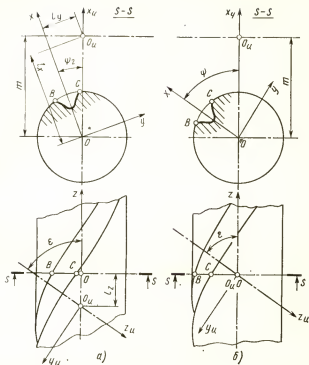


Рис. 14. Параметры установки дисковых инструментов

поверхности вращения «самой по себе». Поэтому значение угла  $\varphi_{zH}$  может быть принято любым. Примем его таким, чтобы в сумме с углом  $\varphi_{yH}$  поворота вокруг оси  $y_H$  плоскость  $y_H O_H z_H$  системы координат  $x_H y_H z_H$  заняла положение, параллельное оси  $z$ . В этом случае величина  $m$  будет кратчайшим расстоянием между осями  $z$  и  $z_H$ , а угол  $\varphi_{xH}$  поворота системы координат  $x_H y_H z_H$  вокруг оси  $x_H$  будет дополнительным углом к углу  $\epsilon$  скрещивания осей  $z$  и  $z_H$ . Тогда угол  $\psi_z$  (рис. 14, а) будет являться углом поворота системы координат  $x_H y_H z_H$  вокруг оси  $z$  детали. Приняв  $m$  и  $\psi_z$  параметрами установки, можем через них выразить величины  $l_x$  и  $l_y$ :  $l_x = m \cos \psi_z$ ;  $l_y = m \sin \psi_z$ .

Таким образом, положение оси  $z_H$  дискового инструмента относительно детали определили четырьмя пара-

метрами:  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\psi_z$  и  $l_z$ . Покажем, что два последние параметра —  $\psi_z$  и  $l_z$  при обработке винтовой поверхности могут быть выражены через один параметр  $\psi$ .

Перемещение производящей поверхности инструмента, сопряженной с номинальной винтовой поверхностью детали, вдоль оси  $z$  последней на величину  $l_z$  вызывает ее поворот вокруг оси на угол  $\psi_z'$ :  $\psi_z' = -\frac{l_z}{p}$ , что равносильно повороту инструмента относительно детали вокруг ее оси  $z$  на угол  $-\psi_z'$ . Углы  $\psi_z$  и  $\psi_z'$  поворота инструмента можно сложить. Суммарный угол  $\psi$  поворота оси  $x_n$  системы координат  $x_n y_n z_n$  в плоскости  $xOy$  относительно оси  $x$  будет

$$\psi = \psi_z - \frac{l_z}{p}. \quad (47)$$

Поэтому при решении вопросов формообразования можем параметры  $\psi_z$  и  $l_z$  заменить одним параметром  $\psi$  и считать, что ось  $x_n$  инструмента всегда находится в плоскости  $xOy$  детали и повернута относительно оси  $x$  на угол  $\psi$  (рис. 14, б).

Итак, положение оси дискового инструмента относительно детали будем определять тремя теоретическими параметрами:  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$ . Будем считать знаки положительными у  $m$ , если эта величина отсчитывается от оси  $z$  в сторону положительного направления оси  $x_n$ ; у  $\epsilon$ , если при взгляде со стороны положительного направления оси  $x_n$  угол  $\pi - \epsilon$  отсчитывается от оси  $z$  по часовой стрелке; у  $\psi$ , если при взгляде в положительном направлении оси  $z$  этот угол отсчитывается от оси  $x$  по часовой стрелке.

Дисковым инструментом можно обрабатывать как наружные, так и внутренние винтовые поверхности, причем наружные винтовые поверхности двумя способами: с наружным касанием и с внутренним (рис. 15). Во всех этих случаях положение оси дискового инструмента относительно винтовой поверхности характеризуется параметрами  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$ . Ст того, какими будут принятые значения параметров  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\psi$ , зависят не только конструктивные, технологические и эксплуатационные показатели инструмента, но и сама возможность обработки винтовой поверхности. Не редки случаи, когда значения всех трех параметров  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\psi$  или значения одного или двух из них предопределяются условиями обработки

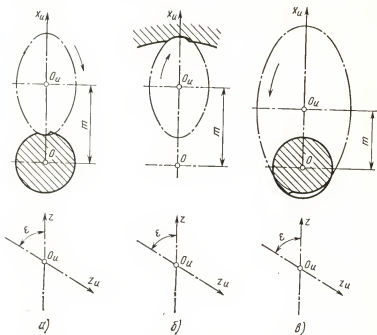


Рис. 15. Схемы касания производящей поверхности инструмента при обработке поверхностей:

*а*—наружной по способу наружного касания; *б*—внутренней; *в*—наружной по способу внутреннего (охватывающего) касания

(например, при нарезании зубьев шевронных колес пальцевой модульной фрезой, при фрезеровании резьбы гребенчатой резьбовой фрезой и т. д.). Однако в большинстве случаев значения всех трех параметров приходится выбирать при проектировании инструмента.

Оптимальными значениями параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  будут такие, которые, с одной стороны, обеспечивают выполнение обоих условий обработки номинальной поверхности детали, а, с другой стороны, обеспечивают выполнение конструктивных, технологических и эксплуатационных требований к проектируемому инструменту. Поэтому для создания рациональной конструкции инструмента часто приходится делать анализ для определения характера влияния параметров установки оси инструмента на тот или другой элемент его режущей части.

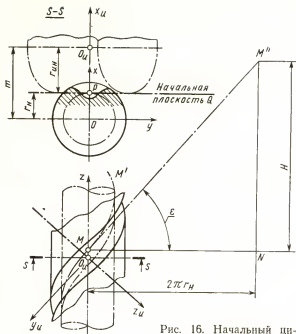


Рис. 16. Начальный цилиндр детали

Рассмотрим теперь еще два расчетных вспомогательных параметра  $r_n$  и  $r_{ин}$  установки дискового инструмента, которые являются функциями параметров  $\varepsilon$  и  $t$  и которыми иногда удобно пользоваться. На рис. 16 изображена винтовая поверхность. Разрежем ее цилиндром некоторого радиуса  $r_n$ . В пересечении получим винтовые линии. Одну из винтовых линий (например,  $MM'$ ) на длине одного хода  $t$  развернем на плоскость  $Q$ , которая касается цилиндра и перпендикулярна линии межосевого расстояния (оси  $x_n$ ). Получим прямую  $MM''$ , которая с торцевой плоскостью  $xOy$  детали составляет некоторый угол. Выберем значения  $r_n$  таким, чтобы этот угол был равен углу  $\varepsilon$  скрещивания осей винтовой поверхности и дискового инструмента, т. е. чтобы из треугольника  $MM''N$  следовала зависимость  $\frac{2\pi r_n}{t} = \operatorname{ctg} \varepsilon$ , откуда, учитывая формулу (11), получим

$$r_n = p \operatorname{ctg} \varepsilon. \quad (48)$$



Если радиус  $r_n$  цилиндра детали удовлетворяет последнему равенству, то такой цилиндр называется начальным, а плоскость  $Q$ , на которую разворачиваются винтовые линии, лежащие на этом цилиндре, — начальной плоскостью.

Цилиндр инструмента, радиус которого

$$r_{ин} = m - r_n, \quad (49)$$

называется начальным цилиндром инструмента. Пересечение такого цилиндра с производящей поверхностью дискового инструмента дает окружность. Начальные цилиндры детали и инструмента касаются в точке, лежащей на линии межосевого расстояния. Эта точка называется полюсом.

Развертки на начальную плоскость винтовых линий, лежащих на начальном цилиндре детали, и линий пересечения начального цилиндра инструмента с его производящей поверхностью, параллельны, а если они проходят через полюс  $F$  — то совпадают. При разворачивании поверхности начального цилиндра на начальную плоскость происходит качение этого цилиндра по начальной плоскости без скольжения.

### Параметры установки реечных инструментов

Ранее решено производящую поверхность реечного инструмента рассматривать как частный случай производящей поверхности дискового инструмента. Установка дискового инструмента относительно винтовой поверхности характеризуется тремя параметрами:  $m$ ,  $\varepsilon$ ,  $\varphi$ . Для инструментальной рейки  $m = \infty$  и, следовательно, положение инструментальной рейки относительно винтовой поверхности детали будет характеризоваться только параметрами  $\varepsilon$  и  $\varphi$ , которые для инструментальной рейки будем обозначать соответственно через  $\varepsilon_p$  и  $\varphi_p$ . Радиус  $r_{ин}$  начального цилиндра инструмента в этом случае равен бесконечности и начальный цилиндр превращается в плоскость. Радиус  $r_n$  начального цилиндра детали согласно формуле (48) примет вид

$$r_n = p \operatorname{ctg} \varepsilon_p, \quad (50)$$

а направление зуба рейки относительно торцевой плоскости  $xOy$  детали определяется углом  $\varepsilon_p$ .

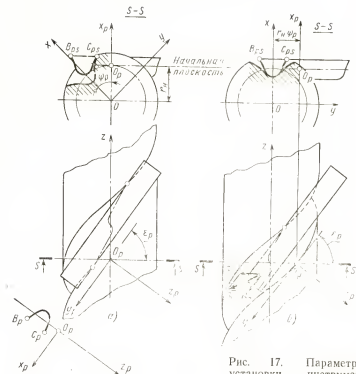


Рис. 17. Параметры установки инструментальной рейки относительно детали

Расположим начало  $O_p$  системы координат  $x_p y_p z_p$  инструментальной рейки в начальной плоскости и предоставим рейке возможность перемещаться в этой плоскости. Тогда при повороте на угол  $\psi_p$  детали, начальный цилиндр которой сопряжен с начальной плоскостью без скольжения, рейка вместе с начальной плоскостью переместится параллельно торцевой плоскости на величину  $r_n \psi_p$  (рис. 17). Ниже (стр. 102) докажем, что для реечных инструментов угол  $\psi_p$  не влияет на форму производящей поверхности, и поэтому при указанном повороте и соответствующем перемещении рейки контакт последней с винтовой поверхностью сохранится.

Перемещение начальной плоскости (связанной с рейкой) «самой по себе» в любом направлении  $\vec{G}$  можно разложить на перемещение  $\vec{G}_x$  в плоскости, параллельной плоскости  $xOy$  и перемещение  $\vec{G}_y$  вдоль оси  $y_p$

(рис. 17). Всякое перемещение вдоль оси  $y_p$  является движением поверхности рейки «самой по себе» и на условия сопряжения ее с деталями влияния не оказывает. Остается только движение рейки в плоскости, параллельной плоскости  $xOy$ , которое связано с соответствующим поворотом детали и которое также не оказывает влияния на условия сопряжения рейки с производящей поверхностью детали. Таким образом, перемещение начальной плоскости, связанной с инструментальной рейкой, «самой по себе» в любом направлении не нарушает условий сопряжения рейки с деталями, если соблюдаются условия качения начального цилиндра по начальной плоскости без скольжения.

Итак, положение инструментальной рейки относительно обрабатываемой винтовой поверхности детали будем определять двумя расчетными параметрами  $e_p$  (или  $r_n$ ) и  $\psi_p$ . Заметим, что обычно систему координат  $xuz$  детали выбирают так, чтобы при обработке последней реечным инструментом  $\psi_p = 0$ . Тогда положение инструментальной рейки определяется только одним параметром  $e_p$ .

### Параметры установки червячных инструментов

Положение оси червячного инструмента относительно детали можно характеризовать теми же параметрами  $m$ ,  $e$  и  $\psi$ , которыми характеризовали положение оси дискового инструмента и которые для червячного инструмента будем обозначать соответственно через  $m_q$ ,  $e_q$ ,  $\psi_q$ .

Как увидим ниже, параметр  $\psi_q$  на условие сопряжения производящей поверхности основного червяка с номинальной винтовой поверхностью детали влияния не оказывает, причем обычно на практике систему координат  $xuz$  детали выбирают так, чтобы  $\psi_q = 0$ . Таким образом, основными расчетными параметрами установки червячных инструментов являются  $m_q$  и  $e_q$ . Они же, как правило, служат и технологическими параметрами установки.

На практике часто вместо параметров  $m_q$  и  $e_q$  применяют в качестве расчетных параметров установки червячных инструментов некоторые вспомогательные параметры, в частности, радиусы  $r_n$  и  $r_{qn}$  начальных цилиндров детали и червячного инструмента и углы подъема винтовых линий на этих цилиндрах. Пусть винтовая по-

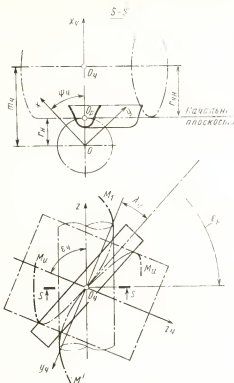


Рис. 18. Параметры установки основного червяка относительно инструментальной рейки

верхность детали и производящая поверхность основного червяка одновременно сопрягаются с одной и той же инструментальной рейкой, только деталь сопрягается с одной стороны рейки (нижней), а червяк — с другой (верхней) (рис. 18). Зуб рейки в этом случае представляет собой желоб с бесконечно малой толщиной стенки. Предположим, что при этом начальная плоскость является общей для детали, инструментальной рейки и основного червяка. При сопряжении гинтовой поверхности основного червяка с рейкой радиус  $r_{qn}$  начального цилиндра основного червяка должен удовлетворять уравнению, аналогичному (50):

$$r_{qn} = p_q \operatorname{ctg} \lambda_n, \quad (51)$$

где  $\lambda_n$  — угол между торцовой плоскостью основного червяка и направлением зуба рейки (он же является уг-

лом подъема винтовой линии на начальном цилиндре основного червяка).

Но, как следует из рис. 18,

$$\left. \begin{aligned} r_n + r_{qn} &= m_q; \\ a \\ \varepsilon_p + \lambda_n &= \varepsilon_q. \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

## Глава IV

### ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДИСКОВЫМИ ИНСТРУМЕНТАМИ

При обработке винтовой поверхности дисковым инструментом схема формообразования выглядит следующим образом: криволинейными координатами  $n$  и  $q$  номинальной поверхности детали выбираются соответственно торцовый профиль и винтовые линии; номинальная поверхность детали является огибающей однопараметрического семейства поверхностей резания и поэтому на условия формообразования влияют три параметра инструмента; один из последних — движение резания как функция координат  $n$  и  $q$  выбирается (выбирается положение оси вращения инструмента); подача инструмента предопределяется формой винтовых линий ( $q$ ); профиль поверхности резания рассчитывается как функция координат  $n$  и  $q$ . Если дисковый инструмент имеет производящую поверхность (шлифовальные круги, фрезы, ролики), то при данной схеме формообразования она совпадает с поверхностью резания. Однако к дисковым инструментам относятся и резцы-летучки, которые не имеют производящей поверхности, но у которых поверхность резания является «жесткой» поверхностью вращения. Последние условно будем считать производящей поверхностью и в расчетах дисковых инструментов вместо поверхности резания будем пользоваться только производящей поверхностью.

В каждый момент обработки производящая поверхность инструмента и винтовая поверхность детали имеют линейное касание по линии  $B_0C_0$  (рис. 19, а). После включения подачи линия  $B_0C_0$  касания будет перемещаться вдоль винтовых линий и тем самым придавать винтовой поверхности требуемый профиль. Первое условие формообразования может быть сформулировано так: в каждом сечении плоскостью  $Q$ , перпендикулярной оси

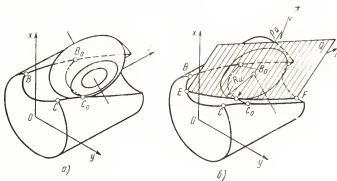


Рис. 19. Сопряжение производящей поверхности дискового инструмента с винтовой поверхностью детали

инструмента, окружность сечения производящей поверхности и кривая  $EF$  сечения винтовой поверхности должны иметь общую касательную (рис. 19, б). Второе условие формообразования соответственно будет иметь следующую формулировку: в каждом сечении плоскостью  $Q$ , перпендикулярной оси инструмента, радиус  $R_n$  окружности сечения производящей поверхности должен быть меньше радиуса  $\rho_q$  кривизны кривой  $EF$  сечения винтовой поверхности (или в крайнем случае ему равен), т. е.  $R_n \leq \rho_q$ .

Третье условие формообразования требует, чтобы производящая поверхность инструмента не пересекала номинальную поверхность детали. Чтобы сформулировать третье условие формообразования винтовой поверхности дисковым инструментом, представим себе поверхность  $\Phi_n$  вращения (ось ее совпадает с осью  $z_n$  инструмента), на которой располагается винтовая линия  $J_1J_2$ , проходящая через данную точку  $J(r_J, \delta_J)$ , профиля винтовой поверхности. Координатам  $r_J, \delta_J, z_J$  каждой точки этой винтовой линии на поверхности  $\Phi_n$  будут соответствовать координаты  $R_n, z_n$  профиля поверхности  $\Phi_n$  (см. рис. 23).

Производящая поверхность инструмента не будет пересекать данную винтовую линию  $J_1J_2$  на всем ее протяжении от точки  $J_1$  до точки  $J_2$ , если профиль поверхности  $\Phi_n$  не будет пересекать профиль производящей поверхности. Тогда третье условие формообразования поверхностей дисковым инструментом может быть сфор-

мулировано так: профиль  $(J_{\Phi_1} J_{\Phi_2})$  поверхности  $\Phi_n$  вращения, на которой лежит данная винтовая линия  $(r_J, \delta_J)$  номинальной поверхности детали, должен лежать вне профиля производящей поверхности инструмента.

В свете выполнения трех условий формообразования ниже рассматриваются все вопросы формообразования дисковыми инструментами винтовых поверхностей.

### Определение профиля дискового инструмента для обработки винтовой поверхности

Здесь решается задача о расчете значений параметров  $R_n$ ,  $z_n$  и  $\sigma_n$  для каждой точки профиля производящей поверхности дискового инструмента, предназначенного для обработки заданной винтовой поверхности. Предполагается, что значения параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  установки инструмента выбраны такими, что все три условия формообразования поверхности детали выполняются.

Пусть винтовая поверхность в системе координат  $xuz$  (рис. 20), связанной с деталью, задана уравнениями (12) и для каждой расчетной точки ее профиля известны значения параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$ . Производящая поверхность дискового инструмента связана с системой координат  $x_n y_n z_n$ . Положение системы координат  $x_n y_n z_n$  относительно системы координат  $xuz$  детали определяется тремя параметрами:  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$ . Формулы перехода из системы координат  $xuz$  в систему координат  $x_n y_n z_n$  представляются в следующем виде:

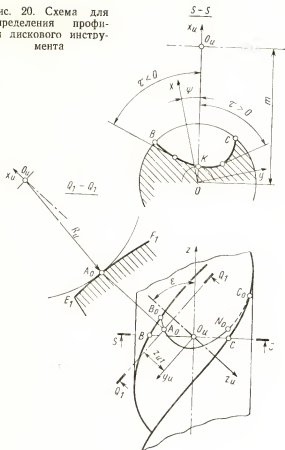
$$\left. \begin{aligned} x_n &= y \sin \psi + x \cos \psi - m; \\ y_n &= -(y \cos \psi - x \sin \psi) \cos \epsilon - z \sin \epsilon; \\ z_n &= (y \cos \psi - x \sin \psi) \sin \epsilon - z \cos \epsilon. \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Подставляя в эти формулы значения координат  $x$ ,  $y$  и  $z$  из уравнений (12), получим уравнения винтовой поверхности в системе координат  $x_n y_n z_n$ :

$$\left. \begin{aligned} x_n &= r \cos \mu - m; \\ y_n &= -r \sin \mu \cos \epsilon - p \varphi \sin \epsilon; \\ z_n &= r \sin \mu \sin \epsilon - p \varphi' \cos \epsilon, \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

$$\text{где} \quad \mu = \delta + \varphi - \psi. \quad (55)$$

Рис. 20. Схема для определения профиля лискового инструмента



Введем в расчет следующие промежуточные параметры:

$$\tau = \mu + \xi; \quad (56)$$

$$\left. \begin{aligned} v &= r \sin \xi; \\ u &= r \cos \xi, \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

где  $\xi$  — угол давления в данной расчетной точке  $(r, \delta)$  профиля винтовой поверхности, и в соответствии с этим преобразуем уравнения (54). Получим



$$\left. \begin{aligned} x_n &= u \cos \tau + v \sin \tau - m; \\ y_n &= -(u \sin \tau - v \cos \tau) \cos \varepsilon - p\varphi \sin \varepsilon; \\ z_n &= (u \sin \tau - v \cos \tau) \sin \varepsilon - p\varphi \cos \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

Пусть в процессе обработки винтовой поверхности, имеющей профиль  $BC$ , производящая поверхность инструмента имеет с винтовой поверхностью касание по линии  $B_0C_0$  (см. рис. 20). Рассечем эти поверхности плоскостью  $Q_1$ , перпендикулярной оси инструмента и состоящей на расстоянии  $z_n = z_{n1}$  от точки  $O_n$  скрещивания осей  $z$  и  $z_n$ . Следом сечения винтовой поверхности будет кривая  $E_1F_1$ , а следом сечения производящей поверхности будет окружность радиуса  $R_n$ .

Согласно зависимостям (58) кривая  $E_1F_1$  определится уравнениями

$$\left. \begin{aligned} x_n &= u \cos \tau + v \sin \tau - m; \\ y_n &= -(u \sin \tau - v \cos \tau) \cos \varepsilon - p\varphi \sin \varepsilon; \\ z_n &= z_{n1} = (u \sin \tau - v \cos \tau) \sin \varepsilon - p\varphi \cos \varepsilon, \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

а уравнения окружности радиуса  $R_n$ , полученной при сечении производящей поверхности плоскостью  $Q_1$ , будут

$$\left. \begin{aligned} R_n^2 &= x_n^2 + y_n^2; \\ z_n &= z_{n1}. \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

Касание кривой  $E_1F_1$  и дуги окружности радиуса  $R_n$  в точке  $A_0$  линии  $B_0C_0$  предусматривает совпадение координат этих кривых и равенство их первых производных  $dx_n/dy_n$ . Для удобства дифференцирования уравнений (59) выразим параметры профиля винтовой поверхности через один вспомогательный независимый параметр  $\beta$  следующим образом.

Построим в данной точке  $A$  профиля  $BC$  винтовой поверхности круг кривизны радиуса  $\varrho$  (рис. 21). Первая и вторая производные в точке  $A$ , подсчитанные соответственно для кривой  $BC$  и дуги, принадлежащей кругу кривизны, одинаковы. Поэтому для определения значений первой и второй производной в точке  $A$  можно дифференцировать не уравнение кривой  $BC$ , а уравнение дуги круга кривизны. Положение каждой точки (в частности, точки  $A$ ) на дуге круга кривизны определяется параметрами  $L$  и  $\theta$  положения его центра  $O_\varrho$ , величиной радиуса  $\varrho$  и углом  $\beta$  поворота (от некоторого началь-



Теперь дифференцируем уравнения (59) кривой  $E_1F_1$ :

$$\left. \begin{aligned} dx_n &= du \cos \tau - u \sin \tau d\tau + dv \sin \tau + v \cos \tau d\tau; \\ dy_n &= -(du \sin \tau + u \cos \tau d\tau - dv \cos \tau + \\ &\quad + v \sin \tau d\tau) \cos \varepsilon - p \sin \varepsilon d\varphi; \\ 0 &= (du \sin \tau + u \cos \tau d\tau - dv \cos \tau + \\ &\quad + v \sin \tau d\tau) \sin \varepsilon - p \cos \varepsilon d\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

Подставляя в полученные уравнения значения  $du$  и  $dv$  из уравнений (62), а затем исключая  $d\varphi$  из двух первых подстановкой из третьего, после преобразований приходим к следующему выражению:

$$-\frac{dx_n}{dy_n} = \frac{\sin \varepsilon}{p} \left( p \operatorname{ctg} \varepsilon \operatorname{ctg} \tau - \frac{u}{\sin \tau} \right). \quad (64)$$

Дифференцирование же уравнений (60) дуги окружности дает

$$-\frac{dx_n}{dy_n} = \frac{y_n}{x_n}. \quad (65)$$

Приравняв правые части уравнений (64) и (65), получим уравнение касания винтовой и производящей поверхности:

$$\frac{\sin \varepsilon}{p} \left( p \operatorname{ctg} \varepsilon \operatorname{ctg} \tau - \frac{u}{\sin \tau} \right) = \frac{y_n}{x_n}. \quad (66)$$

После подстановки в это уравнение значений координат  $x_n$  и  $y_n$  из уравнений (59) и некоторых преобразований оно будет иметь следующий вид:

$$\frac{n_2 \cos \varepsilon - n_1}{\sin \tau} - n_3 - \tau = 0, \quad (67)$$

где  $n_1 = k_1 u$ ;  $n_2 = k_2 + \frac{u^2}{p^2}$ ;  $n_3 = \psi - \frac{vu}{p^2} - \delta - \xi$ ;

$$k_1 = \frac{m + r_n}{p^2}; \quad k_2 = \frac{mr_n}{p^2}; \quad r_n = p \operatorname{ctg} \varepsilon.$$

Уравнение (67), на решении которого остановимся ниже, позволяет для каждой расчетной точки  $(r, \delta, \xi)$  профиля винтовой поверхности определить значение угла  $\tau$ , соответствующее моменту касания винтовой и производящей поверхностей. После определения значений угла  $\tau$ , определение координат  $R_n$  и  $z_n$  профиля произво-

Таблица 1

Зависимости для определения параметров  $R_n$ ,  $z_n$ ,  $\sigma_n$  профиля  
дискового инструмента, предназначенного для обработки  
винтовой поверхности

Дано: $p, m, \epsilon, \psi$ и для каждой расчетной точки профиля винтовой поверхности $r, \delta, \xi$		
Постоянные величины		
$r_n = p \operatorname{ctg} \epsilon$	$k_1 = \frac{m + r_n}{p^2}$	$k_2 = \frac{mr_n}{p^2}$
Определение $R_n, z_n, \sigma_n$ для каждой точки профиля инструмента		
$u = r \cos \xi$	$\varphi = \mu + \psi - \delta$	
$v = r \sin \xi$	$x_n = r \cos \mu - m$	
$n_1 = k_1 u$	$y_n = -r \cos \epsilon \sin \mu - p \varphi \sin \epsilon$	
$n_2 = k_2 + \frac{u^2}{p^2}$	$z_n = r \sin \mu \sin \epsilon - p \varphi \cos \epsilon$	
$n_3 = \psi - \frac{uv}{p^2} - \delta - \xi$	$R_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}$	
$\frac{n_2 \cos \tau - n_1}{\sin \tau} - n_3 - \tau = 0$	$\operatorname{ctg} \sigma_n = \frac{x_n \operatorname{ctg} \tau - y_n \cos \epsilon}{R_n \sin \epsilon}$	
$\mu = \tau - \xi$		

дящей поверхности дискового инструмента ведется в следующем порядке: из формулы (56) определяются значения угла  $\mu$ , из формулы (55) — значения угла  $\varphi$ , по формулам (54) — координаты  $x_{и}$ ,  $y_{и}$ ,  $z_{и}$  точек линии касания производящей и винтовой поверхностей, из формулы (60) — значения радиусов  $R_{и}$ , соответствующих значениям координат  $z_{и}$ .

Все расчетные зависимости, необходимые для определения параметров  $R_{и}$ ,  $z_{и}$ ,  $\sigma_{и}$  профиля производящей поверхности дискового инструмента, предназначенного для обработки заданной винтовой поверхности, сведены в табл. 1. Помещенная в эту таблицу формула для определения значений профильного угла  $\sigma_{и}$  получена из уравнения (86), вывод которого дан на стр. 81.

Обратимся теперь к решению уравнения (67). Угол  $\tau$ , который определяется из этого уравнения, лежит в торцовой плоскости детали (см. рис. 20) и измеряется между проекциями на эту плоскость оси  $x_{и}$  и касательной к профилю винтовой поверхности, построенной в точке касания последней с производящей поверхностью инструмента. Согласно уравнениям (55) и (56) он связан с параметрами  $\delta$ ,  $\xi$  и  $\psi$  зависимостью

$$\tau = \delta + \xi + \varphi - \psi. \quad (68)$$

При взгляде на торцовое сечение детали в сторону направления оси  $z$  положительное значение угла  $\tau$  отсчитывается от проекции оси  $x_{и}$  по часовой стрелке.

Теоретически винтовая поверхность имеет две стороны: открытую (для контакта с другими деталями машин) и закрытую (обращенную к материалу детали). Производящая поверхность инструмента должна касаться только с открытой стороны винтовой поверхности. Поэтому при решении уравнения (67) знак угла  $\tau$  для каждой расчетной точки должен быть назначен таким, какой соответствует схеме контакта производящей поверхности с открытой стороной винтовой поверхности. Например, на рис. 20 для всех точек участка  $BK$  профиля винтовой поверхности знак параметра  $\tau$  должен быть минус, а для участка  $СК$  — плюс. Положительное значение угла  $\tau$  может находиться в пределах от 0 до  $+\pi$ , а отрицательное — от 0 до  $-\pi$ .

Уравнение (67) является трансцендентным относительно искомого параметра, но оно довольно просто решается методом последовательных приближений, извест-

ным в математике под названием метода касательных (метод Ньютона).

Обозначим левую часть уравнения (67) через  $\theta(\tau)$ :

$$\frac{r_2 \cos \tau - n_1}{\sin \tau} - n_3 - \tau = \theta(\tau). \quad (69)$$

Корнем полученного уравнения будет являться значение параметра  $\tau$ , при котором справедливо равенство  $\theta(\tau) = 0$ . Предлагаемый для решения уравнения (67) метод касательных дает возможность при сравнительно небольшом количестве вычислений отыскать значение искомого корня с желаемой степенью точности. По методу касательных значений  $\tau_{n+1}$  корня в  $(n+1)$ -ом приближении подсчитывается по уравнению

$$\tau_{n+1} = \tau_n - \frac{\theta(\tau_n)}{\theta'(\tau_n)},$$

где  $\theta'(\tau)$  есть значение первой производной функции  $\theta(\tau_n)$ .

Для нашего случая

$$\theta'(\tau) = \frac{n_1 \cos \tau - n_2}{\sin^2 \tau} - 1.$$

Тогда

$$\tau_{n+1} = \tau_n - \frac{n_2 \cos \tau_n - n_1 - (n_3 + \tau_n) \sin \tau_n}{\frac{n_1 \cos \tau_n - n_2}{\sin \tau_n} - \sin \tau_n}. \quad (70)$$

Перед тем, как пользоваться формулой (70), необходимо выбрать значение  $\tau_n$ , с которого можно вести приближение к корню  $\tau$ . Однако условия приближения к корню зависят от соотношения величин  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  и поэтому вопрос о выборе можно решить только после анализа функции (69).

В общем случае (если  $m \neq \infty$  и  $\epsilon \neq 0$ ) график функции  $\theta(\tau)$  изображается отдельными ветвями, причем каждая ветвь (за исключением случая, когда  $n_1 = n_2$ ) занимает диапазон значений  $\tau$ , равный  $|\pi|$ . При значениях  $\tau = -\pi$ ;  $0$ ;  $+\pi$  функция  $\theta(\tau)$  имеет разрывы (рис. 22). Каждое пересечение оси  $\tau$  ветвям функции  $\theta(\tau)$  соответствует корню уравнения (67). В зависимости от значений параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ ,  $\rho$ ,  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\psi$ , по которым подсчитываются величины  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ , входящие в уравнение (67), данная ветвь может пересекать ось или не пересекать ее.

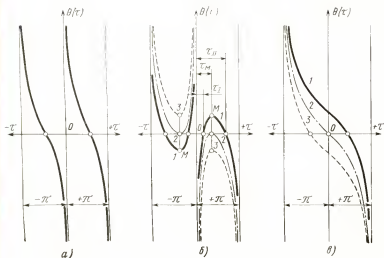


Рис. 22. Графики функции  $\theta(\tau)$  при:

а —  $n_2 > n_1$ ; б —  $n_2 < n_1$ ; в —  $n_2 = n_1$

При  $n_2 > n_1$  график функции  $\theta(\tau)$  имеет вид, показанный на рис. 22, а. Каждая ветвь имеет один корень. Как показывает анализ, корень  $\tau$  лежит между величиной  $\arccos \frac{n_1}{n_2}$  и величиной  $n_3$ . Приближение к корню уравнения (67) по формуле (70) будет очень быстрым, если за начальное значение угла  $\tau$  принять следующее

$$\tau_n = - \frac{n_2 \arccos \frac{n_1}{n_2} - n_3}{n_2 + 1} \quad (71)$$

(угол  $\tau_n$  и  $\arccos \frac{n_1}{n_2}$  имеют знак  $\tau$ ). Однако при этом надо иметь в виду, что величина  $\tau_n$  не может выйти за рамки крайних значений угла  $\tau$ , т. е. значение  $\tau_n$  должно лежать в пределах от 0 до  $\pi$  (со знаком  $\tau$ ). Поэтому, если при положительном знаке угла  $\tau$  величина  $\tau_n$ , подсчитанная по формуле (71), окажется больше  $\pi$  или меньше нуля, то это означает, что корень  $\tau$  уравнения (67) лежит соответственно вблизи  $\pi$  или нуля (в пределах от 0 до  $\pi$ ). Аналогично, если при отрицательном зна-

чении угла  $\tau$  величина  $\tau_n$ , подсчитанная по формуле (71), окажется меньше  $\pi$  или больше нуля, то это означает, что корни уравнения (67) лежат, соответственно, вблизи  $-\pi$  или нуля (в пределах от 0 до  $-\pi$ ). В этих случаях значение  $\tau_n$  надо обязательно брать в пределах от нуля до  $\pi$  (со знаком  $\tau$ ) и таким, чтобы оно было близко соответственно к нулю или  $\pm\pi$ .

При  $n_2 < n_1$  график функции  $\theta(\tau)$  (рис. 22, б) имеет точку максимума (или минимума), и в зависимости от величины  $n_3$  уравнение (67) имеет два корня (ветвь 1), один корень (два совпадающих) (ветвь 2) или ни одного (ветвь 3). Значение  $\tau_M$  угла  $\tau$ , соответствующее точке М максимума (или минимума) графика функции  $\theta(\tau)$  определится, если первую производную  $\theta'(\tau)$  приравнять нулю. Дифференцируя уравнение (65) по параметру  $\tau$ , будет иметь

$$\theta'(\tau) = \frac{n_1 \cos \tau - n_2}{\sin^2 \tau} - 1.$$

Приравнявая  $\theta'(\tau)$  нулю, получим

$$\frac{n_1 \cos \tau_M - n_2}{\sin^2 \tau_M} - 1 = 0,$$

откуда после преобразования и решения квадратного уравнения относительно  $\cos \tau_M$

$$\cos \tau_M = -\frac{n_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{n_1}{2}\right)^2 + n_2 + 1}. \quad (72)$$

Величина  $\tau_I$  первого корня уравнения (67) лежит в промежутке между нулем и величиной  $\tau_M$ , подсчитанной по формуле (72), а величина  $\tau_{II}$  второго корня — в промежутке между величиной  $\tau_M$  и  $\pi$  (со знаком  $\tau$ ). Начальную величину  $\tau_n$  для определения корней уравнения (67) по формуле (70) можно брать примерно в середине соответствующего промежутка.

Как показывает анализ, при обработке внутренних винтовых поверхностей и наружных способом наружного касания действительным из двух корней уравнения (67) будет второй корень, а при обработке наружных винтовых поверхностей по способу внутреннего (охватывающего) касания действительным является первый корень. При  $n_2 = n_1$  график функции  $\theta(\tau)$  имеет одну ветвь (рис. 22, в), распространяющуюся от  $\tau = -\pi$  до  $\tau = +\pi$ . Уравнение (67) имеет только один корень. При  $n_3 < 0$



корень  $\tau$  имеет знак плюс (ветвь 1), при  $n_3=0$  корень  $\tau=0$  (ветвь 2), при  $n_3>0$  корень  $\tau$  имеет знак минус. Начальную величину  $\tau_0$  для определения корней уравнения (67) по формуле (70) можно брать равной  $n_3$ .

Указанный выше метод решения трансцендентного уравнения (67) предусматривает, что решение будет осуществляться с помощью обычных счетных устройств. При ведении расчетов на ЭВМ для решения этого уравнения могут быть применены и другие методы, в зависимости от возможностей ЭВМ. В двух частных случаях, когда межосевое расстояние стремится к бесконечности и когда угол  $\varepsilon$  скрещивания осей равен нулю, уравнение (67) упрощается и позволяет определить корни в явном виде.

Определим теперь профиль  $J_{\Phi 1} J_{\Phi 2}$  поверхности  $\Phi_n$  вращения, на которой лежит винтовая линия  $J_1 J_2$ , проходящая через заданную точку  $J_0(r_{J_0}, \delta_{J_0})$  профиля винтовой поверхности (рис. 23). Профиль  $J_{\Phi 1} J_{\Phi 2}$  надо знать для решения вопроса о выполнении третьего условия формообразования винтовой поверхности, а также для расчета неформообразующей части профиля дискового инструмента. Уравнение винтовой линии  $J_1 J_2$  в системе координат  $x y z$  детали определяется из уравнений (12) винтовой поверхности, если в них вместо  $r$  и  $\delta$  подставить соответственно  $r_J$  и  $\delta_J$ :

$$x = r_J \cos(\delta_J + \varphi);$$

$$y = r_J \sin(\delta_J + \varphi);$$

$$z = p\varphi.$$

Уравнение винтовой линии  $J_1 J_2$  в системе координат  $x_n y_n z_n$  инструмента определяется из уравнений (54) и (55), если в них вместо  $r$  и  $\delta$  поставить  $r_J$  и  $\delta_J$ :

$$\left. \begin{aligned} x_n &= r_J \cos \mu - m; \\ y_n &= -r_J \sin \mu \cos \varepsilon - p\varphi \sin \varepsilon; \\ z_n &= r_J \sin \mu \sin \varepsilon - p\varphi \cos \varepsilon, \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

где  $\mu = \delta_J + \varphi - \psi$ .

Пусть винтовая поверхность имеет контакт с производящей поверхностью инструмента (см. рис. 23). Рассечем винтовую поверхность и поверхность  $\Phi_n$  вращения, на которой лежит винтовая линия  $J_1 J_2$ , плоскостью  $Q$  ( $z_n$ ), перпендикулярной оси  $z_n$  инструмента. Плоскость  $Q$  пересечет винтовую линию в некоторой точке  $J_i$ . В этой

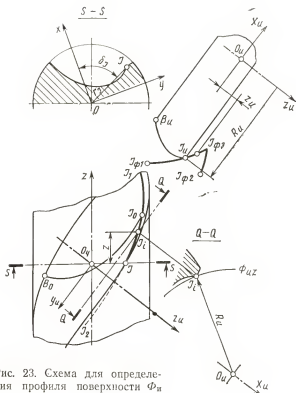


Рис. 23. Схема для определения профиля поверхности  $\Phi_n$

точке дуга  $\Phi_{nz}\Phi_{nz}$  окружности сечения поверхности  $\Phi_n$  в системе координат  $x_n y_n z_n$  имеет координаты  $R_n, z_n$ , а винтовая линия —  $x_n, y_n, z_n$ . Решая совместно уравнения (73) с уравнением (60) дуги окружности, получим зависимости для определения искомых координат  $R_n$  и  $z_n$  профиля  $J_{\phi 1} J_{\phi 2}$  поверхности  $\Phi_n$ . Эти зависимости сведены в табл. 2. В этой же таблице помещена и формула для определения профильных углов  $\sigma_n$  в расчетных точках профиля  $J_{\phi 1} J_{\phi 2}$ . Так как  $\operatorname{tg} \sigma_n = \frac{dz_n}{dR_n}$ , то указанная формула определится при дифференцировании уравнений табл. 2 по параметру  $\phi$ . Получим

$$\operatorname{tg} \sigma_n = \frac{R_n (p \cos \epsilon - r_j \sin \epsilon \cos \mu)}{x_n r_j \sin \mu + y_n (r_j \cos \epsilon \cos \mu + p \sin \epsilon)}.$$

Таблица 2

Зависимости для определения параметров  $R_n$ ,  $z_n$ ,  $\sigma_n$  участка профиля дискового инструмента, контактирующего с заданной винтовой линией

Дано: $p, r_f, \delta_f, m, \epsilon, \psi$ . Назначаются значения координаты $z$ для каждой расчетной точки	
$\varphi = \frac{z}{p}$	$y_n = -r_f \sin \mu \cos \epsilon - p\varphi \sin \epsilon$
$\mu = \delta_f + \varphi - \psi$	$z_n = r_f \sin \mu \sin \epsilon - p\varphi \cos \epsilon$
$x_n = r_f \cos \mu - m$	$R_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}$
$\operatorname{ctg} \sigma_n = \frac{y_n(r_f \cos \mu \cos \epsilon + p \sin \epsilon) + x_n r_f \sin \mu}{R_n(p \cos \epsilon - r_f \sin \epsilon \cos \mu)}$	

### Определение параметров установки дискового инструмента при обработке винтовых поверхностей

Согласно схеме формообразования винтовых поверхностей дисковым инструментом параметры  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  его установки должны быть выбраны. Однако выбор каждого параметра инструмента, в том числе и параметров установки, ограничивается необходимостью безусловного выполнения трех условий формообразования.

Определение зависимости для расчета границ, в которых должны находиться значения параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$ . Для выполнения первого условия формообразования значения параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  должны быть такими, чтобы производящая поверхность имела возможность осуществлять с номинальной винтовой поверхностью линейное касание. Такое касание будет существовать, если для каждой точки  $(r, \delta, \xi)$  профиля винтовой поверхности зависимость (67) будет иметь действительные корни.

Как мы видели, при  $n_2 > n_1$  в диапазоне значений  $\tau$  от 0 до  $|\pi|$  зависимость (67) имеет один корень. Подставим в неравенство  $n_2 > n_1$  значения  $n_1$  и  $n_2$  из табл. 1, получим

$$\frac{mp \operatorname{ctg} \epsilon}{p^2} + \frac{u^2}{p^2} > \frac{m + p \operatorname{ctg} \epsilon}{p^2} u$$

или после преобразования  $p \operatorname{ctg} \epsilon (m - u) > u(m - u)$ .

Последнее неравенство может быть выполнено, если при

$$\left. \begin{array}{l} m > u \text{ } p \text{ ctg } \varepsilon > u, \\ \text{а при} \\ m < u \text{ } p \text{ ctg } \varepsilon < u. \end{array} \right\} \quad (74)$$

Другими словами, при выполнении неравенств (74) уравнение (67) в каждом промежутке значений  $\tau$  от 0 до  $|\pi|$  наверняка имеет корень и только один. При  $n_2 < n_1$  уравнение (67) в зависимости от значения величины  $n_3$ , входящей в это уравнение, в диапазоне значений  $\tau$  от 0 до  $|\pi|$  может иметь два корня, один или ни одного. Как следует из анализа уравнения (67), при увеличении  $n_3$  ветвь функции  $h(\tau)$  на рис. 22 перемещается вниз. Поэтому для правой ветви, где  $\tau$  имеет знак плюс, максимальное значение  $n_3$ , при котором уравнение (67) будет иметь корень, соответствует на рисунке положению 2. В этом случае корень  $\tau$  уравнения (67) имеет значение  $\tau_M$ , подсчитываемое по зависимости (72). Следовательно, максимальное значение  $n_3 = n_{3M}$  при положительном угле  $\tau$  определится из уравнения (67), если в него подставить значение  $\tau = \tau_M$

$$n_{3M} = \frac{n_2 \cos \tau_M - n_1}{\sin \tau_M} - \tau_M. \quad (75)$$

С другой стороны, величина  $n_3$  определяется по формуле

$$n_3 = \psi - \frac{uv}{p^2} - \delta - \xi$$

(см. табл. 1), из которой следует, что для данной точки  $(r, \delta, \xi)$  винтовой поверхности с заданным винтовым параметром  $p$  величина  $n_3 = n_{3M}$  может меняться только в результате изменения параметра  $\psi$  установки инструмента. Решая последнее уравнение относительно параметра  $\psi$ , получим зависимость для определения его максимального значения, при котором уравнение (67) имеет корни. При положительном значении угла  $\tau$  уравнение (67) будет всегда иметь корни, если

$$\psi \leq n_{3M} + \frac{uv}{p^2} + \delta + \xi. \quad (76)$$

Рассуждая аналогично, приходим к заключению, что при отрицательном знаке угла  $\tau$  уравнение (67) будет всегда иметь корни, если

$$\psi \geq n_{3M} + \frac{uv}{p^2} + \delta + \xi. \quad (77)$$

При  $n_2 = n_1$  уравнение (67) в диапазоне значений  $\tau$  от  $-\pi$  до  $+\pi$  всегда имеет один корень, но знак его всегда прогнвоположен знаку  $n_3$ . Используя последнее и формулу (75), приходим к следующему: при  $n_2 = n_1$  уравнение (67) будет иметь  $\tau > 0$ , если

$$\left. \begin{aligned} \psi &\leq \frac{uv}{p^2} + \delta + \xi \\ \text{и } \tau &< 0, \text{ если} \\ \psi &\geq \frac{uv}{p^2} + \delta + \xi. \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

При  $n_3 = 0$  корень  $\tau = 0$ .

Итак, первое условие формообразования винтовой поверхности дисковым инструментом будет выполнено, если для каждой точки  $(r, \delta, \xi)$  профиля винтовой поверхности будут выполнены или одна из строчек неравенств (74), или одно из неравенств (76) и (77). Для точек, в которых  $n_2 = n_1$ , должно быть выполнено одно из неравенств (78).

Спределение значений параметров  $m, \epsilon, \psi$ , при которых для данной винтовой поверхности первое условие формообразования выполняется, достаточно вести по одной расчетной точке с каждой стороны ее профиля: при использовании неравенств (74) за расчетную точку надо брать ту, для которой параметр  $u$  имеет максимальное значение; при использовании неравенств (76) и (77) за расчетную точку следует брать ту, для которой значение параметра  $\xi$  будет соответственно минимальным и максимальным. Несоответствие принятых значений параметров  $m, \epsilon, \psi$  границам, в которых первое условие формообразования выполняется, определится при расчете профиля инструмента: если для точки  $(r, \delta, \xi)$  профиля винтовой поверхности первое условие не выполняется, то для нее уравнение (67) не дает искомого корня  $\tau$ .

Собратимся теперь ко второму условию формообразования винтовых поверхностей дисковым инструментом. Оно требует, чтобы для каждой точки  $(r, \delta, \xi, q)$  профи-

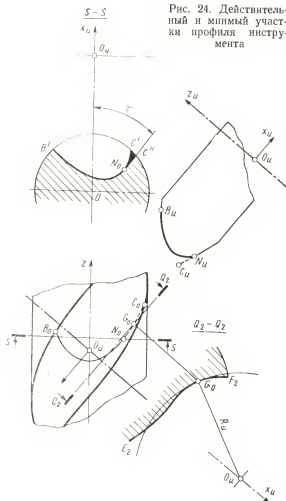


Рис. 24. Действительный и мнимый участки профиля инструмента

ля винтовой поверхности было соблюдено неравенство (53). На рис. 24 изображена та же винтовая поверхность, что и на рис. 20. В каждом сечении плоскостями  $Q_1$ , пересекающей участок  $B_0 N_0$  линии  $B_0 C_0$  касания винтовой и производящей поверхностей, дуга радиуса  $R_u$  инструмента касается кривой  $E_1 F_1$  сечения винтовой поверхности без повреждения ее соседних участков (см. рис. 20). В каждом ее сечении плоскостью  $Q_2$ , пересека-

ющей участок  $N_0C_0$  (см. рис. 24), дуга радиуса  $R_n$ , касающаяся кривой  $E_2F_2$  (в точке  $G_0$ ), пересечет тело детали. В результате на всем участке  $N_0C_0$  линии касания с винтовой поверхностью производящая поверхность инструмента подрежет последний, и профиль винтовой поверхности на соответствующем участке  $N_0C''$  будет отличаться от теоретического  $N_0C'$ .

Точка  $N_0$ , для которой в плоскости  $Q$   $R_n = \rho_Q$ , отделяет нормально обработанный участок от подрезанного. В этой точке дуга радиуса  $R_n$  и кривая  $EF$  имеют касание второго порядка. Такое касание предусматривает совпадение координат и равенство первых и вторых производных. Уравнение (67) отражает условия совпадения координат и равенства первых производных. Оно является следствием уравнения (66). В этом последнем левая часть представляет собой первую производную  $\frac{dx_n}{dy_n}$  уравнения кривой  $EF$  в плоскости  $Q$ , а правая — первую производную  $\frac{dx_n}{dy_n}$  уравнения дуги радиуса  $R_n$  производящей поверхности в этой плоскости. Дифференцируя уравнение (66) по параметру  $y_n$ , получим в левой части значение второй производной  $\frac{d^2x_n}{dy_n^2}$  уравнения (59) кривой

$EF$ , а в правой — значение второй производной  $\frac{d^2x_n}{dy_n^2}$  уравнения (60) дуги окружности радиуса  $R_n$ :

$$\frac{\sin \epsilon}{p} \left( -\frac{p \operatorname{ctg} \epsilon}{\sin^2 \tau} \frac{d\tau}{dy_n} - \frac{\frac{du}{dy_n} \sin \tau - u \cos \tau}{\sin^2 \tau} \frac{d\tau}{dy_n} \right) = \frac{x_n - \frac{dx_n}{dy_n} y_n}{x_n^2}.$$

Подставляя в полученное выражение значения  $x_n$  и  $y_n$  из уравнения (59),  $dx_n$  и  $dy_n$  из уравнений (63) и  $du$  и  $d\tau$  из уравнений (62), после преобразования будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \epsilon}{p^2 q \sin \tau} [(q-v) q \sin^2 \tau - (u \cos \tau + v \sin \tau - q \sin \tau - p \operatorname{ctg} \epsilon)^2] = \\ = \frac{1 + \frac{\sin^2 \epsilon}{p^2} \left( p \operatorname{ctg} \epsilon \operatorname{ctg} \tau - \frac{u}{\sin \tau} \right)^2}{m - u \cos \tau - v \sin \tau}. \end{aligned}$$

Это выражение преобразуем далее так, чтобы сгруппировались члены, содержащие величину  $r_n = p \operatorname{ctg} \epsilon$ .

Получим

$$r_n^2(m-b) + 2r_n(bx_n - q \sin \tau u \cos \tau) -$$

--  $[b^2 + (v-u)q \sin^2 \tau] x_n + q \sin \tau (p^2 \sin^2 \tau + u^2) = 0$ , (79)  
где  $b = u \cos \tau + (v-u) \sin \tau$ ,  $x_n = u \cos \tau + v \sin \tau - m$ , а  $\tau$  — из уравнения (67).

Зависимость (79) является квадратным уравнением относительно искомого параметра  $r_n$ . Однако, ввиду того, что значение угла  $\tau$  из уравнения (67) в явном виде получить нельзя, решение квадратного уравнения (79) предлагается вести с помощью графиков следующим образом. Решим уравнение (67) относительно величины  $p \operatorname{ctg} \varepsilon = r_n$ , получим

$$r_n = \frac{p^2 \varphi \sin \varphi - u x_n}{m \cos \tau - u}, \quad (80)$$

где  $\varphi = \tau - \delta - \xi + \phi$ ,  $x_n = u \cos \tau + v \sin \tau - m$ .

Для ряда значений угла  $\tau$  по формулам (79) и (80) подсчитываются значения  $r_n$ . Зависимости  $r_n$  от  $\tau$  изображаются графиками (рис. 25). Точки  $J_1$  и  $J_2$  пересечения графиков, построенных для уравнения (79) и (80), определяют искомые значения  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$ , показывающих границы значений  $r_n$ , удовлетворяющих первому и второму условиям формообразования винтовой поверхности. При расчете на обычных счетных устройствах достаточно построить отрезки графиков по трем-четырем значениям параметра  $\tau$ . При расчетах на ЭВМ значения

$r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$  могут быть определены без построения графиков.

Система уравнений (79) и (80) может давать два корня, один или ни одного. Два корня  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$  уравнения дают для большинства участков винтовой поверхности. Для выполнения неравенства (53) принятое значение  $r_n$  должно находиться между значениями  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$ . Один корень ( $r_{n \max} = r_{n \min}$ ) система уравнений (79) и (80) может

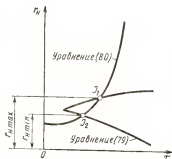


Рис. 25. Графическое решение уравнений (79) и (80)



давать в двух случаях: для одной какой-либо предельной точки криволинейного участка профиля винтовой поверхности и для точек излома, лежащих во впадине. Отсутствие корней в системе уравнений (79) и (80) для выпуклых и прямолинейных участков профиля винтовой поверхности указывает на то, что эти участки безусловно не будут подрезаться при любом значении  $r_n$ , удовлетворяющем первому условию формообразования. Отсутствие же этих корней для вогнутых участков указывает на то, что при любом значении  $r_n$  эти участки обработать нельзя.

Итак, второе условие формообразования винтовых поверхностей дисковыми инструментами будет выполнено, если принятое значение радиуса  $r_n$  начального цилиндра детали будет лежать между значениями корней  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$ , полученными при совместном решении уравнений (79) и (80).

Для точки излома профиля винтовой поверхности уравнения (79) и (80) преобразуются следующим образом. Точку  $K$  излома профиля (рис. 26,  $a—z$ ) можно рассматривать как вогнутый участок дуги, у которого  $\varrho \rightarrow 0$ . В точке излома профиль имеет два значения параметра  $\xi$ , так как сама точка излома является пересечением двух отдельных участков. Поэтому при преобразовании уравнений (79) и (80) надо исключить из них параметры  $\tau$  и  $u$ , которые согласно формулам (56) и (57) зависят от  $\xi$ . Подставим в уравнение (79)  $\varrho=0$ . Получим

$$r_n = u \cos \tau + v \sin \tau.$$

Из сравнения верхних строчек уравнений (54) и (58) видно, что

$$r \cos \mu = u \cos \tau + v \sin \tau.$$

Тогда уравнение (79) для точки  $K$  примет вид

$$r_n = r_K \cos \mu. \quad (81)$$

В уравнении (80) заменим  $x_n$  его значением из уравнения (54) винтовой поверхности:  $x_n = r_K \cos \mu - m$ . Тогда, учитывая зависимости (48) и (81), получим

$$m \left( p \operatorname{ctg} \varepsilon \operatorname{ctg} \tau - \frac{u}{\sin \tau} \right) = p^2 \varphi.$$

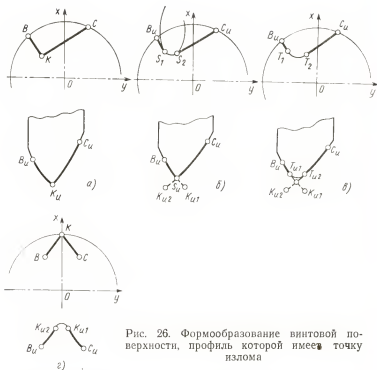


Рис. 26. Формообразование винтовой поверхности, профиль которой имеет точку излома

Сравнивая левые части полученного уравнения и уравнения (66), можно записать, что

$$\frac{p m y_n}{x_n \sin \varepsilon} = p^2 \varphi.$$

Подставляя в последнюю зависимость значения  $x_n$  и  $y_n$  из уравнений (54) винтовой поверхности и имея в виду формулу (55), получим уравнение для случая, когда  $q=0$ :

$$m r_K \sin \mu = p^2 (\mu - \delta_c + \psi).$$

Решим теперь последнее уравнение и уравнение (81) путем исключения параметра  $\mu$ :

$$\psi = \pm \frac{m}{p^2} \sqrt{r_K^2 - r_n^2} \pm \arccos \frac{r_n}{r_K} + \delta_K. \quad (82)$$

Здесь верхний знак принимается для случая, когда знак угла  $\mu$  минус, а нижний, если знак угла  $\mu$  плюс. За-

висимость (82) для данной точки ( $r_K, \delta_K$ ) излома профиля связывает все три параметра установки дискового инструмента.

Из сказанного выше можно заключить, что для выполнения второго условия формообразования винтовых поверхностей параметры  $m, \epsilon$  и  $\psi$ , характеризующие положение оси дискового инструмента, могут быть выбраны в границах, устанавливаемых зависимостями (79), (80) и (82). Формула (82) позволяет определить значения угла  $\psi$  и межосевого расстояния  $m$  в явном виде, а значение параметра  $r_n$  в явном виде из этого уравнения определить нельзя. Используя уравнение (81), преобразуем уравнение (82), приводя его к следующему виду:

$$\frac{mr_K}{p^2} \sin \mu + \mu + \delta_K - \psi = 0.$$

Последнее уравнение является трансцендентным относительно искомого параметра  $\mu$ . Решается оно одним из методов последовательного приближения. По методу касательных значение угла  $\mu$  ( $n+1$ )-ом приближении определяется по уравнению

$$\mu_{n+1} = \mu_n - \frac{p^2 (\mu_n + \psi - \delta_K) + mr_K \sin \mu_n}{p^2 + mr \cos \mu_n}.$$

За начальное значение  $\mu_n$ , с которого нужно вести приближение к корню  $\mu$  в общем случае можно принять нуль. После определения угла  $\mu$  по формуле (81) определяется  $r_n$ , а по формуле (49) — угол  $\epsilon$ .

На рис. 26 показаны теоретические профили дискового инструмента для обработки профиля ВКС винтовой поверхности, имеющего точку  $K$  излома. На рис. 26, *а* точка  $K$  излома во впадине; зависимость (82) для этой точки выполняется; профиль ВКС детали будет получен без переходной кривой. На рис. 26, *б* зависимость (82) для точки  $K$  не выполняется: ветви  $B_n K_{n1}$  и  $C_n K_{n2}$  теоретического профиля пересекаются, образуя точку  $S_n$  излома, которая на профиле винтовой поверхности начертит переходную кривую  $S_1 S_2$ . На рис. 26, *в* зависимость (82) также не выполняется, но в зоне пересечения ветвей теоретический профиль скруглен дугой  $T_{n1} T_{n2}$ ; эта дуга на профиле детали начертит переходную кривую  $T_1 T_2$ . На рис. 26, *г* профиль детали имеет точку  $K$  излома на выступе; условие (82) не выполняется; теоретический профиль имеет точки  $K_{n1}, K_{n2}$  разрыва. Эти точки

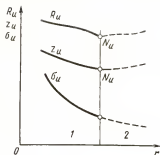


Рис. 27. Графики зависимостей параметров  $R_u$ ,  $z_u$ ,  $\sigma_u$  профиля дискового инструмента от параметра  $r$  профиля винтовой поверхности:

1—область значений  $r$ , при которых второе условие формообразования выполняется; 2—область значений  $r$ , при которых это условие не выполняется

должны быть соединены кривой, которая не должна пересекать профиль поверхности  $\Phi_u$ , построенный для точки  $K$  ( $r_K, \delta_K$ ) излома.

При обработке винтовых поверхностей дисковыми инструментами второе условие формообразования для выпуклых участков профиля, а также для прямолинейных, обрабатываемых инструментом не очень большого диаметра, выполняется при любых значениях параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$ , удовлетворяющих первому условию формообразования. Поэтому выполнение второго условия формообразования следует проверять только для вогнутых участков профиля, а для прямолинейных — только в том случае, если диаметр дискового инструмента очень велик по сравнению с диаметром детали. Расчет значений параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$ , при которых выполняется второе условие формообразования, достаточно вести только по нескольким наиболее характерным точкам профиля винтовой поверхности. Такими являются точки с самыми большими значениями параметра  $u$ , точки излома, точки на вогнутых участках профиля, наиболее удаленные от дна канавки.

Несоответствие принятых значений параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  границам, в которых второе условие формообразования выполняется, определится при расчете профиля инструмента: на невыполнение второго условия формообразования укажет поведение профиля инструмента. Для винтовой поверхности, профиль  $(r, \delta, \xi)$  которой представляет собой монотонную кривую, рассчитаем профиль  $(R_u, z_u, \sigma_u)$  производящей поверхности инструмента при таких значениях параметров  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\psi$ , что для части профиля детали второе условие формообразования не будет выполняться, а затем по полученным данным построим

графики, которые показывали бы изменение значений параметров  $R_{\text{н}}$ ,  $z_{\text{н}}$ ,  $\sigma_{\text{н}}$  от  $r$ .

Анализ поведения кривой профиля производящей поверхности инструмента в зоне точки  $N_{\text{н}}$  стыка участка, для которого второе условие формообразования выполняется, и участка, для которого второе условие формообразования не выполняется, показывает следующее. Кривая зависимости  $R_{\text{н}}$  от  $r$  (рис. 27) ( $\xi$  и  $\delta$  являются функциями  $r$ ) имеет в точке  $N_{\text{н}}$  излом; кривая зависимости  $z_{\text{н}}$  от  $r$  в точке  $N_{\text{н}}$  имеет максимум (или минимум); кривая зависимости  $\sigma_{\text{н}}$  от  $r$  в точке  $N_{\text{н}}$  сохраняет монотонность. В зоне значений  $r$ , для которых второе условие формообразования выполняется, кривая зависимости  $R_{\text{н}}$  от  $r$  имеет уклон в сторону положительного направления оси  $r$ , т. е. в этой зоне имеет место

$$\frac{dR_{\text{н}}}{dr} \leq 0. \quad (83)$$

Таким образом, второе условие формообразования не будет выполняться, если при расчете профиля инструмента обнаружится, что при увеличении радиуса  $r$  имеет место увеличение радиуса  $R_{\text{н}}$ .

При обработке внутренних винтовых поверхностей (см. рис. 15, б), а также наружных по способу охватывающего касания (см. рис. 15, в), кривая зависимости  $R_{\text{н}}$  от  $r$  на участках значений  $r$ , когда второе условие выполняется, дает

$$\frac{dR_{\text{н}}}{dr} \geq 0. \quad (84)$$

Точке  $N_0$  стыка участка  $B'N_0$  профиля винтовой поверхности, для которого второе условие выполняется и участка  $N_0C'$ , для которого это условие не выполняется, соответствует на профиле инструмента точка  $N_{\text{н}}$  возврата, соединяющая два участка профиля инструмента: один ( $B_{\text{н}}N_{\text{н}}$ ) — действительный и второй ( $N_{\text{н}}C_{\text{н}}$ ) — мнимый (см. рис. 24). Точка  $N_{\text{н}}$  профиля инструмента при своем вращении подрежет участок  $N_0C'$  профиля винтовой поверхности. При невыполнении второго условия формообразования для точки излома профиля детали (при невыполнении уравнения (82)) на профиле инструмента образуется точка разрыва. Если точка излома находится во впадине (см. рис. 26), то разрыв профиля инструмента сопровождается пересечением образованных

при этом двух ветвей (см. рис. 26, б). Если же точка излома находится на выступе (рис. 26, г), то разрыв профиля инструмента сопровождается смещением ветвей без их пересечения.

Рассмотрим третье условие формообразования винтовой поверхности. Третье условие формообразования требует, чтобы профиль поверхности  $\Phi_{\text{и}}$  не пересекал тела инструмента, ограниченного профилем производящей поверхности инструмента. Профиль  $J_{\Phi_1} J_{\Phi_2}$  поверхности  $\Phi_{\text{и}}$  (см. рис. 23) можно разделить на две ветви: одна ветвь  $J_{\Phi_1} J_{\Phi_3}$  касается в точке  $J_{\text{и}}$  профиля производящей поверхности, а вторая ветвь —  $J_{\Phi_3} J_{\Phi_2}$  в зависимости от параметров установки инструмента может пересекать тело инструмента или не пересекать его; в первом случае третье условие выполняется, во втором — не выполняется.

Как показывают исследования, третье условие формообразования ограничивает выбор параметров  $m, e, \psi$  только для винтовых поверхностей, имеющих на профиле поднутренные участки (например, участок в зоне точки  $J$  профиля на рис. 23); для остальных участков оно заведомо выполняется при любых значениях параметров  $m, e, \psi$ , удовлетворяющих первому условию формообразования. Поэтому фактически проверку значений параметров  $m, e, \psi$  на выполнение третьего условия формообразования приходится проводить сравнительно редко. Учитывая это обстоятельство, здесь опустим аналитический, довольно громоздкий, расчет параметров  $m, e$  и  $\psi$ , соответствующих требованиям третьего условия формообразования, а укажем только на способ проверки выполнения этого условия.

Проверка выполнения третьего условия формообразования осуществляется после расчета профиля производящей поверхности инструмента. Проверка ведется по одной крайней на поднутреннем участке профиля точке ( $r_J, \delta_J$ ) профиля винтовой поверхности. Для этого по формулам табл. 2 по значениям параметров  $r_J, \delta_J$  в указанной точке профиля винтовой поверхности рассчитываются координаты  $R_{\text{и}}$  и  $z_{\text{и}}$  поверхности  $\Phi_{\text{и}}$  и графически проверяется положение этого профиля относительно профиля производящей поверхности.

Принятые значения параметров  $m, e, \psi$  должны укладываться в рассчитанные границы. Если этого для всех участков профиля винтовой поверхности сделать не удастся, то конструктор в зависимости от важности каждого из них, должен решить, на каком участке можно ус-

ловия формообразования не выполнить, а следовательно, допустить на нем переходные кривые или другие отклонения, и в зависимости от этого принять окончательные значения параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$ .

### Определение профиля винтовой поверхности детали при заданном профиле дискового инструмента

Для решения задачи, когда задан профиль производящей поверхности инструмента ( $R_n$ ,  $z_n$ ,  $\sigma_n$ ) и винтовой параметр  $p$ , а требуется определить координаты  $r$ ,  $\delta$  расчетных точек профиля винтовой поверхности и углы  $\epsilon$  давления в этих точках, расчетные зависимости можно получить, заменив в уравнении (67) касания винтовой и производящей поверхностей параметры, относящиеся к детали, на параметры, относящиеся к инструменту.

Решим уравнения (58) винтовой поверхности путем исключения параметров  $\phi$  и  $\psi$ . Получим

$$\frac{u}{\sin \tau} = z_n \sin \epsilon - y_n \cos^2 \epsilon + (x_n + m) \operatorname{ctg} \tau.$$

Подставим теперь полученное значение  $\frac{u}{\sin \tau}$  в уравнение (66) касания винтовой и производящей поверхностей. Будем иметь

$$\frac{\sin \epsilon}{p} [(p \operatorname{ctg} \epsilon - x_n - m) \operatorname{ctg} \tau + y_n \cos \epsilon - z_n \sin \epsilon] = \frac{y_n}{x_n}. \quad (85)$$

Угол  $\tau$ , входящий в эту зависимость и соответствующий моменту касания винтовой и производящей поверхностей, выразим через параметры инструмента следующим образом.

Пусть в процессе обработки производящая поверхность инструмента имеет с винтовой поверхностью касание по линии (рис. 28). Через точку  $A_0$  линии  $B_0C_0$  касания расsection производящую поверхность инструмента и винтовую поверхность сначала плоскостью  $Q$ , перпендикулярной оси инструмента, затем плоскостью  $V$ , проходящей через ось инструмента, и, наконец, плоскостью  $T$ , перпендикулярной оси винтовой поверхности. В сечении плоскостью  $Q$  следом сечения производящей поверхности будет дуга окружности радиуса  $R_n$ , а в сечении осевой плоскостью  $V$  — профиль производящей поверхности инструмента. Следом сечения винтовой поверхности плоскостью  $T$  будет ее профиль.

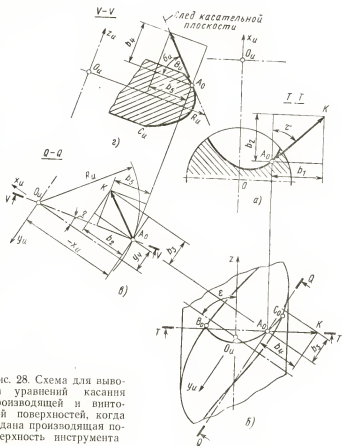


Рис. 28. Схема для вывода уравнений касания производящей и винтовой поверхностей, когда задана производящая поверхность инструмента

Плоскость, касательная в точке  $A_0$  к винтовой и производящей поверхностям (рис. 28, г), будет проходить перпендикулярно к плоскости чертежа, так как на этой проекции касательная в точке  $A_0$  к окружности сечения производящей поверхности спроектируется в точку. Проведем в точке  $A_0$  профиля винтовой поверхности (рис. 28, а) единичный касательный вектор  $\vec{K}$ . Этот вектор лежит в касательной плоскости; следовательно, на рис. 28, г его проекция будет совпадать со следом касательной плоскости. Пользуясь этим, свяжем положение вектора  $\vec{K}$ , характеризуемого углом  $\tau$ , с положением касательной плоскости, характеризуемым на рис. 28, г уг-



лом  $\sigma_n$ . Для этого спроектируем вектор  $\vec{K}$  с проекции рис. 28, а последовательно на проекции рис. 28, б, в, г.

Получим  $\operatorname{tg} \tau = \frac{b_1}{b_2}$  (рис. 28, а);  $b_3 = b_1 \cos \varepsilon$  (рис. 28, б);  $b_4 = b_1 \sin \varepsilon$  (рис. 28, в);  $b_5 = b_2 \cos \eta - b_3 \sin \eta$  (рис. 28, г);  $\operatorname{ctg} \tau_n = \frac{b_5}{b_4}$  (рис. 28, г), причем, как видно из чертежа,  $\sin \eta = \frac{y_n}{R_n}$ ,  $\cos \eta = -\frac{x_n}{R_n}$ .

Решая эти зависимости, придем к уравнению следующего вида:

$$\operatorname{ctg} \tau = \frac{R_n \operatorname{ctg} \sigma_n \sin \varepsilon + y_n \cos \varepsilon}{x_n}. \quad (86)$$

Теперь, подставляя  $\operatorname{ctg} \tau$  из уравнения (86) в уравнение (85) будем иметь

$$(x_n + m - p \operatorname{ctg} \varepsilon) R_n \operatorname{ctg} \tau_n + z_n x_n + c_1 y_n = 0. \quad (87)$$

Имея в виду уравнение (60), исключим подстановкой

$$y_n^2 = R_n^2 - x_n^2 \quad (88)$$

координату  $y_n$ . После преобразований получим следующую зависимость между известными параметрами  $R_n$ ,  $z_n$ ,  $\sigma_n$  профиля производящей поверхности инструмента и координатной  $x_n$  точки ее касания с винтовой поверхностью:

$$\left( l^2 + \frac{c_1^2}{R_n^2} \right) x_n^2 + 2lc_2 \operatorname{ctg} \tau_n x_n + c_2^2 \operatorname{ctg}^2 \tau_n - c_1^2 = 0, \quad (89)$$

где

$$c_1 = p + m \operatorname{ctg} \varepsilon; \quad c_2 = m - p \operatorname{ctg} \varepsilon; \quad l = \operatorname{ctg} \tau_n + \frac{z_n}{R_n}.$$

Получив значения координаты  $x_n$ , по формуле

$$y_n = \pm \sqrt{R_n^2 - x_n^2} \quad (90)$$

определяется значение координаты  $y_n$ . Решая далее уравнения (54) и (55) винтовой поверхности относительно параметров  $r$  и  $\delta$  ее профиля, получим  $r = \frac{x_n + m}{\cos \mu}$ ,

где  $\mu$  определяется по формуле

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \mu &= \frac{z_n \sin \varepsilon - y_n \cos \varepsilon}{x_n + m}; \\ \delta &= \mu + \phi - \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

где

$$\varphi = \frac{-y_n \sin \varepsilon - z_n \cos \varepsilon}{p}$$

Угол  $\xi$  давления в расчетной точке  $(r, \delta)$  профиля винтовой поверхности определится из формулы (56):  $\xi = \tau - \mu$ , для которой значения  $\tau$  подсчитываются по уравнению (56).

Все расчетные зависимости, необходимые для определения параметров  $r, \delta, \xi$  профиля винтовой поверхности, обрабатываемой дисковым инструментом с заданным профилем, сведены в табл. 3. При пользовании этой

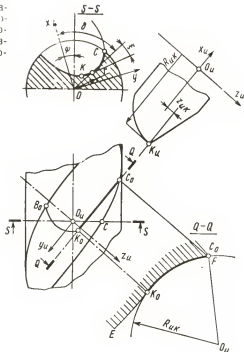
Таблица 3

Зависимости для определения параметров  $r, \delta, \xi$  профиля винтовой поверхности, получаемой дисковым инструментом с заданным профилем

Дано: $p, m, \varepsilon, \psi$ и для каждой расчетной точки профиля дискового инструмента $R_n, z_n, \sigma_n$		
Постоянные величины		
$r_n = p \operatorname{ctg} \varepsilon$	$c_1 = p + m \operatorname{ctg} \varepsilon$	$c_2 = m - r_n$
Определение $r, \delta, \xi$ для каждой точки винтовой поверхности		
$l = \operatorname{ctg} \sigma_n + \frac{z_n}{R_n}$	$\varphi = \frac{-y_n \sin \varepsilon - z_n \cos \varepsilon}{p}$	
$\left(l + \frac{c_1^2}{R_n^2}\right) x_n^2 + 2lc_2 \operatorname{ctg} \sigma_n x_n + c_2^2 \operatorname{ctg}^2 \sigma_n - c_1^2 = 0$	$\operatorname{ctg} \tau = \frac{R_n \operatorname{ctg} \sigma_n \sin \varepsilon + y_n \cos \varepsilon}{x_n}$	
$y_n = \pm \sqrt{R_n^2 - x_n^2}$	$r = \frac{x_n + m}{\cos \mu}$	
$\operatorname{tg} \mu = \frac{-y_n \cos \varepsilon + z_n \sin \varepsilon}{x_n + m}$	$\delta = \mu + \psi - \varphi$ $\xi = \tau - \mu$	

таблицей следует иметь в виду следующее. При решении системы уравнений табл. 3 будет получено четыре значения каждого из параметров  $r, \delta, \xi$  профиля винтовой поверхности, из которых для данного конкретного случая

Рис. 29. Схема образования участка профиля винтовой поверхности точкой излома профиля дискового инструмента



обработки винтовой поверхности надо выбрать одно. Квадратное уравнение (89) дает два корня  $x_u$ . Действительный корень надо в каждом конкретном случае определить по схеме расположения оси инструмента относительно винтовой поверхности (рис. 15): при обработке наружных винтовых поверхностей способом наружного касания (рис. 15, а) действительный корень уравнения (89) будет иметь знак минус; при обработке внутренних винтовых поверхностей и наружных по способу охватывающего касания (рис. 15, б и в) действительный корень будет иметь знак плюс. Уравнение (90) дает два корня  $y_u$ : одно с плюсом, а другое с минусом. Действительный корень  $y_u$  нужно определять только в каждом конкретном случае обработки винтовой поверхности. Ниже на примерах покажем технику определения действительного корня  $y_u$ .

При проектировании дисковых инструментов для обработки винтовых поверхностей очень часто приходится определять участок профиля винтовой поверхности, кото-

рый образует точка излома профиля инструмента. Это имеет место, например, при определении формы и положения переходных кривых и подрезов на профиле винтовой поверхности. Координаты  $r$  и  $\delta$ , а также угол  $\xi$  давления в расчетных точках такого участка определяются следующим образом.

На рис. 29 показана схема образования участка профиля винтовой поверхности точкой излома профиля инструмента. Производящая поверхность инструмента имеет контакт с винтовой поверхностью по линии  $B_0K_0C_0$ , причем отрезок  $K_0C_0$  этой линии совпадает с дугой окружности, на которой расположена точка  $K_{ик}$  излома профиля инструмента, и соответственно с участком  $K_0F$  линии  $EF$  сечения винтовой поверхности плоскостью  $Q$ , перпендикулярной оси инструмента. Уравнение дуги  $K_0C_0$ , описываемой точкой  $K_{ик}(R_{ик}, z_{ик})$  излома профиля инструмента, в системе координат  $x_и y_и z_и$  будет иметь вид

$$R_{ик}^2 = x_и^2 + y_и^2; \quad z_и = z_{ик}.$$

Дуга  $K_0C_0$  лежит на винтовой поверхности, поэтому ее координаты  $x_и$  и  $y_и$  принадлежат винтовой поверхности. При винтовой подаче детали дуга  $K_0C_0$  оставит на плоскости  $xOy$  след  $KC$ , который будет являться искомым участком профиля винтовой поверхности. Решая уравнения дуги  $K_0C_0$  окружности инструмента с уравнениями (54) и (55) винтовой поверхности, получим зависимости для расчета координат  $r$  и  $\delta$ :

$$\begin{aligned} x_и &= \pm \sqrt{R_{ик}^2 - y_и^2}; \\ \operatorname{tg} \mu &= \frac{z_{ик} \sin \varepsilon - y_и \cos \varepsilon}{x_и + m}; \\ \varphi &= \frac{-y_и \sin \varepsilon - z_{ик} \cos \varepsilon}{p}; \quad r = \frac{x_и + m}{\cos \mu}; \\ \delta &= \mu + \psi - \varphi. \end{aligned}$$

Зависимости для определения угла  $\xi$  давления в каждой расчетной точке ( $r$ ,  $\delta$ ) участка  $KC$  профиля винтовой поверхности можно получить из формулы (14), если в нее подставить значение производной  $\frac{d\delta}{dr}$ . Дифференцируя последние уравнения по параметру  $r$  и имея в виду, что  $R_{ик}$  и  $z_{ик}$  являются постоянными величинами, определим значение производной  $\frac{d\delta}{dr}$ . Подставляя это

значение производной в формулу (14), после преобразования получим

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{1 - \frac{x_n}{y_n} \operatorname{ctg} \mu \left( \sin \varepsilon \frac{r}{p \cos \mu} - \cos \varepsilon \right)}{\operatorname{tg} \mu + \frac{x_n}{y_n} \cos \varepsilon}. \quad (92)$$

Все расчетные зависимости для определения параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  профиля винтовой поверхности, образуемого точкой  $(R_n, z_n)$  излома профиля инструмента, сведены в табл. 4. Если после расчета профиля винтовой поверхности по заданному профилю инструмента профиль винтовой поверхности будет иметь поднутренный участок, то по крайней точке  $(r_J, \delta_J)$  этого участка надо сделать проверку принятых значений параметров  $m$ ,  $\varepsilon$ ,  $\psi$  на выполнение третьего условия формообразования по способу, указанному на стр. 78.

Таблица 4

Зависимости для определения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  профиля винтовой поверхности, образуемого точкой излома профиля дискового инструмента

Дано: $p, R_{nK}, z_{nK}, m, \varepsilon, \psi$ . Положение расчетных точек назначается величиной координаты $y_n$	
$x_n = \pm \sqrt{R_{nK}^2 - y_n^2}$	$r = \frac{x_n + m}{\cos \mu}$
$\operatorname{tg} \mu = \frac{-y_n \cos \varepsilon + z_{nK} \sin \varepsilon}{x_n + m}$	
$\varphi = \frac{-y_n \sin \varepsilon - z_{nK} \cos \varepsilon}{p}$	$\delta = \mu + \psi - \varphi$
$\operatorname{tg} \xi = \frac{1 - \frac{x_n}{y_n} \operatorname{ctg} \mu \left( \sin \varepsilon \frac{r}{p \cos \mu} - \cos \varepsilon \right)}{\operatorname{tg} \mu + \frac{x_n}{y_n} \cos \varepsilon}$	

### Границы формообразующей части профиля дискового инструмента

Заданная производящая поверхность инструмента при данном значении винтового параметра  $p$  всегда «выре-

жет» на заготовке какую-либо винтовую поверхность, но при этом возможно, что в формообразовании ее будет участвовать не весь профиль инструмента, а только часть его. Определим границы формообразующей и неформообразующей частей профиля производящей поверхности инструмента. Каждая точка  $(R_n, z_n, \sigma_n, q_n)$  профиля инструмента будет участвовать в образовании винтовой поверхности, если для нее будут выполняться два первых условия формообразования винтовой поверхности.

Первое условие формообразования — условие касания винтовой и производящей поверхностей для случая, когда заданы параметры  $(R_n, z_n, \sigma_n)$  профиля инструмента, определяется зависимостью (89). Относительно координаты  $x_n$  эта зависимость является квадратным уравнением. Действительные корни квадратного уравнения будут существовать, если квадрат второго коэффициента будет больше, или в крайнем случае равен учетверенному произведению первого коэффициента на свободный член. Для нашего случая будем иметь

$$4l^2 c_2^2 \operatorname{ctg}^2 \sigma_n \geq 4 \left( l^2 + \frac{c_1^2}{R_n^2} \right) (c_2^2 \operatorname{ctg}^2 \sigma_n - c_1^2)$$

или после преобразования

$$c_1^2 - c_2^2 \operatorname{ctg}^2 \sigma_n + (R_n \operatorname{ctg} \sigma_n + z_n)^2 \geq 0, \quad (93)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — из табл. 3.

Таким образом, те участки профиля инструмента, которые не удовлетворяют неравенству (93), не участвуют в образовании винтовой поверхности.

Второе условие формообразования винтовых поверхностей требует, чтобы производящая поверхность инструмента не пересекала тело детали, на котором лежит винтовая поверхность. Предельным случаем выполнения этого условия будет такой, когда в сечении плоскостью  $Q$ , перпендикулярной оси инструмента, производящая и винтовые поверхности имеют касание второго порядка. Определим зависимость, отражающую такое касание.

Формулы табл. 3 связывают параметры  $R_n, z_n, \sigma_n$  профиля инструмента с параметрами  $r, \delta, \xi$  профиля винтовой поверхности. Если для конкретного случая обработки винтовой поверхности по формулам табл. 3 подсчитать, а затем построить график зависимости параметра  $r$  от параметра  $R_n$  ( $\sigma_n$  и  $z_n$  — являются функциями  $R_n$ ), то

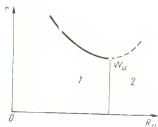


Рис. 30. График зависимости  $r$  от  $R_u$  в зоне стыка формообразующей и неформообразующей частей профиля инструмента:

1—область формообразующей части;  
2—область неформообразующей части

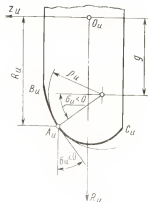


Рис. 31. Схема для определения зависимости между координатой  $R_u$  и параметрами  $\sigma$  и  $q_u$  профиля производящей поверхности дискового инструмента

для зоны, в которой ожидается точка  $W_u$  стыка формообразующей и неформообразующей частей, график будет иметь вид, показанный на рис. 30. Точка  $W_u$  будет являться точкой минимума зависимости  $r$  от  $R_u$ . Поэтому условием определения точки  $W_u$  ( $R_{uw}$ ,  $z_{uw}$ ,  $\sigma_{uw}$ ) стыка формообразующей и неформообразующей частей профиля инструмента будет  $\frac{dr}{dR_u} = 0$ . Для определения про-

изводной  $\frac{dr}{dR_u}$  надо про дифференцировать уравнения табл. 3.

Для удобства дифференцирования выразим параметр  $R_u$  профиля инструмента через параметр  $\sigma_u$  следующим образом. Построим в точке  $A_u$  профиля  $B_u C_u$  инструмента круг кривизны радиуса (рис. 31). Первая и вторая производные в этой точке, подсчитанные соответственно для кривой  $B_u C_u$  и дуги, принадлежащей кругу кривизны, одинаковы. Параметр  $R_u$  для точки  $A_u$  кривой можем выразить через постоянные параметры  $q_u$  и  $g$  круга кривизны

$$R_u = g - q_u \sin \sigma_u. \quad (94)$$

При дифференцировании будем иметь в виду, что  $\frac{dz_u}{dR_u} = \tan \sigma_u$ , и вместо уравнений (89) и (90), входящих

в табл. 3, воспользуемся более простыми уравнениями (87) и (88), так как уравнения (89) и 90) получены при преобразованиях уравнений (87) и (88). Помня, что  $\frac{dr}{dR_n}=0$ , продифференцируем уравнение (54) и уравнение табл. 3. Получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_n}{dR_n} &= -\frac{1}{Q_n \cos \sigma_n}; \\ \frac{dx_n}{dR_n} (R_n \operatorname{ctg} \sigma_n + z_n) + (x_n + c_2) \left( \operatorname{ctg} \sigma_n + \frac{R_n}{Q_n \sin^2 \sigma_n \cos \sigma_n} \right) + \\ &+ \operatorname{tg} \sigma_n x_n + c_1 \frac{dy_n}{dR_n} = 0; \\ \frac{dy_n}{dR_n} &= \frac{R_n}{y_n} - \frac{x_n}{y_n} \frac{dx_n}{dR_n}; \\ \frac{dx_n}{dR_n} \operatorname{ctg} \mu &= \operatorname{tg} \sigma_n \sin \varepsilon - \frac{dy_n}{dR_n} \cos \varepsilon. \end{aligned} \right\} (95)$$

Решая два последних уравнения, получим

$$\begin{aligned} \frac{dx_n}{dR_n} &= \frac{\frac{R_n}{y_n} \cos \varepsilon - \operatorname{tg} \sigma_n \sin \varepsilon}{\operatorname{ctg} \mu + \frac{x_n}{y_n} \cos \varepsilon}; \\ \frac{dy_n}{dR_n} &= \operatorname{tg} \sigma_n \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{\operatorname{ctg} \mu}{\cos \varepsilon} \frac{\frac{R_n}{y_n} \cos \varepsilon - \operatorname{tg} \sigma_n \sin \varepsilon}{\operatorname{ctg} \mu + \frac{x_n}{y_n} \cos \varepsilon}, \end{aligned}$$

Подставляя значения  $\frac{dx_n}{dR_n}$  и  $\frac{dy_n}{dR_n}$  в уравнение (95), будем иметь

$$\begin{aligned} &\frac{\frac{R_n}{y_n} \cos \varepsilon - \operatorname{tg} \sigma_n \sin \varepsilon}{\operatorname{ctg} \mu + \frac{x_n}{y_n} \cos \varepsilon} \left( R_n \operatorname{ctg} \sigma_n + z_n - c_1 \frac{\operatorname{ctg} \mu}{\cos \varepsilon} \right) + \\ &+ (x_n + c_2) \left( \operatorname{ctg} \sigma_n + \frac{R_n}{Q_n \sin^2 \sigma_n \cos \sigma_n} \right) + \operatorname{tg} \sigma_n x_n + c_1 \operatorname{tg} \sigma_n \operatorname{tg} \varepsilon = 0. \end{aligned} \quad (96)$$

При наличии обычных счетных устройств уравнение (96) можно решать только с помощью графиков. Для



этого левая часть уравнения (96) обозначается  $\theta(R_{\text{и}})$ ; на профиле инструмента в зоне, где ожидается появление точки  $W_{\text{и}}$ , выбираются 3—4 расчетные точки ( $R_{\text{и}}, \sigma_{\text{и}}, z_{\text{и}}, \rho_{\text{и}}$ ); по формулам табл. 3 подсчитываются величины  $c_1$  и  $c_2$  и для каждой из расчетных точек координаты  $x_{\text{и}}, y_{\text{и}}, z_{\text{и}}$ ; эти координаты подставляются в уравнение (96) и подсчитываются значения  $\theta(R_{\text{и}})$  для каждой точки. По полученным данным строится график зависимости  $\theta(R_{\text{и}})$  от  $R_{\text{и}}$ .

Пересечение кривой графика с осью  $R_{\text{и}}$  дает искомое значение  $R_{\text{и}}$ , соответствующее положению на профиле инструмента точки  $W_{\text{и}}$ , отделяющей формообразующую часть профиля от неформообразующей.

При ведении расчетов на ЭВМ значение координаты точки  $W_{\text{и}}$  на профиле инструмента можно определить без пользования графиком. Как показывает анализ кривой зависимости  $r$  от  $R_{\text{и}}$  (см. рис. 30) в зоне значений  $R_{\text{и}}$ , для которых при обработке винтовой поверхности по способу наружного касания (см. рис. 15, а) второе условие формообразования выполняется, кривая зависимости  $r$  от  $R_{\text{и}}$  имеет уклон в сторону положительного направления оси  $R_{\text{и}}$ , т. е. в этой зоне имеет место

$$\frac{dr}{dR_{\text{и}}} \leq 0. \quad (97)$$

Уравнение же (96) выведено при  $\frac{dr}{dR_{\text{и}}} = 0$ . Таким образом, для случая обработки винтовой поверхности по способу наружного касания второе условие формообразования будет выполнено, если левая часть уравнения (96) будет меньше нуля или в крайнем случае равна нулю.

При обработке внутренних винтовых поверхностей (см. рис. 15, б), а также наружных по способу охватывающего касания (см. рис. 15, в), кривая зависимости  $r$  от  $R_{\text{и}}$  на участке значений  $R_{\text{и}}$ , когда второе условие выполняется, дает

$$\frac{dr}{dR_{\text{и}}} \geq 0. \quad (98)$$

Поэтому для этих последних случаев второе условие формообразования будет выполнено, если левая часть уравнения (96) будет больше нуля или в крайнем случае равна нулю. Для точки  $K_{\text{и}}$  излома профиля инструмента уравнения (97) и (89) преобразуются следующим об-

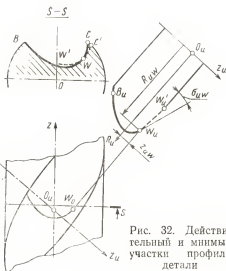


Рис. 32. Действительный и мнимый участки профиля детали

разом. Точку  $K_n$  излома можно рассматривать как участок дуги окружности, у которого  $q_n \rightarrow 0$ . Подставляя в уравнение (86) значение  $q_n = 0$ , после преобразования будем иметь

$$x_n = -c_2. \quad (99)$$

Полученное уравнение, если в него подставить значение  $c_2$  из табл. 3, а значение  $x_n$  из формулы (54), совпадает с уравнением (81)  $r_K \cos \mu = r_n$ , это указывает на то, что при выполнении уравнения (81) точка излома на профиле детали будет соответствовать точке излома на профиле инструмента. Подставляя теперь в уравнение (89) вместо  $x_n$  величину  $c_2$ , после преобразования получим второе условие формообразования для точки  $K_n$  ( $R_{nK}$ ,  $z_{nK}$ ) излома профиля инструмента в следующем виде:

$$(z_{nK}^2 + c_1^2) c_2^2 = R_{nK}^2 c_1^2, \quad (100)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — из табл. 3.

Наличие на профиле инструмента неформообразующих участков обнаружится и при расчете профиля винтовой поверхности: при невыполнении первого условия формообразования уравнение (89) не будет иметь действительных корней; на невыполнение второго условия формообразования укажет следующее поведение кривой

профиля винтовой поверхности: если обрабатывается наружная винтовая поверхность по способу наружного касания, то при увеличении радиуса  $R_n$  имеет место увеличение радиуса  $r$ ; если обрабатывается внутренняя винтовая поверхность, а также наружная по способу охватывающего касания, то при увеличении радиуса  $R_n$  имеет место уменьшение радиуса  $r$ . Точка  $W_n$  стыка участка  $B_n W_n$  профиля инструмента, для которого второе условие формообразования выполняется, и участка  $W_n W_n'$ , для которого это условие не выполняется, на профиле винтовой поверхности соответствует точке  $W$  возврата, соединяющей два участка этого профиля: один  $BW$  — действительный и второй  $WW'$  — мнимый (рис. 32). Участок  $WC'$  профиля винтовой поверхности образует точка  $W_n$  профиля инструмента.

### Переходные кривые и подрезы на профиле детали, образуемые дисковым инструментом

Если параметры  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\psi$ , определяющие положение оси дискового инструмента относительно винтовой поверхности, обеспечивают выполнение всех трех условий формообразования, то винтовая и производящая поверхности инструмента будут полностью сопряженными, а инструмент будет обрабатывать винтовую поверхность без отклонений в ее профиле. Однако на практике это бывает редко. Чаще профили винтовых поверхностей на некоторых своих участках не удовлетворяют условиям формообразования. Кроме того, по различным обстоятельствам конструктивного, технологического и эксплуатационного характера на профиле инструмента конструктором наносятся участки, которые не удовлетворяют теоретическим требованиям сопряжения винтовой и производящей поверхностей. В этих случаях профиль винтовой поверхности искажается различными переходными кривыми и подрезами.

Переходные кривые (недорезы) на профиле винтовой поверхности возникает, когда вследствие конструктивного оформления или установки инструмента его профиль прерывается формообразующими точками или участками, не сопрягаемые с профилем заданной винтовой поверхности. Пусть для точки  $K$  профиля винтовой поверхности, изображенного на рис. 26, не выполняется второе (82) условие формообразования. Теоретический профиль инструмента, рассчитанный по формулам

табл. 1, примет форму, показанную на рис. 26, б. Ветви  $B_n K_{n1}$  и  $C_n K_{n2}$  профиля инструмента, предназначенные соответственно для обработки участков  $BK$  и  $CK$  профиля винтовой поверхности, пересекаются с образованием точки  $S_n$ . Для этой точки в общем случае условие (100) формообразования не выполняется, поэтому точкой  $S_n$  нельзя получить точку излома на профиле детали. Если конструктор оставит на профиле инструмента точку  $S_n$ , то она в процессе вращательного движения инструмента опишет дугу окружности, которая при винтовом движении нанесет на профиль поверхности детали кривую  $S_1 S_2$ . Эта кривая будет плавно соединять участки  $BS_1$  и  $CS_2$ , сопряженные соответственно с участками  $B_n S_n$  и  $C_n S_n$  профиля инструмента. Параметры  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  кривой  $S_1 S_2$ , образуемой точкой  $S_n$ , определяются по формулам табл. 4. Если же конструктор по условиям стойкости инструмента скруглит его профиль некоторой дугой  $T_{n1} T_{n2}$ , то эта дуга нанесет на профиль винтовой поверхности переходную кривую  $T_1 T_2$  (см. рис. 26, в). В этом случае параметры  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  переходной кривой определяются по формулам табл. 3.

Подрезы профиля винтовой поверхности возникают, когда вследствие конструктивного оформления или установки инструмента его профиль прерывается неформообразующими точками или участками, не сопрягаемые с профилем заданной винтовой поверхностью, а также в тех случаях, когда не выполняется третье условие формообразования. Если для некоторого профиля  $B_n C_n$  инструмента, содержащего участок  $G_n H_n$ , точки которого не удовлетворяют второму условию обработки винтовой поверхности, по зависимостям табл. 3 подсчитать, а затем построить профиль винтовой поверхности, то последний представится в виде кривой, имеющей две точки возврата (рис. 33, а). Участок  $GH$ , показанный на рисунке штриховой линией, образуется точками участка  $G_n H_n$  профиля инструмента. Реально на профиле винтовой поверхности он существовать не может: профиль винтовой поверхности очертится двумя пересекающимися ветвями  $BG$  и  $HC$ . Поэтому точки участка  $GH$  профиля инструмента в образовании профиля винтовой поверхности участвовать не будут, но наличие таких точек на профиле инструмента приведет к смещению и пересечению кривых, образующих профиль детали, т. е. к подрезу одной частью профиля другой его части с образованием точки  $E$  излома.

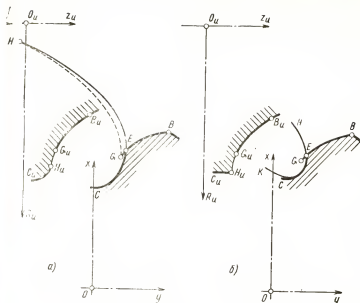


Рис. 33. Подрезание профиля обрабатываемой детали

В тех случаях, когда на профиле инструмента имеется точка излома, находящаяся на стыке формообразующего и неформообразующего участков (например, точка  $H_{и}$  на рис. 33, б), профиль детали очертится двумя ветвями ( $BG$  и  $CH$ ), сопрягающимися с соответствующими участками ( $B_{и}G_{и}$  и  $C_{и}H_{и}$ ) профиля инструмента, и переходной кривой  $HK$ , которую опишет точка излома профиля рейки. Эта переходная кривая будет плавно соединяться с ветвью  $CH$  и подрезать  $BG$ .

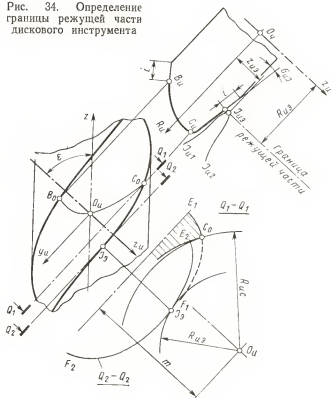
При невыполнении третьего условия формообразования профиль инструмента, полностью сопряженный с заданной винтовой поверхностью в зоне ее контакта с производящей поверхностью, подрезает профиль винтовой поверхности вдали от этой зоны (см. рис. 7, з).

### Границы режущей части дискового инструмента

При обработке винтовой поверхности дисковым инструментом контакт режущей части инструмента с заготовкой зависит от направления подачи. Для участка, обра-

щенного в сторону, противоположную подаче инструмента, контакт с заготовкой заканчивается в точке  $B_0$  (рис. 34). Для участка, обращенного в сторону подачи инструмента, контакт с заготовкой заканчивается не в крайней точке  $C_0$  линии  $B_0C_0$  касания с винтовой поверхностью, а в точке  $J_3$  контакта с цилиндром заготовки. Поэтому при окончательном оформлении профиля инструмента его сторона, обращенная к подаче, обязательно снабжается участком  $C_{\kappa}J_{\kappa 3}$ , который не оказывает влияния на профиль винтовой поверхности, но участвует в удалении припуска. Форма участка  $C_{\kappa}J_{\kappa 3}$  может быть любой. Обычно он выполняется прямолинейным, наклоненным под углом  $\sigma_{\kappa J}$  к торцу инструмента и плавно сопрягающимся с профилем  $B_{\kappa}C_{\kappa}$ , образующим вин-

Рис. 34. Определение границы режущей части дискового инструмента



товую поверхность. Однако, чтобы участок  $C_{\text{и}}J_{\text{и}}$  не подрезал профиль винтовой поверхности в зоне точки  $C$  необходимо, чтобы он не выходил за пределы профиля  $J_{\text{и1}}J_{\text{и2}}$  поверхности  $\Phi_{\text{и}}$ , построенной для винтовой линии, проходящей через точку  $C$  ( $r_c, \delta_c$ ). Координаты  $R_{\text{и2}}$ ,  $z_{\text{и2}}$  крайней точки  $J_{\text{и2}}$ , которая может контактировать с припуском заготовки, можно определить по зависимостям табл. 1, рассчитав их для крайней точки  $C$  ( $r_c, \delta_c$ ), лежащей на цилиндре, диаметр которого равен диаметру заготовки; в этом случае значение параметра  $\xi$  для точки  $C$  будет равно  $\pi/2$ .

Таким образом, границы режущей части профиля инструмента определяются с одной стороны профилем координатами  $R_{\text{и}}$  и  $z_{\text{и}}$  крайней точки касания с винтовой поверхностью, а с другой — координатами  $R_{\text{и2}}$  и  $z_{\text{и2}}$  точки  $J_{\text{и2}}$  контакта инструмента с цилиндром заготовки. При окончательном оформлении профиля инструмента необходимо рассчитанную режущую часть с обеих сторон увеличить на размер  $i$  гарантированного перекрытия.

Координаты  $R_{\text{и2}}$  и  $z_{\text{и2}}$  точки  $J_{\text{и2}}$  можно подсчитать и по формулам табл. 2. Точка  $J_{\text{и2}}$  профиля поверхности  $\Phi_{\text{и}}$  является точкой экстремума, так как в ней  $\frac{dR_{\text{и}}}{dz_{\text{и}}} = 0$  и профильный угол  $\sigma_{\text{и}}$  в этой точке равен  $\pi/2$ . Подставляя в последнюю зависимость табл. 2  $\sigma_{\text{и}} = \pi/2$ , после преобразований получим следующее уравнение для определения значения параметра  $\varphi$ , соответствующего точке  $J_{\text{и2}}$

$$p \operatorname{ctg} \varepsilon - r_j \cos \mu - p \varphi \left( \operatorname{ctg} \varepsilon \cdot \operatorname{ctg} \mu + \frac{p}{r \sin \mu} \right) + \frac{m}{\sin^2 \varepsilon} = 0,$$

где  $\mu = \delta + \varphi - \psi$ .

Зная значение угла  $\varphi$ , соответствующее точке  $J_{\text{и2}}$  экстремума кривой профиля поверхности  $\Phi_{\text{и}}$ , по формулам табл. 2 можно определить координаты  $R_{\text{и2}}$  и  $z_{\text{и2}}$  этой точки. Однако определение границы режущей части дискового инструмента и неформообразующей части его профиля более удобно (особенно при ведении расчетов на ЭВМ) осуществлять путем построения профиля поверхности  $\Phi_{\text{и}}$ . Это делается так: задаются рядом значений координаты  $z$  с шагом  $\Delta z$  в зоне от  $z_{\text{нач}}$  до  $z_{\text{кон}}$ , где ожидается контакт производящей поверхности инструмента с винтовой поверхностью в крайней точке ( $r, \delta$ ) ее профиля, и по формулам табл. 2 определяются координаты кривой профиля поверхности  $\Phi_{\text{и}}$ , в том числе и уча-

стка, где расположена точка  $J_{\Phi\Xi}$ . Кривая профиля поверхности  $\Phi_{\pi}$  сразу определяет и границу режущей части инструмента и границу неформообразующей части его профиля.

## Глава V

### ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ РЕЧНЫМИ ИНСТРУМЕНТАМИ

Ранее было решено инструментальную рейку рассматривать как частный случай производящей поверхности дискового инструмента, когда ось последней бесконечно удалена, т. е. когда межосевое расстояние  $m$  между осью винтовой поверхности и осью инструмента равно  $\infty$ .

На рис. 35 показана схема сопряжения винтовой поверхности детали с инструментальной рейкой: винтовая поверхность и рейка имеют касание по линии  $B_0C_0$ . Поверхность резания совпадает с поверхностью инструментальной рейки. Подача инструмента — винтовое движение вокруг оси детали с шагом, равным шагу обрабатываемой винтовой поверхности. Винтовое движение состоит из двух элементарных: равномерного вращательного вокруг оси детали и равномерного поступательного вдоль этой оси. Эти движения при обработке детали осуществляют двумя способами.

Первый способ предусматривает, что линия  $B_0C_0$  контакта винтовой поверхности детали и инструментальной рейки в процессе формообразования детали на рейке остается неподвижной. В этом случае подобно обработке винтовой поверхности дисковым инструментом подачу осуществляет деталь, совершая винтовое движение. В литературе этот способ формообразования принято называть фасонной обработкой.

Второй способ предусматривает, что линия  $B_0C_0$  контакта винтовой поверхности и инструментальной рейки в процессе формообразования детали по рейке перемещается. Для этого у детали оставляют только одно элементарное (вращательное) движение, а второе (прямолинейное движение детали относительно рейки) заменяют движением рейки относительно детали. Рейка получит скорость  $V_0$ , равную по величине и противоположную по направлению скорости  $V$  детали.



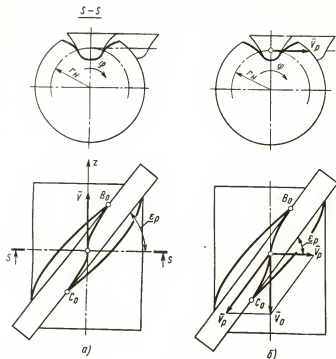


Рис. 35. Схема сопряжения винтовой поверхности детали с инструментальной рейкой

Разложим скорость  $V_0$  на два направления: вдоль рейки  $V_p'$  и перпендикулярно оси  $z$  детали  $V_p$ . Движение рейки со скоростью  $V_p'$  вдоль самой себя на условия формообразования детали влияния не окажет, но приведет к относительному перемещению вдоль зуба рейки линии  $B_0C_0$  контакта рейки с деталью. Движение же рейки со скоростью  $V_p$  совместно с вращательным движением детали образует кинематическую пару колесо — рейка, при которой некоторая плоскость рейки будет катиться без скольжения по цилиндру некоторого радиуса  $r$ . Такое суммарное движение принято называть движением обкатки, а сам способ формообразования детали реечным инструментом способом обкатки.

Если угловая скорость детали при ее вращательном движении будет  $\varphi$ , то скорость точек на цилиндре радиу-

са  $r$  будет  $V_{\text{ц}} = r\varphi$ , а  $V_0 = p\varphi$ . Как видно из рис. 35,  $\epsilon$ ,  $V_p = V_0 \operatorname{ctg} \epsilon_p$ . С другой стороны,  $V_p = r\varphi$ , так как указанные плоскость и цилиндр осуществляют друг по другу качение без скольжения. Тогда  $r = p \operatorname{ctg} \epsilon_p$ . Сравнивая последнюю зависимость с формулой (50), видим, что  $r = r_n$ . Таким образом, при наличии у детали и инструментальной рейки движений обкатки, начальный цилиндр детали и начальная плоскость детали осуществляют качение без скольжения.

Различные по своему виду движения, которые реечный инструмент совершает при обработке винтовой поверхности фасонным способом и способом обкатки, повлекут за собой различные конструктивные варианты инструмента, различные схемы резания и различные эксплуатационные показатели в работе. Однако метод решения вопросов формообразования винтовых поверхностей реечными инструментами останется одинаковым для всех реечных инструментов, независимо от того, каким способом они обрабатывают детали.

Расчетные зависимости для решения вопросов формообразования винтовых поверхностей реечными инструментами получатся из соответствующих расчетных зависимостей для решения вопросов формообразования винтовых поверхностей дисковыми инструментами, если в них подставить значение  $m = \infty$  и параметры дискового инструмента заменить на параметры реечного инструмента.

Система координат  $x_n y_n z_n$  производящей поверхности дискового инструмента и система координат  $x_p y_p z_p$  инструментальной рейки связаны уравнениями (46) (см. рис. 13, б):

$$x_p = x_n + R, \quad y_p = y_n, \quad z_p = z_n.$$

Подставим в первое из этих уравнений значение из табл. 1. Получим  $x_p = r \cos \mu - m + R$ .

Поместим начало  $O_p$  системы координат  $x_p y_p z_p$  рейки на начальном цилиндре детали. Тогда  $m - R = r_n$  и уравнения (46) для этого случая примут вид

$$\left. \begin{aligned} x_p + r_n &= r \cos \mu = x_n + m; \\ y_p &= y_n; \\ z_p &= z_n. \end{aligned} \right\} \quad (101)$$

# Определение профиля инструментальной рейки для обработки винтовой поверхности

Здесь решается задача о расчете значений параметров  $x_p, z_p, \alpha_p$  и  $\varphi_p$  для каждой точки профиля инструментальной рейки, предназначенной для обработки заданной винтовой поверхности. Предполагается, что значение параметра  $\varepsilon_p$  установки инструмента выбрано таким, что условия формообразования поверхности детали выполняются.

Расчетные зависимости для определения параметров  $x_p, y_p, \alpha_p$  профиля инструментальной рейки, предназначенной для обработки заданной винтовой поверхности, получим, если в уравнения табл. 1 подставим значение  $m=\infty$  и углы  $\sigma_n, \varepsilon, \psi$  заменим соответственно углами  $\alpha_p, \varepsilon_p, \varphi_p$ . Проведем это с помощью уравнений (101), получим зависимости, которые сведены в табл. 5.

Таблица 5

Зависимости для определения параметров  $x_p, z_p, \alpha_p$  .  
профиля инструментальной рейки,  
предназначенной для обработки винтовой поверхности

Дано: $p, r_n, \varepsilon_p, \varphi_p$ и для каждой расчетной точки профиля винтовой поверхности $r, \delta, \xi$	
$u = r \cos \xi$	$\varphi = \mu + \psi_p - \delta$
$\cos \tau = \frac{u}{r_n}$	$x_p = r \cos \mu - r_n$
	$z_p = (r \sin \mu - r_n \varphi) \sin \varepsilon_p$
$\mu = \pm \tau - \xi$	$\operatorname{tg} \alpha_p = \operatorname{tg} \tau \sin \varepsilon_p$

Формула  $\cos \tau = \frac{u}{r}$  из табл. 5 для угла  $\tau$  дает два знака: плюс и минус. Для каждой расчетной точки профиля винтовой поверхности детали знак угла  $\tau$  должен быть назначен таким, который соответствует схеме контакта инструментальной рейки с открытой стороной винтовой поверхности. В принятой нами системе координат  $x_p, y_p, z_p$  рейки для правой стороны впадины профиля винтовой поверхности знак угла  $\tau$  будет плюс, а для левой — минус.

Радиус  $q_p$  кривизны профиля инструментальной рейки в данной его точке выразится через известную формулу [1]:

$$q_p = \frac{\left[ 1 + \left( \frac{dz_p}{dx_p} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2 z_p}{dx_p^2}}. \quad (102)$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \frac{dz_p}{dx_p} &= \operatorname{tg} \alpha_p; \\ \frac{d^2 y_p}{dx_p^2} &= \frac{d(\operatorname{tg} \alpha_p)}{dx_p} = \frac{1}{\cos^2 \alpha_p} \frac{d\alpha_p}{dx_p}, \end{aligned}$$

получим

$$q_p = \frac{1}{\cos \alpha_p} \frac{dx_p}{d\alpha_p}. \quad (103)$$

Производную  $\frac{dx_p}{d\alpha_p}$  можно получить при дифференцировании уравнений, связывающих координату  $x_p$  профиля рейки с ее профильным углом. Такими уравнениями являются второе, пятое и седьмое в табл. 5. Перепишем эти уравнения, причем в пятом уравнении  $r \cos \mu$  заменим согласно верхним строчкам уравнений (54) и (58) через  $u \cos \tau + v \sin \tau$ :

$$\begin{aligned} \cos \tau &= \frac{u}{r_n}; \quad x_p = u \cos \tau + v \sin \tau - r_n; \\ \operatorname{tg} \alpha_p &= \operatorname{tg} \tau \sin \epsilon_p. \end{aligned}$$

Продифференцируем эти уравнения по параметру  $\beta$ , используя при этом зависимости (62):  $du = (q - v)d\beta$ ;  $dv = u d\beta$ , получим:

$$\begin{aligned} \frac{dx_p}{d\beta} &= (q - v) \cos \tau + u \sin \tau - \frac{u \sin \tau - v \cos \tau}{\sin \epsilon_p} \frac{d\alpha_p}{d\beta}; \\ \frac{d\alpha_p}{d\beta} &= - \frac{\cos^2 \alpha_p}{\cos^2 \tau} \frac{(q - v) \sin \epsilon_p}{r_n \sin \tau}. \end{aligned}$$

Решая эти два уравнения, получим значение производной  $\frac{dx_p}{d\alpha_p}$ , подставив которое в уравнение (103), после преобразований получим

$$q_p = \frac{\cos^2 \tau}{\cos^3 \alpha_p \sin \epsilon_p} (v \cos \tau - 2u \sin \tau - \frac{r_n u \sin^2 \tau}{q - v}). \quad (104)$$

Радиус  $\varrho_{ps}$  кривизны профиля инструментальной рейки в торшвом сечении зубчатой детали определится из уравнения (104), если в него подставить  $\epsilon_p = \pi/2$ :

$$\varrho_{ps} = v - 2u \operatorname{tg} \tau - \frac{r_n^2 - u^2}{\varrho - v}. \quad (105)$$

При проектировании реечных инструментов для обработки винтовых поверхностей часто приходится определять участок профиля инструментальной рейки ( $x_p, z_p, \alpha_p, \varrho_p$ ), который в процессе работы должен контактировать с одной и той же винтовой линией  $J'J'$ , проходящей через заданную точку  $J (r_J, \delta_J)$  излома профиля винтовой поверхности. Как и для дисковых инструментов, это имеет место при расчете профиля поверхности  $\Phi_p$  для проверки выполнения третьего условия формообразования, при расчете преднамеренного подреза профиля детали и др.

Расчетные зависимости для определения параметров  $x_p, z_p, \alpha_p$  искомого участка профиля инструментальной рейки получим, если в уравнения табл. 2 подставим  $m = \infty$  и обозначение профильного угла  $\sigma_n$  заменим на  $\alpha_p$ . Искомые зависимости сведены в табл. 6.

Таблица 6

Зависимости для определения параметров  $x_p, z_p, \alpha_p$  участка профиля инструментальной рейки, контактирующей с заданной винтовой линией

Дано: $p, r_J, \delta_J, r_n, \epsilon_p, \phi_p$ . Назначаются значения координаты $z$ для каждой расчетной точки	
$\varphi = \frac{z}{p}$	$z_p = (r \sin \mu - r_n \varphi) \sin \epsilon_p$
$\mu = \delta_J + \varphi - \phi_p$	$\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{-x_p \sin \epsilon_p}{r_J \sin \mu}$
$x_p = r_J \cos \mu - r_n$	

Радиус  $\varrho_p$  кривизны в произвольной точке этого участка определится с помощью формулы (102). Первая производная  $\frac{dz_p}{dx_p} = \operatorname{tg} \alpha_p$ , а значение второй производной  $\frac{d^2 z_p}{dx_p^2}$ , входящей в формулу (102), определяется при дифференцировании уравнений табл. 6.

После преобразования эта производная примет следующий вид

$$\frac{dz_p}{dx_p^2} = \frac{d}{dx_p} (\operatorname{tg} \alpha_p) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{x_p} \left( 1 - \operatorname{ctg} \mu \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\sin \epsilon_p} \right).$$

Подставляя в формулу (102)  $\frac{dz_p}{dx_p} = \operatorname{tg} \alpha_p$  и полученное значение второй производной  $\frac{d^2 z_p}{dx_p^2}$ , будем иметь

$$\rho_p = \frac{x_p}{\cos^3 \alpha_p \operatorname{tg} \alpha_p \left( 1 - \operatorname{ctg} \mu \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\sin \epsilon_p} \right)}. \quad (106)$$

### Определение радиуса начального цилиндра у деталей, обрабатываемых реечными инструментами

Ранее установлено, что положение реечного инструмента относительно детали определяется параметрами  $\psi_p$  и  $\epsilon_p$ . Как следует из уравнений табл. 5, угол  $\psi_p$  не влияет на величину профильного угла  $\alpha_p$ , подсчитанного для каждой расчетной точки профиля инструментальной рейки, а следовательно, не влияет на форму ее профиля. Он определяет только положение начала  $O_p$  системы координат  $x_p y_p z_p$  на начальной плоскости. Угол же  $\epsilon_p$  не только оказывает влияние на форму профиля инструментальной рейки, но и определяет самую возможность формообразования заданной гинтовой поверхности.

Определение параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  установки дискового инструмента относительно детали осуществляется с помощью зависимостей (74), (76), (77), (79), (80) и (82), обеспечивающих выполнение первого и второго условий формообразования, и проверкой выполнения третьего условия формообразования. Зависимости для расчета параметра  $\epsilon_p$  (или  $r_n$ , так как  $r_n = p \operatorname{ctg} \epsilon_p$ ) установки реечного инструмента получим, подставив в указанные зависимости  $m = \infty$  и заменив  $\epsilon$  и  $\psi$  соответственно на  $\epsilon_p$  и  $\psi_p$ .

Первое условие формообразования винтовой поверхности дисковым инструментом выполняется при выполнении неравенств (74) или неравенств (76) и (77). При

подстановке в неравенства (76) и (77)  $m = \infty$  их правые и левые части дадут нуль; следовательно, для реечного инструмента эти неравенства отпадают. При подстановке в неравенстве (74)  $m = \infty$  получим

$$\left. \begin{aligned} p \operatorname{ctg} \varepsilon_p &> u \\ \text{или} \\ r_n &> u. \end{aligned} \right\} \quad (107)$$

Таким образом, первое условие формообразования винтовой поверхности речным инструментом можно сформулировать так: принятое значение радиуса  $r_n$  начального цилиндра детали должно быть больше величины  $u$ , подсчитанной для лисбой точки  $(r, \delta, \xi)$  профиля детали. В крайнем случае  $r_n$  может быть равен наибольшей из подсчитанных величин  $u$ .

Второе условие формообразования винтовой поверхности дисковым инструментом выполняется, если значение угла  $\varepsilon$  установки инструмента будет лежать между корнями совместно решенных уравнений (79) и (80). Подставляя в уравнения (79) и (80)  $m = \infty$  и учитывая уравнения (54), (88) и (101), получим

$$(r_n - b)^2 + (v - q)q \sin^2 \tau = 0,$$

где

$$b = u \cos \tau + (v - q) \sin \tau$$

и

$$r_n = \frac{u}{\cos \tau}.$$

Исключим из двух первых уравнений параметр  $\tau$  путем подстановки его значения из третьего уравнения, получим

$$(r_n - b)^2 + (v - q)q - \frac{(v - q)q(r_n^2 - u^2)}{r_n^2} = 0$$

и

$$b = \frac{u^2 + (v - q) \sqrt{r_n^2 - u^2}}{r_n}.$$

Подставляя значение  $b$  из последнего уравнения в предыдущее, после простого преобразования будем иметь

$$r_n^2 - u^2 + (v - q)v = 2(v - q) \sqrt{r_n^2 - u^2}.$$

Возведем обе части полученного уравнения в квадрат. После преобразования получим квадратное уравнение относительно  $r_n^2 - u^2$

$$(r_n^2 - u^2)^2 - 2(r_n^2 - u^2)(q - v)(2q - v) + v^2(q - v)^2 = 0.$$

Решая это уравнение относительно  $r_n^2 - u^2$  по формуле решения квадратного уравнения и произведя небольшие преобразования, получим следующее уравнение:

$$r_n = \sqrt{u^2 + (q - v \pm \sqrt{q(q - v)})^2}. \quad (108)$$

Уравнение (108) дает два корня —  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$ , определяющих границы значений  $r_n$ . Допустимые значения  $r_n$  лежат между  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$ .

Таким образом, второе условие формообразования винтовой поверхности реечным инструментом можно сформулировать так: принятое значение радиуса  $r_n$  начального цилиндра детали должно находиться между корнями уравнения (108), подсчитанными для любой точки  $(r, \delta, \xi)$  ее профиля. Для точек излома, расположенных во впадине профиля винтовой поверхности, второе условие формообразования поверхностей дисковым инструментом выражается равенством (82). Подставляя в это равенство  $m = \infty$ , получим  $r_n = r_K$ , т. е. для получения точки излома во впадине профиля винтовой поверхности реечным инструментом необходимо, чтобы окружность начального цилиндра детали проходила через эту точку.

Остановимся теперь на результатах анализа зависимостей (107) и (108). Эти зависимости в общем случае дают два корня:  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$ , которые показывают границы допустимых значений радиуса начального цилиндра. Для вогнутых участков профиля действительными являются оба корня уравнения (108) —  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$ , а для выпуклых только один корень  $r_{n \min}$ , а  $r_{n \max}$  определяется зависимостью (107), т. е.  $r_{n \max} = \infty$ . Для точки вогнутого участка профиля детали, в которой  $q = v$  (точка  $J$  на рис. 36) уравнение (108) дает один корень  $r_n = u$  (точнее: два совпавших корня). Для всех точек профиля, где разность  $q - v$  имеет знак, противоположный знаку  $q$ , уравнение (108) дает мнимые корни. Последнее говорит о том, что если участок профиля детали, имеющий такие точки, является выпуклым (например, участок  $J'C$ ), то при любом значении  $r_n$  удовлетворяется



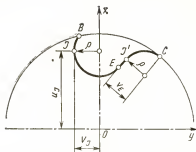


Рис. 36. Профиль детали с вогнутым, выпуклым и прямолинейным участками

щем неравенству (107), поверхность инструментальной рейки не будет пересекать тело детали, и поэтому для обработки этого участка достаточно выполнить только первое условие формообразования; если участок профиля является вогнутым (например, участок  $JB$ ), то при любом значении  $r_{\text{н}}$ , удовлетворяющем неравенству (107), такой участок реечным инструментом обработать нельзя. Если на профиле детали имеется прямолинейный участок (например,  $EJ'$ ), то для него  $v = \text{const}$  и  $\rho = \infty$ . Уравнение (108) дает для этого случая первый корень  $r_{\text{н max}} = \infty$ , а при подсчете второго корня оно превращается в неопределенность, раскрытием которой с помощью двухкратного применения правила Лопиталя получаем

$$r_{\text{н min}} = \sqrt{u^2 + \frac{v^2}{4}}. \quad (109)$$

Если на профиле детали имеется точка  $K$  излома (рис. 37), то для нее  $\rho = 0$  (как предел радиуса дуги скругления). Точка излома может быть расположена во впадине, у которой ни одна сторона не поднутрена (точка  $K$ , рис. 37, а), на вершине выступа (точка  $K'$ , рис. 37, а) и в поднутренной впадине (точка  $K''$ , рис. 37, б). Чтобы выяснить условия расчета радиуса начального цилиндра, обеспечивающего получение точек излома, скруглим впадины и выступ дугами радиуса  $\rho$ .

Для всех точек дуги скругления впадины в области точки  $K$  разность  $\rho - v$  имеет такой же знак, что и у  $\rho$ , т. е. для этого случая уравнение (108) дает действительные корни. При уменьшении  $\rho$  это положение сохраня-

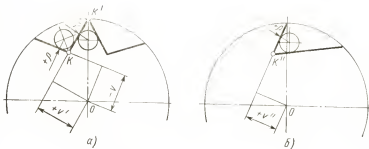


Рис. 37. Профили детали с точками излома

ется. Подставляя в уравнение (108) значение  $q=0$ , получим  $r_n = \sqrt{u^2 + v^2}$ , или, учитывая уравнения (57), получим  $r_n = r_K$ , т. е. получим следствие уравнения (82) при  $m = \infty$ .

Для всех точек дуги скругления выступа в области точки  $K'$  разность  $q - v$  имеет знак, обратный знаку у  $q$ , что сохраняется и при уменьшении  $q$ . В этом случае уравнение (108) дает мнимые корни, и для обработки участка в области точки  $K'$  требуется выполнить только неравенство (107). Наконец, для впадины в районе точки  $K''$  часть дуги, примыкающей к поднутренной стороне, имеет разность  $q - v$  со знаком, обратным знаку у  $q$ . Как отмечалось, вогнутый участок в этом случае обработать нельзя. Положение сохранится и при уменьшении  $q$ . Поэтому поднутренный участок с точкой излома обработать режущим инструментом не представляется возможным.

Таким образом:

1) при обработке криволинейных вогнутых участков для точек, у которых знак разности  $q - v$  совпадает со знаком у  $q$ , радиус  $r_n$  начального цилиндра должен лежать между значениями  $r_{n \min}$  и  $r_{n \max}$ , подсчитанными по уравнению (108);

2) при обработке криволинейных выпуклых участков для точек, у которых знак разности  $q - v$  совпадает со знаком у  $q$ , радиус  $r_n$  должен лежать между значением  $r_{n \min}$ , подсчитанным по уравнению (108) и значением  $r_{n \max}$ , соответствующим неравенству (107);

3) при обработке криволинейных выпуклых участков, для точек которых знак разности  $q - v$  противоположен знаку у  $q$ ,  $r_n$  должен удовлетворять только неравенству

(107). Вогнутые криволинейные участки при такой разности  $\varrho - \upsilon$  обработать нельзя;

4) при обработке прямолинейных участков  $r_n$  должен быть больше или равен значению, подсчитанному по уравнению (108);

5) для получения точки на криволинейном вогнутом участке, в которой  $\varrho = \upsilon$ ,  $r_n$  должен быть равен значению величины в этой точке;

6) для получения точки  $K$  излома в неподнутренной впадине профиля детали  $r_n$  должен быть равен радиусу  $r_K$  до точки  $K$ . Получить поднутренные профили с точкой излома нельзя.

При решении конкретной задачи по расчету радиуса начального цилиндра на профиле детали нужно выбрать несколько характерных расчетных точек и для них вычислить (или измерить на тщательно выполненном чертеже) значения  $u$ ,  $\upsilon$  и  $\varrho$  и по соответствующим зависимостям для каждой из них рассчитать допустимые значения радиусов  $r_n$  начальных цилиндров. Затем следует принять такое  $r_n$ , которое не противоречило бы ни одному из рассчитанных значений.

Несоответствие принятого значения радиуса  $r_n$  рассчитанным границам обнаружится и при расчете профиля инструментальной рейки: при невыполнении равенства (107) по второй формуле табл. 1 не удастся определить угол  $\tau$ , соответствующий моменту контакта рейки и профиля детали (значение  $\cos \tau$  получится больше единицы) при невыполнении требований уравнения (108) на профиле рейки появятся или точка возврата (точка  $K_p$  на рис. 143), от которой начнется практически неосуществимая ветвь ( $M_p C_p$ ), или точка разрыва кривой профиля (для точки излома профиля детали).

Для деталей, профиль которых содержит поднутренные участки, значение параметра  $r_n$ , удовлетворяющее первому и второму условиям формообразования, следует проводить также на выполнение третьего условия формообразования. Для этого после расчета профиля инструмента надо для крайней точки ( $r_J$ ,  $\delta_J$ ) поднутренного участка (т. е. точки, лежащей на окружности наибольшего диаметра) по зависимостям табл. 6 рассчитать профиль поверхности  $\Phi_p$  и сравнить последний с профилем производящей поверхности реечного инструмента. Третье условие формообразования будет выполнено, если профиль поверхности  $\Phi_p$  не будет пересекать профиль производящей поверхности.

## Определение профиля детали при заданном профиле реечного инструмента

Для решения задачи, когда задан профиль инструментальной рейки ( $x_p, z_p, \alpha_p$ ) и винтовой параметр  $p$ , а требуется определить координаты  $r, \delta$  расчетных точек профиля винтовой поверхности детали и углы  $\xi$  давления в этих точках, расчетные зависимости можно получить, подставив в формулы табл. 3 значение  $m = \infty$  и заменив углы  $\epsilon$  и  $\psi$  на  $\epsilon_p$  и  $\psi_p$ . Однако, чтобы избежать неопределенности, перед подстановкой в формулы табл. 3  $m = \infty$ , формулу (89), входящую в табл. 3, следует заменить формулой (87), из которой получена формула (89). Уравнение (87) путем исключения координаты  $y_n$  надо решить с уравнением (91), входящим в табл. 3. Только после этого в полученные выражения надо подставить  $m = \infty$ . Прделав это, с помощью уравнений (54), (88) и (101) после простых преобразований получим зависимости, которые сведены в табл. 7.

Таблица 7

Зависимости для определения параметров  $r, \delta, \xi$   
профиля винтовой поверхности,  
получаемой реечным инструментом с заданным профилем

Дано: $p, \epsilon_p, r_n, \psi_p$ и для каждой расчетной точки профиля инструментальной рейки $x_p, z_p, \alpha_p$	
$\operatorname{tg} \tau = \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\sin \epsilon_p}$	$r = \frac{r_n + x_p}{\cos \mu}$
$\operatorname{tg} \mu = -\frac{x_p}{\operatorname{tg} \tau (r_n + x_p)}$	$\delta = \mu - \varphi + \psi_p$
$\varphi = -\frac{\frac{x_p}{\operatorname{tg} \tau} + \frac{z_p}{\sin \epsilon_p}}{r_n}$	$\xi = \tau - \mu$

Выбирая на профиле рейки ряд расчетных точек ( $x_p, z_p, \alpha_p$ ), по уравнениям табл. 7 можно подсчитать координаты  $r$  и  $\delta$  соответствующих расчетных точек профиля детали, а также значения угла  $\xi$  в каждой из них. Радиус  $\rho$  кривизны профиля детали в данной его точке определится следующим образом. Для случая, когда кривая выражается в полярных координатах ( $r, \delta$ ) ради-



$$Q = \frac{r (\cos \xi - a \operatorname{ctg} \tau \sin^2 \xi)}{\sin \xi \cos \xi - \operatorname{ctg} \mu \cos^2 \xi - a \operatorname{ctg} \tau}, \quad (111)$$

где

$$a = 1 - \frac{Q_p \cos^2 \alpha_p \sin \alpha_p}{x_p \cos^2 \tau}.$$

При проектировании реечных инструментов очень часто приходится определять участок профиля детали, который образуется точкой излома профиля инструментальной рейки. Это имеет место, например, при расчете формы переходных кривых и подрезов. Зависимости для определения координат  $r$  и  $\delta$ , а также угла  $\xi$  давления в расчетных точках такого участка определяются, если используя зависимости (54), (98) и (101), в формулы табл. 4 подставить значения  $m = \infty$ , а параметры  $\varepsilon$  и  $\psi$  заменить на  $\varepsilon_p$  и  $\psi_p$ . Получим зависимости, которые сведены в табл. 8.

Таблица 8

Зависимости для определения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  профиля винтовой поверхности, образуемого точкой излома профиля реечного инструмента

Дано: $r_n$ , $p$ , $x_{pK}$ , $\varepsilon_p$ , $\psi_p$ , $z_{pK}$ . Положение расчетных точек назначается величиной параметра $\varphi$	
$\operatorname{tg} \mu = \frac{r_n \varphi + \frac{z_{pK}}{\sin \varepsilon_p}}{r_n + x_{pK}}$	$\delta = \mu - \varphi + \psi_p$
$r = \frac{r_n + x_{pK}}{\cos \mu}$	$\operatorname{tg} \xi = \operatorname{ctg} \mu - \frac{r}{r_n \sin \mu}$

Радиус кривизны участка профиля детали, образуемого точкой излома профиля инструментальной рейки, определится по формуле (18), если в нее подставить значения первой  $\frac{dr}{d\delta}$  и второй  $\frac{d^2r}{d\delta^2}$  производных, полученных при дифференцировании уравнений табл. 8. Формула (18) примет следующий вид:

$$Q = \frac{r}{\sin \xi + \sin \xi \cos^2 \xi - \frac{\cos \mu [r_n (1 + \sin^2 \mu) - r \cos \mu] \cos^3 \xi}{r_n \sin^3 \mu}}. \quad (112)$$

## Границы формообразующей части профиля реечного инструмента

Каждая точка  $(x_p, z_p, \alpha_p, q_p)$  профиля инструментальной рейки будет участвовать в образовании винтовой поверхности детали, если для нее будут выполнены два первых условия формообразования. Для дискового инструмента первое условие формообразования в случае, когда параметры профиля инструмента заданы, определяется зависимостью (93). Для реечного инструмента подобную зависимость можно будет получить, если в формулу (93) подставить  $m = \infty$ , а параметры  $\epsilon$  и  $\sigma_n$  заменить соответственно на  $\epsilon_p$  и  $\alpha_p$ . Проведем это, придем к следующему выражению:  $\text{ctg}^2 \epsilon_p \geq 0$  или  $p^2 \text{ctg}^2 \epsilon_p \geq 0$ , или  $r_n^2 \geq 0$ , т. е. первое условие формообразования винтовой поверхности реечным инструментом будет выполнено, если  $r_n^2 > 0$ . Но при обработке винтовой поверхности  $r_n^2$  всегда больше нуля. Следовательно, первое условие формообразования в случае, когда профиль инструментальной рейки задан, отпадает.

Для дискового инструмента второе условие формообразования при обработке наружных винтовых поверхностей по способу наружного касания определяется зависимостью (96), если ее рассматривать как неравенство, в котором левая часть меньше нуля. Для реечного инструмента подобную зависимость получим, если в зависимость (96) подставим  $m = \infty$ , параметры  $\epsilon$ ,  $\sigma_n$ ,  $q_n$  дискового инструмента заменим на параметры  $\epsilon_p$ ,  $\alpha_p$ ,  $q_p$  инструментальной рейки и к знаку равенства добавим знак  $\leq$  неравенства. Проведем это с помощью уравнений (54), (88) и (101), придем к следующему выражению:

$$-\text{ctg } \alpha_p + \frac{x_p}{q_p \sin^2 \alpha_p \cos \alpha_p} - \text{tg } \alpha_p + \\ + \left( \frac{\text{ctg } \mu}{\cos \epsilon_p} + \text{tg } \alpha_p \text{tg } \epsilon_p \right) \text{ctg } \epsilon_p \leq 0.$$

Подставляя в него значение  $\text{tg } \mu$  из табл. 7, после небольших преобразований получим следующую зависимость (при преобразовании была использована формула (50):

$$\frac{x_p^2}{q_p \sin^3 \alpha_p} - x_p \left( \frac{r_n^2}{p^2} + \frac{1}{\sin^2 \alpha_p} \right) - \left( \frac{r_n^2}{p^2} + 1 \right) r_n \leq 0, \quad (113)$$



Рис. 39. Образование участков профиля детали точками излома профиля инструментальной рейки

представляющую собой квадратное неравенство относительно координаты  $x_p$ , причем левая часть его меньше нуля. В математике известно [1], что это неравенство будет выполнено всякий раз, когда координата  $x_p$  будет иметь значение, лежащее между значениями его корней  $x_{p1}$  и  $x_{p2}$ .

Таким образом, данная точка  $(x_p, z_p, a_p)$  профиля рейки будет участвовать в образовании профиля зубчатой детали, если ее координата  $x_p$  будет лежать между значениями  $x_{p1}$  и  $x_{p2}$  корней неравенства (113). Если зависимость (113) рассматривать как равенство, то оно будет соответствовать точке стыка формообразующего и неформообразующего участков профиля инструментальной рейки.

В случае, когда все точки профиля рейки, кроме точки излома, будут удовлетворять зависимости (113), то профиль детали будет представлять собой плавную линию, сопрягающуюся с профилем рейки. Точки же излома профиля рейки участвуют в образовании профиля детали по особому.

Скруглим дугами радиуса  $\rho_p$  углы  $v'$ ,  $v''$ ,  $v'''$  (рис. 39) на профиле рейки, вершинами которых являются точки излома  $K'_p$ ,  $K''_p$ ,  $K'''_p$  (если точки излома образуются на стыке криволинейных участков, то указанные углы



представляют собой углы между касательными в соответствующих точках). Каждая точка излома будет пределом дуги скругления угла  $\gamma$ , когда  $q_p$  стремится к нулю. При таком определении точки излома профиля рейки выполнение неравенства (113) зависит от знака произведения  $q_p \sin \alpha_p$ .

Для точек излома профиля рейки, в которых произведение  $q_p \sin \alpha_p$  имеет знак плюс (например, для точки  $K_p^*$ , в районе которой  $q_p$  и  $\alpha_p$  имеют знак плюс) при  $q_p \rightarrow 0$  неравенство (113) примет вид  $x_p^2 \leq 0$ , что выполнить нельзя при любом значении  $x_p$ , отличном от нуля.

Следовательно, точки излома профиля рейки при положительном знаке произведения  $q_p \sin \alpha_p$  не будут участвовать в образовании профиля детали. Наличие таких точек на профиле рейки приведет к разрыву, смещению и пересечению отрезков кривых, образующих профиль детали; точка пересечения этих отрезков будет являться точкой излома профиля детали.

Для точек излома профиля рейки, в которых произведение  $q_p \sin \alpha_p$  имеет знак минус (например, для точки  $K_p'$ , в районе которой  $q_p$  имеет знак минус, а  $\alpha_p$  — плюс) при  $q_p \rightarrow 0$  неравенство (113) примет вид  $-x_p^2 \leq 0$ , что будет выполнено при любом  $x_p$ . Следовательно, точки излома профиля рейки при отрицательном знаке произведения  $q_p \sin \alpha_p$  будут всегда участвовать в образовании профиля детали. Наличие таких точек на профиле рейки приведет к разрыву и смещению отрезков кривых, образующих профиль детали; место разрыва точка излома рейки заполнит кривой, форма которой определяется по зависимостям табл. 8.

Для точек излома профиля рейки, которая лежит на начальной прямой, т. е. для которых значение координаты  $x_p$  равно нулю (например, для точки  $K_p''$ ) при  $q_p \rightarrow 0$  условие (113) выполняется всегда независимо от знака произведения  $q_p \sin \alpha_p$ . Такая точка профиля рейки дает на профиле детали точку излома (например, точку  $K''$  на рис. 16), как точку стыка кривых, образующих профиль, без разрыва и смещения. Если после расчета профиля детали по заданному профилю инструментальной рейки профиль детали будет иметь поднутренный участок, то по крайней точке  $(r_J, \delta_J)$  этого участка надо сделать проверку принятого значения  $r_n$  на выполнение третьего условия формообразования по способу, указанному на стр. 78.

## Переходные кривые и подрезы на профиле детали, образуемые реечным инструментом

Если радиус  $r_n$  начального цилиндра детали обеспечивает выполнение условий формообразования, то поверхность детали и поверхность инструментальной рейки будут полностью сопряженными и реечный инструмент будет обрабатывать деталь без отклонений в ее профиле. Схема и характер образования переходных кривых и подрезов на профиле детали при обработке ее реечным инструментом те же, что и при обработке детали дисковым инструментом. Как и для дисковых инструментов, переходные кривые и подрезы образуются при невыполнении условий формообразования. Переходные кривые при работе реечного инструмента возникают при невыполнении условий (107) и (108) формообразования для некоторых участков профиля заданной поверхности детали, а подрезы — при невыполнении условий (113) формообразования для некоторых участков профиля заданной инструментальной рейки и при невыполнении третьего условия формообразования.

Как и для дисковых инструментов, переходные кривые и подрезы могут быть образованы или точкой, или участком профиля рейки. Расчет координат их точек производится соответственно по зависимостям табл. 7 и 8.

### Кинематические варианты реечных инструментов

Реечные инструменты, у которых производящая поверхность выполнена конструктивно, т. е. существует на теле инструмента, в практике имеют очень ограниченное распространение. Это шеверы-рейки, плоские плашки для накатки резьбы, абразивные бруски, протяжки. У большинства реечных инструментов производящая поверхность — рейка имитируется или поверхность резания, полученной режущей кромкой инструмента, или огибающей семейства производящих поверхностей (поверхностей резания), полученной при прямолинейном перемещении дискового инструмента (обычно шлифовального круга).

Схема работы таких инструментов выглядит следующим образом.

Винтовая поверхность детали имеет контакт с инструментальной рейкой по линии  $B_0C_0$  (рис. 40) и переме-



относительной рейки со скоростью  $W_0$ , равной  $W_0'$  по величине и противоположной по направлению. Используя свойство винтовой поверхности двигаться «самой по себе», движение детали вдоль своей оси заменим ее поворотом вокруг оси. Поворот детали вокруг своей оси совместно с перемещением инструмента со скоростью  $W_p$  создает движения обкатки. Если  $\varphi_w$  — угловая скорость детали, то  $W_0 = \mu \varphi_w$  и последняя формула дает  $W_p = \rho \varphi_w \operatorname{ctg} \varepsilon_p$ . Но в обкаточном движении  $\rho \operatorname{ctg} \varepsilon_p = r_n$ . Тогда  $W_p = r_n \varphi_w$ .

Указанные выше два независимых движения детали и инструмента относительно инструментальной рейки можно осуществить одним из следующих шести вариантов.

1. Инструмент совершает быстрые возвратно-поступательные движения вдоль инструментальной рейки на длине от точки  $B_0$  до точки  $C_0$  (для режущей кромки инструмента эти движения будут движениями резания, для шлифовального круга — подачами); деталь совершает медленное винтовое движение (подачу).

2. Деталь делает возвратно-винтовые движения на всю длину детали (для режущей кромки инструмента это движение будет движением резания, а для шлифовального круга — подачей); инструмент совершает медленное поступательное движение (подачу) вдоль рейки на длину от точки  $B_0$  до точки  $C_0$ .

3. Инструмент совершает быстрые возвратно-поступательные движения вдоль инструментальной рейки на всю длину детали; деталь совместно с инструментальной рейкой совершает медленное движение обкатки (подачу).

4. Деталь совместно с инструментальной рейкой совершает быстрые возвратные движения обкатки; инструмент совершает медленное движение вдоль инструментальной рейки на всю длину детали.

5. Инструментальная рейка и деталь совершают быстрые возвратные движения обкатки; деталь совершает медленное винтовое движение.

6. Деталь совершает быстрые возвратные винтовые движения; инструментальная рейка и деталь совершают медленное движение обкатки.

ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЧЕРВЯЧНЫМИ  
ИНСТРУМЕНТАМИ

Для определения законов сопряжения поверхностей основного червяка и детали воспользуемся известными законами сопряжения винтовой поверхности детали с инструментальной рейкой. Пусть правый основной червяк сопрягается с инструментальной рейкой, с которой сопрягается винтовая поверхность детали (рис. 41), только деталь сопрягается с одной стороны рейки (нижней), а червяк с другой (верхней). Зуб рейки в этом случае представляет собой желоб с бесконечно малой толщиной стенки. Угол  $\lambda_{\text{н}}$  подъема винтовой линии на началь-

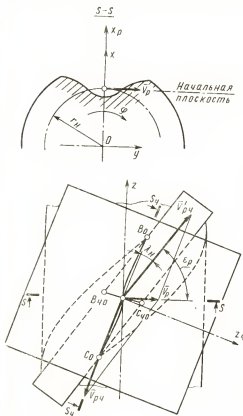
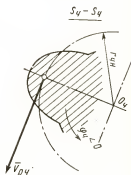


Рис. 41. Сопряжение  
основного червяка с  
инструментальной  
рейкой



ном цилиндре червяка и радиус  $r_{\text{чн}}$  начального цилиндра связаны зависимостью (51). Инструментальная рейка имеет контакт с винтовой поверхностью детали по линии  $B_0C_0$ , а с основным червяком (т. е. тоже с винтовой поверхностью) по линии  $B_{\text{ч}0}C_{\text{ч}0}$ . Винтовая поверхность детали имеет контакт с основным червяком в точках пересечения линий  $B_0C_0$  и  $B_{\text{ч}0}C_{\text{ч}0}$ . Для сопряжения основного червяка с винтовой поверхностью детали во всех точках своего профиля, необходимо, чтобы линия  $B_{\text{ч}0}C_{\text{ч}0}$  в процессе формообразования винтовой поверхности перемещалась в направлении зуба рейки и последовательно пересекалась со всеми точками линии  $B_0C_0$ .

Перемещение линий контакта рейки с винтовой поверхностью детали и рейки с основным червяком осуществляется с помощью движений обкатки. Следовательно, сопряжение винтовой поверхности детали с основным червяком будет осуществлено, если деталь и основной червяк будут одновременно совершать движения обкатки с одной и той же инструментальной рейкой.

Связь между движениями детали и червяка определится так. Пусть деталь в процессе обкатки имеет угловую скорость  $\varphi$ . В этом случае рейка в обкаточном движении будет иметь скорость  $V_p = r_{\text{н}}\varphi$ . Разложим скорость  $V_p$  в начальной плоскости на два направления: вдоль зуба рейки  $V_{\text{рч}}$  и перпендикулярно проекции оси  $z_{\text{ч}}$  на начальную плоскость  $V_{\text{рч}}$ . Как видно из рис. 41:

$$V_{\text{рч}} = \frac{V_p \sin \epsilon_p}{\sin \lambda_{\text{н}}}.$$

Скорость  $V_{\text{рч}}$  является скоростью рейки в обкаточном движении с червяком. Поэтому  $V_{\text{рч}} = -r_{\text{чн}}\varphi_{\text{ч}}$ , где  $\varphi_{\text{ч}}$  — угловая скорость вращения червяка (знак минус в формуле взят потому, что по схеме червяк будет поворачиваться против часовой стрелки). Тогда

$$\varphi_{\text{ч}} = \frac{-\varphi r_{\text{н}} \sin \epsilon_p}{r_{\text{чн}} \sin \lambda_{\text{н}}}.$$

Но отношение  $-\frac{\varphi}{\varphi_{\text{ч}}}$  угловых скоростей детали и основного червяка равно отношению  $\frac{Z_{\text{ч}}}{Z}$  числа зубьев (заходов) червяка к числу зубьев детали. Поэтому последнее уравнение можно записать в виде

$$\sin \lambda_{\text{н}} = \frac{r_{\text{н}} Z_{\text{ч}} \sin \epsilon_p}{r_{\text{чн}} Z}. \quad (114)$$

Таким образом, решение вопросов формообразования можем осуществить, используя формулу (114) обкатки и полученные ранее зависимости и результаты анализа условий сопряжения винтовой поверхности детали и поверхности инструментальной рейки.

### Определение профиля основного червяка для обработки винтовой поверхности

При сопряжении червяка с рейкой начальный цилиндр червяка касается начальной плоскости рейки, а торцовая плоскость  $S_q S_q$  червяка составляет с осью  $z_r$  рейки угол  $\lambda_{11}$  (рис. 42). Разрежем червяк и рейку плоскостью  $S_q S_q$ . В этом сечении рейка будет иметь профиль  $B_{rq} C_{rq}$ , а червяк профиль  $B_q C_q$ . Свяжем теперь червяк с правой системой координат  $x_q y_q z_q$ , начало  $O_r$  которой поместим в точку пересечения его оси с осью  $x_r$  рейки, причем ось  $x_q$  направим в сторону, противоположную оси  $x_r$ . В сечении плоскостью  $S_q S_q$ , перпендикулярной оси червяка, получим схему зацепления профилей рейки и червяка, аналогично той, которую имеем в сечении рейки и детали плоскостью  $SS$ , перпендикулярной оси детали. Сличение состоит только в том, что вместо параметров  $r_n, r, \delta, \xi_n, \rho, e_r$ , относящихся к детали, будут иметь место параметры  $r_{qn}, r_q, \delta_q, \xi_q, \rho_q, \lambda_{11}$ , относящиеся к основному червяку, а также в том, что координаты  $x_r$  и  $z_r$  рейки изменят знаки на обратные. Поэтому для определения параметров  $r_q, \delta_q, \xi_q$  торцового профиля червяка по заданному профилю инструментальной рейки ( $x_r, y_r, z_r$ ) можно использовать зависимости табл. 7, если в них вместо параметров детали подставить соответствующие параметры основного червяка, а у координат  $x_r$  и  $z_r$  изменить знаки на обратные. Прделав это, получим зависимости для расчета параметров  $r_q, \delta_q, \xi_q$  торцового профиля основного червяка. Эти зависимости сведены в табл. 9.

На основании сказанного, расчет профиля основного червяка для заданной зубчатой детали будет состоять из двух этапов: во-первых, в определении (по зависимостям табл. 5) параметров  $x_r, z_r, \alpha_r$  профиля рейки, а во-вторых, в определении (по зависимостям табл. 9) параметров  $r_q, \delta_q, \xi_q$  профиля основного червяка. Для определения радиуса  $\rho_q$  кривизны торцового профиля основного червяка по заданным параметрам рейки ( $x_r, z_r, \alpha_r, \rho_r$ )

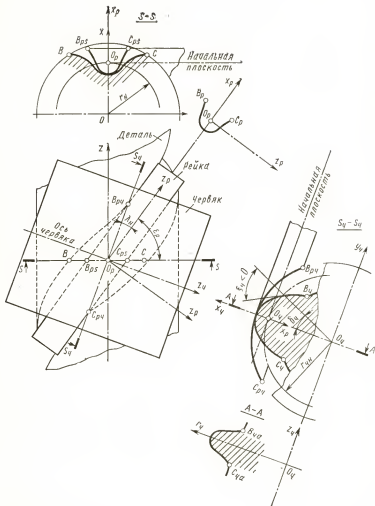


Рис. 42. Схема для определения профиля основного червяка, сопрягающегося с зубчатой деталью

можно воспользоваться формулой (111), если в ней параметры детали заменить параметрами основного червяка, а знак у радиуса  $q_r$  кривизны профиля рейки заменить на обратный. Последнее вызвано тем, что знак  $q_r$  (как указывалось раньше) имеет знак производной



$\frac{d^2 z_p}{d^2 x_p}$ , которая равна  $\frac{d}{dx_p} (\operatorname{tg} \alpha_p)$ . Но так как при замене параметров детали параметрами червяка знак координаты  $x_p$  заменяется на обратный, то знак указанной производной, а следовательно, и знак  $q_p$  также заменяется на обратный.

Таблица 9

Зависимости для определения параметров  $r_q, \delta_q, \xi_q$  основного червяка по заданной инструментальной рейке

Дано: $p_q, r_{qn}, \lambda_n, \psi_q$ и для каждой расчетной точки профиля инструментальной рейки $x_p, z_p, \alpha_p$	
$\operatorname{tg} \tau_q = \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\sin \lambda_n}$	$r_q = \frac{r_{qn} - x_p}{\cos \mu_q}$
$\operatorname{tg} \mu_q = \frac{x_p}{\operatorname{tg} \tau_q (r_{qn} - x_p)}$	$\delta_q = \mu_q + \psi_q - \varphi_q$
$\varphi_q = \frac{\frac{x_p}{\operatorname{tg} \tau_q} + \frac{z_p}{\sin \lambda_n}}{r_{qn}}$	$\xi_q = \tau_q - \mu_q$

Получим:

$$Q_q = \frac{r_q (\cos \xi_q - a_q \operatorname{ctg} \tau_q \sin \xi_q)}{\sin \xi_q \cos \xi_q - \operatorname{ctg} \mu_q \cos^2 \xi_q - a_q \operatorname{ctg} \tau_q}, \quad (115)$$

где 
$$a_q = 1 + \frac{Q_p \cos^2 \alpha_p \sin \alpha_p}{x_p \cos^2 \tau_q}.$$

Определим теперь форму кривой, которую образует на профиле основного червяка точка  $K(r_K, \delta_K)$  излома профиля детали, подобно тому, как точка  $J$  образовала кривую на профиле рейки и на профиле дискового инструмента (см. рис. 23).

Качение двух начальных цилиндров друг по другу можно рассматривать как качение одного из них по начальной плоскости при одновременном качении начальной плоскости по другому начальному цилиндру. Такая схема обкатки позволяет для определения искомой кри-

вой воспользоваться уравнениями, выведенными раньше. Координаты  $x_p$  и  $z_p$  точки  $K(J)$ , связанные с начальной плоскостью в процессе зацепления детали и рейки, определяются уравнениями табл. 6, а координаты  $r_q$  и  $\delta_q$  торцового профиля червяка (на участке, который образует точка  $K$ ) можно определить по табл. 8, если в них параметры детали заменить параметрами червяка, а знаки у  $x_p$  и  $z_p$  изменить на обратные. Уравнения табл. 8 в этом случае примут вид уравнений табл. 10. Связь между углами  $\varphi_q$  и  $\phi$  устанавливается формулой (114).

Таблица 10

Зависимости для определения параметров  $r_q, \delta_q, \xi_q$   
профиля основного червяка,  
образованного точкой излома инструментальной рейки

Дано: $p_q, r_{qn}, \lambda_n, \psi_q, x_{pK}, z_{pK}$ . Положение расчетных точек назначается величиной параметра $\varphi_q$	
$\operatorname{tg} \mu_q = \frac{r_{qn} \varphi_q - \frac{z_{pK}}{\sin \lambda_n}}{r_{qn} - x_{pK}}$	$\delta_q = \mu_q + \psi_q - \varphi_q$
$r_q = \frac{r_{qn} - x_{pK}}{\cos \mu_q}$	$\operatorname{tg} \xi_q = \operatorname{ctg} \mu_q - \frac{r_q}{r_{qn} \sin \mu_q}$

Таким образом, определение координат  $r_q$  и  $\delta_q$  участка профиля основного червяка, образуемого точкой  $K(r_K, \delta_K)$  излома профиля детали будет производиться при последовательном решении уравнений табл. 6, формулы (114) и уравнений табл. 10.

### Определение профиля детали по заданному профилю основного червяка

Для определения параметров  $x_p, z_p, \alpha_p$  профиля инструментальной рейки по заданному профилю ( $r_q, \delta_q, \xi_q$ ) основного червяка в зависимости табл. 5 вместо параметров детали ( $r_n, r, \delta, \xi, p, \epsilon_p$ ) подставим параметры основного червяка ( $r_{nq}, r_q, \delta_q, \xi_q, p_q, \lambda_n$ ) и у координат  $x_p$  и  $z_p$  изменим знаки на обратные. Получим зависимости, которые сведены в табл. 11.

Зависимости для определения параметров  $x_p, z_p, \alpha_p$   
 профиля инструментальной рейки  
 по заданному основному червяку

Дано: $p_q, r_{qn}, \lambda_n, \psi_q$ и для каждой расчетной точки профиля основного червяка $r_q, \delta_q, \xi_q$	
$u_q = r_q \cos \xi_q$	$\varphi_q = \mu_q + \psi_q - \delta_q$
$\cos \tau_q = \frac{u_q}{r_{qn}}$	$x_p = r_{qn} - r_q \cos \mu_q$
	$z_p = (r_{qn} \varphi_q - r_q \sin \mu_q) \sin \lambda_n$
$\mu_q = \pm \tau_q - \xi_q$	$\operatorname{tg} \alpha_p = \operatorname{tg} \tau_q \sin \lambda_n$

### Определение радиуса начального цилиндра основного червяка

При проектировании инструмента основной червяк может быть рассчитан или задан. В соответствии с этим радиус начального цилиндра основного червяка можно определить по-разному. Если основной червяк должен быть рассчитан, то форма рейки и положение на ней начальной плоскости уже известны, так как они заранее определены по формулам табл. 5. Радиус же начального цилиндра червяка должен быть таким, чтобы его производящая поверхность и производящая поверхность рейки сопрягались по всей высоте профиля последней. Условие, при котором заданная рейка и рассчитываемая винтовая поверхность будут полностью сопрягаться, выражается неравенством (113). Чтобы этим неравенством можно было воспользоваться для расчета радиуса начального цилиндра основного червяка, подставим в него вместо параметров детали параметры основного червяка и соответственно указанному выше изменим знаки у  $x_p, z_p, \alpha_p$ . После преобразований получим следующее выражение для расчета радиуса начального цилиндра основного червяка:

$$\frac{1}{p_q^2} r_{qn}^3 - \frac{x_p}{p_q^2} r_{qn}^2 + r_{qn} + \frac{x_p}{\sin^2 \alpha_p} \left( \frac{x_p}{r_p \sin \alpha_p} - 1 \right) \geq 0. \quad (116)$$

Это выражение в общем случае представляет собой кубическое неравенство относительно искомой величины  $r_{qn}$  и решается оно или с помощью формулы Кардана [1],

или по методу последовательных приближений. Если основной червяк задан, то профиль рейки рассчитывается. Условия, при которых заданная винтовая поверхность будет сопрягаться с поверхностью рейки, определяются неравенством (107) и уравнением (108). Чтобы этими зависимостями можно было воспользоваться для расчета радиуса начального цилиндра основного червяка, подставим в них вместо параметров детали параметры основного червяка, получим

$$r_{\text{чн}} = \left. \begin{aligned} & r_{\text{чн}} \geq u_{\text{ч}}; \\ & r_{\text{чн}} = \sqrt{u_{\text{ч}}^2 + (q_{\text{ч}} - v_{\text{ч}} \pm \sqrt{q_{\text{ч}}(q_{\text{ч}} - v_{\text{ч}})})^2} \end{aligned} \right\} \quad (117)$$

Радиус начального цилиндра основного червяка должен быть, во-первых, больше величины  $u_{\text{ч}}$ , подсчитанной для любой точки  $(r_{\text{ч}}, \delta_{\text{ч}}, \xi_{\text{ч}})$  профиля червяка, а во-вторых, находиться между корнями квадратного уравнения, подсчитанными для любой точки  $(r_{\text{ч}}, \delta_{\text{ч}}, \xi_{\text{ч}}, q_{\text{ч}})$  профиля червяка.

#### Определение радиуса начального цилиндра зубчатых деталей, обрабатываемых червячными инструментами

Радиус  $r_{\text{ч}}$  детали при ее сопряжении с рейкой в общем случае должен удовлетворять неравенству (107) и находиться между корнями уравнения (108). С другой стороны, профиль рейки  $(x_{\text{р}}, z_{\text{р}}, \alpha_{\text{р}}, q_{\text{р}})$ , рассчитанный по формулам табл. 5 при принятом значении  $r_{\text{н}}$ , в каждой своей точке должен удовлетворять неравенству (116), в которое входит радиус  $r_{\text{чн}}$  начального цилиндра червячного инструмента. Таким образом, радиус  $r_{\text{н}}$  начального цилиндра детали и радиус  $r_{\text{чн}}$  начального цилиндра червячного инструмента находятся между собой в зависимости. Для того чтобы определить эту зависимость, надо в формулу (116) подставить из табл. 5 значения  $x_{\text{р}}$  и  $\alpha_{\text{р}}$ , а из формулы (104) значения радиуса  $q_{\text{р}}$  инструментальной рейки. Однако, проделав это для общего случая обработки винтовой поверхности детали любого профиля, приходим к очень сложному неравенству, пользоваться которым практически неудобно. Однако для частных случаев это неравенство упрощается. Покажем, как выглядит последнее на примере обработки прямозубого шлицевого валика долбяком.

Прямозубый долбяк представляет собой червячный инструмент, у которого  $\rho_c = \infty$ ,  $\lambda_n = \frac{\pi}{2} = \varepsilon_p$ . Для такого долбяка неравенство (116) примет вид

$$r_{\text{чн}} + \frac{x_p}{\sin^2 \alpha_p} \left( \frac{x_p}{\rho_p \sin \alpha_p} - 1 \right) \geq 0. \quad (118)$$

Для прямозубой детали  $\varepsilon_p = \frac{\pi}{2}$  и  $\tau = \alpha_p$ . При таком значении параметра  $\tau$  уравнение касания рейки с поверхностью детали (из табл. 5) примет вид  $\cos \alpha_p = u/r_n$ , а координата  $x_p$  из уравнений (59) и (101)  $x_p = u \cos \alpha_p + v \sin \alpha_p - r_n$ .

Для точек прямолинейного участка  $BK$  профиля шлицевого валика  $\rho = \infty$ . При таком значении  $\rho$  уравнение (104), по которому определяется радиус  $\rho_p$  кривизны профиля рейки, примет вид

$$\rho_p = v - 2u \operatorname{tg} \alpha_p.$$

Подставляя в неравенство (116) полученные значения  $x_p$ ,  $\alpha_p$  и  $\rho_p$ , после преобразований получим следующее неравенство, связывающее значения  $r_n$  и  $r_{\text{чн}}$ :

$$r_n \geq r \sqrt{1 - \frac{(2\lambda + 3) v^2}{(\lambda + 2)^2 r^2}},$$

где

$$\lambda = \frac{r_n}{r_{\text{чн}}}.$$

Эта формула получена Г. Н. Сахаровым [14] при исследовании долбяков для обработки шлицевых валков.

В общем случае обработки винтовой поверхности детали червячным инструментом рекомендуется следующий порядок определения  $r_n$  и  $r_{\text{чн}}$ .

1. По формулам (107) и (108) рассчитываются границы допустимых значений  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$  радиуса  $r_n$  начального цилиндра для обработки заданной поверхности детали реечным инструментом.

2. По конструктивным соображениям выбирается значение радиуса  $r_{\text{чн}}$  начального цилиндра червячного инструмента.

3. С помощью формул табл. 5 и формулы (104) проверяется выполнение неравенства (116). В случае, если неравенство (116) не выполняется, надо изменить  $r_n$  де-

тали, не выходя за пределы  $r_{н\max}$  и  $r_{н\min}$ , и повторить расчет. Ниже на примерах будет показана техника решения этой задачи.

### Определение участка профиля инструментальной рейки, образуемого точкой излома профиля основного червяка

Зависимости для определения координат  $x_p$  и  $z_p$ , а также углов  $\alpha_p$  участка профиля инструментальной рейки, образуемого точкой излома профиля основного червяка, получаются, если в зависимости табл. 6 параметры детали ( $r_n$ ,  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ ,  $\rho$ ,  $\epsilon_p$ ) заменить параметрами основного червяка ( $r_{чн}$ ,  $r_q$ ,  $\delta_q$ ,  $\xi_q$ ,  $\rho_q$ ,  $\lambda_{чн}$ ) и у координат  $x_p$  и  $z_p$  изменить знаки на обратные. Эти зависимости сведены в табл. 12.

Таблица 12

Зависимости для определения параметров  $x_p$ ,  $z_p$ ,  $\alpha_p$   
профиля инструментальной рейки,  
образованного точкой излома профиля основного червяка

Дано: $\rho_q$ , $r_{qK}$ , $\delta_{qK}$ , $r_{чн}$ , $\lambda_{чн}$ , $\psi_q$ . Назначаются значения координаты $z_q$ для каждой расчетной точки	
$\varphi_q = \frac{z_q}{\rho_q}$	$z_p = (r_{чн}\varphi_q - r_{qK} \sin \mu_q) \sin \lambda_{чн}$
$\mu_q = \delta_{qK} + \varphi_q - \psi_q$	$\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{x_p \sin \lambda_{чн}}{r_{qK} \sin \mu_q}$
$x_p = r_{чн} - r_{qK} \cos \mu_q$	

## Глава VII

### ОСОБЕННОСТИ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДИСКОВЫМИ, РЕЕЧНЫМИ И ЧЕРВЯЧНЫМИ ИНСТРУМЕНТАМИ

Вопросы формообразования эвольвентных винтовых (и, как частный случай, цилиндрических) поверхностей достаточно полно освещены в литературе. Метод решения этих вопросов дисковыми, реечными и червячными инструментами является частным случаем общего метода решения вопросов формообразования винтовых поверхностей, который нами разработан. Перечислим те особенности, которые наиболее резко отличают формооб-

разование эвольвентных поверхностей от поверхностей неэвольвентного профиля и которыми будем пользоваться при решении конкретных задач.

### Особенности формообразования эвольвентных винтовых поверхностей реечными инструментами

1. Из сравнения формулы (30) с первой формулой табл. 5 следует, что для всех точек эвольвентного профиля  $u=r_0$ , т. е. для всех точек значение параметра  $u$  является одинаковым и равным радиусу  $r_0$  основного цилиндра. Из второй формулы табл. 5 следует, что при  $u=r_0$

$$\cos \tau = \frac{r_0}{r_n}, \quad (119)$$

т. е. для всех точек эвольвентного профиля значение параметра одинаково. Из седьмой формулы табл. 5 следует, что для всех точек эвольвентного профиля значение профильного угла  $\alpha_p$  инструментальной рейки одинаково, так как для всех точек  $\tau$  одинаково, а  $\varepsilon_p$  — величина постоянная. При одинаковых для всех точек значениях  $\alpha_p$  профиль рейки будет прямолинейным. Таким образом, эвольвентная поверхность образуется плоскостью рейки.

2. В уравнении (119), отражающем условие сопряжения эвольвентной винтовой поверхности с инструментальной рейкой с помощью седьмого уравнения табл. 5 и формулы (50), исключим параметр  $\tau$ . После преобразования, уравнение (119) примет вид:

$$r_n = \sqrt{\frac{1}{\frac{\cos^2 \alpha_p}{r_0^2} - \frac{\sin^2 \alpha_p}{p^2}}}. \quad (120)$$

Уравнение (120) может быть выполнено при различных значениях  $r_0$  и  $p$ , т. е. одна и та же инструментальная рейка  $\alpha_p$  при одном и том же радиусе  $r_n$  начального цилиндра может сопрягаться с различными эвольвентными поверхностями  $(r_0, p)$ . Следовательно, инструментальной рейкой с одним и тем же профильным углом  $\alpha_p$  можно обработать различные эвольвентные винтовые поверхности.

3. Из уравнения (120) следует, что данную эвольвентную поверхность  $(r_0, p)$  детали можно получить рейкой с

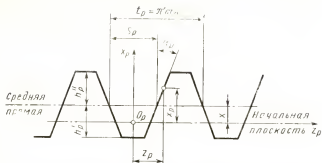


Рис. 43. Параметры профиля инструментальной рейки для эвольвентных зубчатых колес

различными значениями профильного угла  $\alpha_p$  рейки, но только каждое изменение  $\alpha_p$  влечет за собой соответствующее изменение радиуса  $r_n$  начального цилиндра. Таким образом, данную эвольвентную винтовую поверхность можно получить прямоочными рейками с различными значениями профильных углов  $\alpha_p$ , но в каждом случае  $r_n$  должен удовлетворять уравнению (120).

4. Собычно для эвольвентных зубчатых деталей профиль инструментальной рейки задается модулем  $m_n$ , профильным углом  $\alpha_p$ , высотой  $h_p'$  головки зуба, высотой  $h_p''$  ножки зуба и толщиной  $S_p$  зуба по так называемой средней линии (рис. 43). Задается и положение начальной прямой на рейке относительно средней линии. В общем случае средняя прямая рейки смещена относительно начальной прямой на величину  $x$  (положительное значение  $x$  отсчитывается по направлению стрелки оси  $x_p$ ). Начальный цилиндр зубчатого колеса при зацеплении его с рейкой совпадает с делительным цилиндром, т. е. с цилиндром, по окружности которого шаг между зубьями равен шагу рейки в торцевой плоскости детали

$$r_d = r_n = \frac{m_n}{\sin \epsilon_p} Z, \quad (121)$$

где  $r_d$  — радиус делительного цилиндра;  $Z$  — число зубьев колеса.

По заданной инструментальной рейке параметры  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  профиля детали определяются по формулам табл. 7. Для эвольвентных зубчатых деталей эти зависимости преобразуем следующим образом. Пример  $\psi_p = 0$ . Распо-



ложим начало  $O_p$  системы координат  $x_p y_p z_p$  рейки на середине ее зуба. При таком расположении начало координат зависимость между координатами  $x_p$  и  $z_p$  прямолинейного профиля рейки определится уравнением

$$z_p = \frac{S_p}{2} + (x_p - x) \operatorname{tg} \alpha_p. \quad (122)$$

Подставим значение  $z_p$  из уравнения (122) в третье уравнение табл. 7, а остальные уравнения таблицы с помощью зависимостей (101), (119) преобразуем путем исключения параметра  $\mu$ . Получим следующие известные зависимости:

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= r_n \frac{\cos \alpha_p}{\sin \epsilon_p}; \\ \cos \xi &= \frac{r_0}{r}; \\ \operatorname{tg} \tau &= \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\sin \epsilon_p}; \\ \delta &= \delta_0 + \operatorname{tg} \xi - \xi, \end{aligned} \right\} \quad (123)$$

где

$$\delta_0 = \frac{S_p}{2r_n \sin \epsilon_p} + \tau - \left(1 + \frac{x}{r_n}\right) \operatorname{tg} \tau. \quad (124)$$

Видим, что уравнения (123) соответствуют уравнениям (29) и (30) эвольвенты, только угол  $\delta_0$ , являющийся свободным членом в уравнении эвольвенты и определяющий положение точки  $C$  профиля  $BC$  эвольвенты на основном цилиндре, рассчитывается не по формуле (21), в которую входят заданные параметры  $(z_0, p)$  детали, а по формуле (124), в которую входят заданные

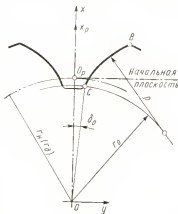


Рис. 44. Параметры профиля эвольвентного зубчатого колеса

параметры ( $S_p, x, r_n, \alpha_p$ ) рейки и в числе последних — величина  $x$  смещения средней прямой относительно начальной прямой. Поэтому смещение  $x$  инструментальной рейки на форму эвольвенты  $BC$  не влияет, а влияет только на ее положение в системе координат  $xyz$  детали (рис. 44), а точнее — на угол  $\delta_0$  поворота эвольвенты относительно оси  $x$ .

5. Для прямолинейного профиля рейки  $\rho_p = \infty$ . Радиус  $\rho$  кривизны профиля  $BC$  эвольвентной винтовой поверхности, обрабатываемой реечным инструментом, определяется по формуле (112). Подставив  $\rho_p = \infty$  в эту формулу, получим

$$\rho = r \sin \xi, \quad (125)$$

т. е. [если учесть уравнения (57)],  $\rho = v$ .

6. Радиус  $r_n$  начального цилиндра детали, обрабатываемой реечным инструментом, рассчитывается по формулам (107) и (108). Формула (107), выражающая первое условие формообразования, дает  $r_n \geq u$ , а формула (108), выражающая второе условие формообразования, при  $\rho = v$  дает  $r_{n \min} = u[(r_{n \max})]$  для выпуклых профилей определяется уравнением (107)]. Следовательно, при обработке эвольвентных наружных винтовых поверхностей реечным инструментом второе условие формообразования отпадает и радиус  $r_n$  начального цилиндра надо рассчитывать по формуле (107), которая (для эвольвентных поверхностей  $u = r_0$ ) примет вид  $r_n \geq r_0$ .

7. Границы формообразующей части профиля реечного инструмента определяются неравенством (113). У рейки с прямобочным профилем  $\rho_p = \infty$ . Для этого случая неравенство (113) примет вид

$$x_p \left( \frac{r_n^2}{\rho^2} + \frac{1}{\sin^2 \alpha_p} \right) + r_n \left( \frac{r_n^2}{\rho^2} + 1 \right) \geq 0,$$

откуда, имея в виду формулы (50) и (123), после преобразования получим:

$$-x_p \leq r_n \sin^2 \tau, \quad (126)$$

причем

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\sin \epsilon_p}.$$

Для прямозубых колес ( $\epsilon_p = \frac{\pi}{2}$ ) уравнение (126) упрощается:

$$-x_p \leq r_n \sin^2 \alpha_p. \quad (127)$$

Таким образом, точки прямолинейного профиля инструментальной рейки, для которых условие (126) не выполняется, не будут участвовать в формообразовании эвольвенты, а участок, несущий эти точки, будет подрезать эвольвенту, образованную соседним участком профиля рейки.

8. Пусть точка  $C_p$  некоторого прямолинейного профиля инструментальной рейки имеет значение  $x_p$ , при котором неравенство (126) превращается в равенство, т. е. точка  $C_p$  будет точкой стыка участка  $B_p C_p$ , формообразующего эвольвенту, и участка  $C_p H_p$ , подрезающего ее. Подставляя значение  $x_p$  из зависимости (126) во второе уравнение табл. 7, по которой определяется профиль детали по заданному профилю инструментальной рейки, после преобразования получим  $\operatorname{tg} \mu = \operatorname{tg} \tau$ . Сравнивая этот результат с последней формулой табл. 7, можно заключить, что в точке  $C$  эвольвенты детали, сопрягающейся с точкой  $C_p$  рейки, угол  $\xi$  равен нулю. Подставляя  $\xi = 0$  в уравнение (123) эвольвенты, получим, что в точке  $C$   $r = r_0$  и  $\delta = \delta_0$ . Таким образом, точка  $C$ , сопряженная с крайней точкой  $C_p$  формообразующего участка профиля рейки, лежит на основном цилиндре детали.

### Особенности формообразования эвольвентных винтовых поверхностей червячными инструментами

1. Расчет профиля основного червяка по заданной рейке ( $x_p, z_p, \alpha_p$ ) осуществляется по зависимостям табл. 9. Для прямобочной рейки  $\alpha_p = \text{const}$ , а между координатами  $z_p$  и  $x_p$  существует зависимость (122). Подставим в третье уравнение табл. 9 значение координаты  $z_p$  из уравнения (122), а остальные преобразуем путем исключения параметра  $\mu_q$ , подобно тому, как это делали при получении зависимостей (123) и (124):

$$\left. \begin{aligned} r_{q0} &= r_{qn} \frac{\cos \alpha_p}{\sin \lambda_n}; \\ \cos \xi_q &= \frac{r_{qn}}{r_q}; \\ \operatorname{tg} \tau_q &= \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\sin \lambda_n}; \\ \delta_q &= \delta_{q0} + \operatorname{tg} \xi_q - \xi_q, \end{aligned} \right\} \quad (128)$$

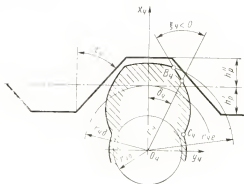


Рис. 45. Параметры профиля эвольвентного основного червяка

где

$$\delta_{q0} = \frac{S_p}{2r_{qn} \sin \lambda} - \tau_q + \left(1 - \frac{x_q}{r_{qn}}\right) \operatorname{tg} \tau_q \quad (129)$$

(здесь знак перед  $x_q$  изменен на обратный, так же как ранее в формулах табл. 5 был заменен знак у  $x_p$  по сравнению с формулами табл. 7).

Сравнивая уравнения (128) и (129) с уравнениями (123) и (124), заключаем, что профиль  $B_q C_q$  (рис. 45), который определяется уравнениями (128) и (129), является эвольвентой. Поэтому основной червяк для эвольвентных зубчатых деталей принято называть эвольвентным червяком.

2. При формообразовании прямоочной инструментальной рейкой основного червяка, как эвольвентной винтовой поверхности, действительны все выгоды, которые сделаны о формообразовании винтовой эвольвентной поверхности детали реечными инструментами. Воспользуемся одним из них, а именно: при образовании основного эвольвентного червяка, как и при образовании эвольвентной винтовой поверхности детали, допускается изменение радиуса  $r_n$  при соответствующем изменении профильного угла  $\alpha_p$  рейки. Согласно этому выводу можно менять радиусы  $r_n$  и  $r_{qn}$  начальных цилиндров детали и червяка при одновременном изменении профильного угла  $\alpha_p$ . Межосевое расстояние  $m_q$  между осями детали и осью основного червяка равно сумме  $r_n + r_{qn}$ .

Таким образом, изменяя  $\alpha_p$ , можно менять межосевое расстояние  $m_q$  при сохранении эвольвентных профилей у детали и червяка и сопряжении этих профилей между собой (и одновременно с рейкой). Но  $r_n = p \operatorname{ctg} \epsilon_p$ , а  $r_{qn} = p_q \operatorname{ctg} \lambda_n$ , поэтому, не нарушая контакта между эвольвентной винтовой поверхностью детали и основным червяком, можно менять параметры  $\epsilon$ ,  $\epsilon_p$ ,  $p_q$ ,  $\lambda_n$  и изменение их компенсировать корректировкой профильного угла  $\alpha_p$  рейки. На этом свойстве сопряжения эвольвентных винтовых поверхностей основано корригирование зубчатых колес и инструментов и создание специальных червячных инструментов, например, так называемых 90-градусных червячных фрез.

3. Границы формообразующей части инструментальной рейки для червячного инструмента определяются неравенством (116). Радиус  $\varrho_p$  профиля инструментальной рейки, входящий в эту формулу для деталей с эвольвентным профилем, равен  $\infty$ . Подставляя в неравенство (116)  $\varrho_p = \infty$ , после преобразований получим

$$x_p \leq r_{qn} \sin^2 \tau_q. \quad (130)$$

Подставим значение  $x_p$  из неравенства (130) в уравнения табл. 7, по которым определяется профиль детали по заданному профилю инструментальной рейки. После преобразования получим

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \xi &\leq \frac{r_{qn} \sin^2 \tau_q}{r_0 \sin \tau} + \operatorname{tg} \tau; \\ r &= \frac{r_0}{\cos \xi}. \end{aligned} \right\} \quad (131)$$

По формулам (131) определяется максимальное значение радиуса  $r_e$  окружности выступов зубьев детали с эвольвентным профилем, которое можно получить червячным инструментом.

4. Границы формообразующей части инструментальной рейки для детали любого профиля определяются неравенством (113). Для эвольвентной винтовой поверхности  $\varrho_p = \infty$  и тогда неравенство (113) приобретает вид неравенства (126). Подставим значение  $x_p$  из неравенства (126) в уравнения табл. 9, по которым определяется про-

филь основного червяка по заданной инструментальной рейке. После преобразования получим

$$\left. \begin{aligned} -\operatorname{tg} \xi_q &\leq \frac{r_n \sin^2 \varphi}{r_{q0} \sin \tau_q} - \operatorname{tg} \tau_q; \\ r_q &= \frac{r_{q0}}{\cos \xi_q}. \end{aligned} \right\} \quad (132)$$

По формулам (132) определяется максимальное значение радиуса окружности выступов зубьев червячного инструмента для обработки заданной детали с эвольвентным профилем.

### Особенности формообразования эвольвентных винтовых поверхностей дисковыми инструментами

1. Для расчета профиля и установки дисковых инструментов при обработке винтовых поверхностей любого профиля необходимо знать в каждой расчетной точке торцового профиля значения параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$ , а в некоторых кроме этого и  $\varphi$ . Для эвольвентных винтовых поверхностей последние подсчитываются по формулам (123), (124) и (125). Используя законы подобия, указанный расчет параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  и  $\varphi$  можно упростить.

Профили инструментальных реек для эвольвентных зубчатых колес (ГССТ 13755—68) построены с использованием законов подобия. Коэффициентом подобия является модуль  $m_n$ . Все линейные размеры рейки пропорциональны модулю: шаг  $t = \pi m_n$ , толщина зуба —  $S_p = \frac{\pi}{2} m_n$ , высота головки  $h'_p = m_n$ , высота ножки —  $h'' = 1,25 m_n$ , радиус начального цилиндра  $r_n = m_n Z$ , смещение средней линии относительно начальной плоскости —  $x = \xi_n m_n$ , где  $\xi_n$  — коэффициент смещения и т. д. В формулы (123), (124) и (125) входят следующие линейные параметры:  $r_n$ ,  $S_p$  и  $x$ . При постоянном числе  $Z$  зубьев колеса и постоянной величине  $\xi_n$  эти параметры пропорциональны модулю. Поэтому, рассчитав один раз для ряда расчетных точек значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ ,  $\varphi$  эвольвенты с  $m_n = 1$  мм для зубчатого колеса с данным числом  $Z$  зубьев и коэффициентом  $\xi_n$  (пусть значения этих параметров будут  $r_1$ ,  $\delta_1$ ,  $\xi_1$ ,  $\varphi_1$ ), параметры  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ ,  $\varphi$  для зубчатых колес другого модуля (но с теми же  $Z$  и  $\xi_n$ ) можно определять так: угловые параметры  $\delta$  и  $\xi$  бу-

дуг соответственно равны  $\delta_1$  и  $\xi_1$ , а линейные параметры  $r$  и  $q$  определяются путем умножения соответственно  $r_1$  и  $q_1$  на величину модуля в миллиметрах. Из формул (123), (124) и (125) видно, что число зубьев  $Z$  и коэффициент смещения  $\xi_n$  инструментальной рейки находятся только в формуле (124). Это обстоятельство следует учесть при определении значений параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ ,  $q$  в расчетных точках профиля зубчатых колес с различным числом зубьев и с различными смещениями  $x$  инструментальной рейки: при любом числе зубьев значения параметра  $\xi$  будут равны  $\xi_1$ , линейные параметры  $r$  и  $q$  получатся путем умножения  $r_1$  и  $q_1$  на данное число  $Z$  зубьев колеса и только для угла  $\delta$  надо по формуле (124) для каждого числа зубьев рассчитать заново его часть  $\delta_0$ . Аналогично будут определяться параметры  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ ,  $q$  и для зубчатых колес при различных коэффициентах  $\xi_n$  смещения инструментальной рейки.

2. Положение оси дискового инструмента относительно винтовой поверхности предусматривает выполнение первого и второго условий формообразования. Для эвольвентных винтовых поверхностей  $q=v$  и поэтому зависимость (79), характеризующая второе условие формообразования, упрощается и приобретает вид:

$$r_n = u \cos \tau \pm \sqrt{-\frac{q \sin^3 \tau (p^2 + u^2)}{m - u \cos \tau}}. \quad (133)$$

Знак радиуса  $q$  кривизны эвольвенты и знак угла  $\tau$  всегда являются одинаковыми (для правой стороны впадины угол  $\tau$  и  $q$  имеют знак плюс, а для левой — минус, рис. 44). Поэтому уравнение (133) будет иметь действительные корни только в том случае, если  $m < u \cos \tau$ ; при  $m > u \cos \tau$  оно будет иметь мнимые корни. Наличие мнимых корней в уравнении (133) для выпуклых профилей (когда зубчатое колесо имеет наружное зацепление) будет указывать на то, что данный профиль может быть обработан при любых значениях параметров  $\varepsilon$  и  $\psi$  установки инструмента; для вогнутых профилей (когда зубчатое колесо имеет внутреннее зацепление) — на невозможность получения эвольвентного профиля при любых значениях  $\varepsilon$  и  $\psi$ .

3. При обработке эвольвентных винтовых поверхностей расчет параметров  $R_n$ ,  $z_n$ ,  $\sigma_n$  профиля дискового инструмента по сравнению с расчетом по формулам табл. 1 можно упростить, избавившись от трансцендент-

ного уравнения (67). Преобразованию подлежит левый столбец табл. 1 (не считая  $k_1$  и  $k_2$ ). Подставим в  $n_3$  значение  $\delta$  из уравнения (123) эвольвенты, и воспользуемся уравнениями (57),  $\operatorname{tg} \xi$  в уравнении (123) заменим  $v/u$ . Тогда пятое уравнение табл. 1 можно решить относительно  $v/u$ . После преобразований левый столбец табл. 1 будет иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= k_1 u; \quad n_2 = k_2 + \frac{u^2}{p^2}; \\ v &= \frac{\psi - \vartheta_0 + \tau - \frac{n_2 \cos \tau - n_1}{\sin \tau}}{\frac{u}{p^2} + \frac{1}{u}}; \\ \operatorname{tg} \xi &= \frac{v}{u}; \quad r = \frac{u}{\cos \xi}; \quad \mu = \tau - \xi. \end{aligned} \right\} \quad (134)$$

Положение расчетной точки на эвольвентном профиле винтовой поверхности задается значением параметра  $\tau$ . Пользоваться формулами (134) вместо левого столбца табл. 1 для расчета профиля дискового инструмента следует только при расчете на обычных счетных устройствах, чтобы избежать решения трансцендентного уравнения с помощью формулы (70).

4. Если образующей дискового инструмента является прямая и расположена она в торцевой плоскости, то в этом случае схема образования винтовой эвольвентной поверхности дисковым и реечным инструментами совпадает, так как торцовая плоскость круга совпадает с плоскостью зуба рейки. Это обстоятельство при обработке эвольвентных поверхностей позволяет применять шлифовальный круг большого диаметра как зуб рейки без перемещения его вдоль последнего.

## Глава VIII

### ФОРМА РЕЖУЩИХ КРОМОК И ПОВЕРХНОСТЕЙ РЕЖУЩЕЙ ЧАСТИ ДИСКОВЫХ, РЕЕЧНЫХ И ЧЕРВЯЧНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

Дисковые, реечные и червячные инструменты можно разделить на две группы. К первой группе следует отнести те инструменты, которые на своей производящей поверхности не имеют специально выполненных режущих



кромки (ролики и плашки для накатывания резьбы; абразивы, выполненные в виде дисков, реек и червяков), а также лезвийные инструменты, у которых задняя поверхность совпадает с производящей поверхностью инструмента (дисковые, реечные и червячные шевы, метчики и др.). Расчет формообразующих элементов таких инструментов заканчивается на определении параметров их производящей поверхности. Ко второй группе следует отнести лезвийные инструменты, у которых задняя поверхность не совпадает с производящей поверхностью. Каждая режущая кромка у таких инструментов представляет собой линию пересечения трех поверхностей: производящей, передней и задней.

С точки зрения формообразования номинальной поверхности детали, режущей кромкой инструмента может быть любая линия, лежащая на его производящей поверхности. С точки зрения рационального резания материала детали, режущая кромка инструмента должна быть образована поверхностями, которые позволили бы для всех точек режущей кромки иметь оптимальные углы резания. С точки зрения технологии изготовления и заточки режущей части инструмента режущая кромка должна быть образована технологически простыми поверхностями.

Форма передней поверхности у зубьев инструмента выбирается. Поэтому теоретически режущая кромка инструмента является линией пересечения его производящей поверхности с передней поверхностью. Естественно, учитывая технологические соображения, переднюю поверхность по форме выбирает наиболее простой, легко выполненной как при изготовлении режущей части инструмента, так и при ее заточке. Такими поверхностями являются поверхности, допускающие движение «саих по себе» и наиболее простыми из них — линейчатые, т. е. такие, которые образованы движениями прямой линии. Поэтому у существующих конструкций дисковых, реечных и червячных инструментов передняя поверхность выполняется или линейчатой винтовой, или конической, или цилиндрической поверхностями, или плоскостями.

Форма задней поверхности дисковых, реечных и червячных инструментов в значительной степени зависит от того, предусмотрена ли в их конструкции возможность восстановления положений режущих кромок после переточки зубьев. Если конструкция инструмента позволяет восстанавливать положение режущей кромки на его про-



Рис. 46. Фасонная дисковая фреза с переставляемыми зубьями

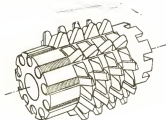


Рис. 47. Червячная фреза со вставными зубьями

изводящей поверхности, то задняя поверхность должна быть такой, чтобы после каждой переточки форма режущей кромки оставалась без изменения. Для выполнения этого требования достаточно, чтобы задняя поверхность представляла собой одну из поверхностей, допускающих движения самих по себе, т. е. или поверхность вращения, или винтовую поверхность, или цилиндрическую. Все режущие инструменты имеют такую возможность восстанавливать положение режущих кромок на производящей поверхности. Встречаются некоторые конструкции дисковых и червячных фрез, которые позволяют восстанавливать режущие кромки на производящей поверхности. Так, например, при фрезеровании винтовых поверхностей роторов винтовых компрессоров фирма «Холройт» изготовляет специальный фрезерный станок, на котором используется сборная фасонная фреза, обеспечивающая восстановление осевых и диаметральных размеров ее профиля так, что при переточке профиль фрезы сохраняется (рис. 46). В конструкции сборной острозаточенной червячной зуборезной фрезы ВНИИ (рис. 47) для компенсации уменьшения диаметра фрезы после переточки ножей можно использовать прокладки. На рис. 48 представлена сборная червячная фреза, предназначенная для нарезания червячных колес. Особенностью этой конструкции является наличие чистовой цилиндрической части Б, состоящей из двух рядов зубьев, отделенных между собой и от черновой части А кольцами а. Число зубьев каждого ряда соответствует числу заходов фрезы. Зубья затылованы только по бокам и при переточках диаметр фрезы не изменяется, а уменьшается толщина зуба.

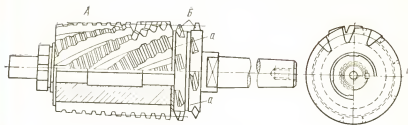


Рис. 48. Сборная червячная фреза для червячных колес

Для восстановления исходной толщины зубьев изменяют толщину колец  $a$ . На рис. 49 представлена конструкция долбяка для обработки невольвентного зубчатого профиля детали. Для восстановления исходной толщины зубьев после переточки долбяка по передней поверхности осуществляется поворот одной части долбяка относительно другой.

В большинстве случаев конструкция дисковых и червячных инструментов не допускает регулирования зубьев. Поэтому после каждой переточки за счет заднего угла уменьшается диаметр наружного (и начального) цилиндра инструмента. Уменьшение диаметра инструмента влечет за собой уменьшение межосевого расстояния, а следовательно, изменение формы производящей поверхности и формы режущей кромки инструмента. Последнее обстоятельство накладывает на указанные конструкции инструментов значительные ограничения как на свободу выбора формы передней поверхности, так и на способы получения их задней поверхности.

Для упрощения проектирования, изготовления и эксплуатации дисковых и червячных инструментов при расчете параметров последних вводится так называемый расчетный диаметр этих инструментов. По расчетному диаметру производится опре-

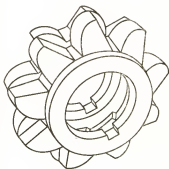


Рис. 49. Долбяк для обработки зубчатой детали с невольвентным профилем

деление профиля производящей поверхности инструмента, формы поверхностей их режущей части, параметров установки, а также расчет параметров инструмента второго порядка. В процессе эксплуатации инструмента его действительный диаметр фактически всегда будет отличаться от расчетного, в то время как другие параметры инструмента сохраняют свою величину. Это обстоятельство приведет к тому, что инструмент при обработке детали будет вносить в процесс ее формообразования погрешности, которые, естественно, будут тем больше, чем больше будет разница между действительным и расчетным диаметрами. Чтобы уменьшить абсолютную величину этих погрешностей, величину расчетного диаметра принимают меньше величины диаметра нового инструмента и больше диаметра, который он будет иметь после последней переточки. Для каждого типа инструмента и детали по результатам анализа точности формообразования можно установить оптимальную разницу между его расчетным, максимальным и минимальным диаметрами. В литературе [9, 13, 15] имеются практические рекомендации для определения расчетного диаметра червячных и дисковых фрез.

При определении конструктивных параметров инструмента и расчете его режущей части будем считать, что диаметр инструмента ( $2R_{ке}$  или  $2r_{че}$ ) является расчетным. Точность расчета и изготовления передней и задней поверхностей и изменение формы режущих кромок после переточек режущей части инструмента сказывается на форме обработанной поверхности детали. Поэтому для полного решения вопросов формообразования поверхностей инструментами необходимо решить вопросы формообразования передней и задней поверхностей его режущей части.

### **Конструктивные параметры режущей части дисковых, реечных и червячных инструментов**

Дисковый инструмент (фрезы) изготавливают с прямыми, винтовыми и косыми зубьями (рис. 50, а, б, в — д). Передней поверхностью для прямого и косого зуба является плоскость; для винтового зуба — винтовая поверхность. Конструктивными параметрами, характеризующими выбранную переднюю поверхность, являются:  $R_{ке}$  — радиус наружной (наибольшей) окружности фрезы;  $\gamma_{ке}$  — передний угол в торцовой плоскости фрезы (для

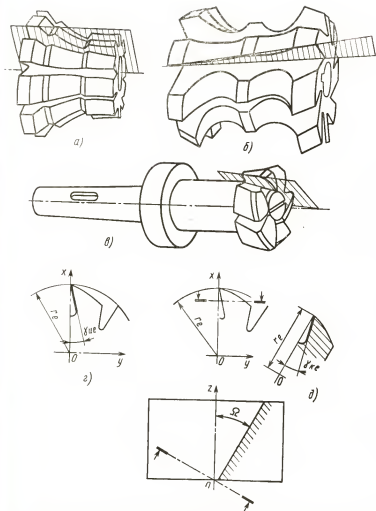


Рис. 50. Конструктивные параметры передней поверхности дисковых инструментов

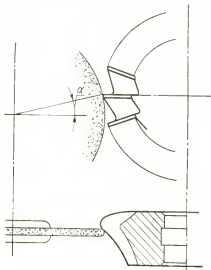


Рис. 51. Заточка задней поверхности  
дисковой фасонной фрезы

прямого и винтового зуба);  $\gamma_{\text{нк}}$  — передний угол в плоскости, перпендикулярной передней плоскости фрезы (для косого зуба);  $p_k$  — винтовой параметр передней поверхности (для винтового зуба);  $\Omega$  — угол наклона передней поверхности (для косого зуба).

Дисковый инструмент изготавливается с затылованными (рис. 50, г) и с острозаточенными (рис. 51) зубьями.

Фасонные фрезы с острозаточенными зубьями имеют шлифованную заднюю поверхность, по которой после затупления инструмента осуществляется заточка зуба. Заточка производится на специальных приспособлениях с копирами. Задняя поверхность при этом получается как огибающая поверхность семейства поверхностей, образованного перемещением производящей поверхности шлифовального круга.

Фасонные фрезы с затылованными зубьями имеют заднюю поверхность, которая получена или режущей кромкой резца или поверхностью шлифовального круга в процессе затылования. Закон, по которому осуществляется затылование, определяется так называемыми кривыми затылования и направлением затылования. В каче-

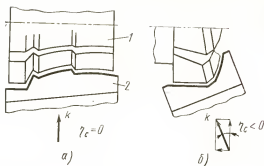


Рис. 52. Прямое и косое затылование дисковых фрез:

1—фреза; 2—резец

стве кривой затылования могут быть применены различные кривые: дуга окружности, архимедова спираль, логарифмическая спираль, прямая линия и др. Свойства этих кривых и закономерности изменения задних углов для различных точек профиля зуба фрез подробно рассмотрены в литературе. На практике, исходя из технологических соображений, в качестве линии затылования применяют или дугу окружности, или архимедову спираль. Дугу окружности как линию затылования используют для фрез со вставными зубьями, формообразование задней поверхности которых производится в специальном приспособлении на круглошлифовальных или резбошлифовальных станках (см. рис. 56). Архимедову спираль как кривую затылования используют при формообразовании задней поверхности фрезы на затыловочных станках с применением затыловочного кулачка, профиль рабочего хода которого очерчен по архимедовой спирали.

Направление затылования у дисковых фасонных фрез может быть прямым и косым (рис. 52). Для фрез, у которых линия затылования — дуга окружности, при прямом затыловании задняя поверхность получается на круглошлифовальных станках как поверхность вращения, при косом затыловании она получается на резбошлифовальных станках как винтовая поверхность. Для фрез, у которых линия затылования — архимедова спираль, при прямом затыловании суппорт затыловочного станка перемещается в плоскости, перпендикулярной оси фрезы, при косом затыловании затыловочный суппорт перемещается

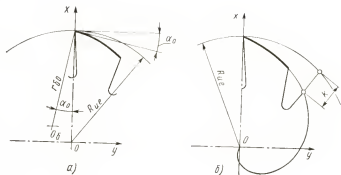


Рис. 53. Параметры задней поверхности дисковых фрез с затылованным зубом

в плоскости, составляющей с торцевой плоскостью фрезы угол  $\eta_c$ .

Если у дисковой фрезы линия затылования является дугой окружности, то конструктивными параметрами, характеризующими ее заднюю поверхность, будут (рис. 53, а):  $R_{ne}$  — радиус наружной (наибольшей окружности) фрезы;  $r_{\delta o}$  и  $\alpha_o$  — параметры центра  $O_{\delta}$  окружности затылования;  $p_{\delta}$  — винтовой параметр затылованной поверхности.

Если у дисковой фрезы линия затылования является архимедовой спиралью, то конструктивными параметрами, характеризующими ее заднюю поверхность, будут (рис. 53, б):  $R_{ne}$  — радиус наружной (наибольшей) окружности фрезы;  $k$  — величина падения затыловочного кулачка;  $\theta$  — угол стачивания зуба;  $\eta_c$  — угол поворота салазок суппорта затыловочного станка (положительная величина угла  $\eta_c$  отсчитывается по часовой стрелке).

Величина  $k$  подсчитывается сначала по формуле

$$k = \frac{2\pi R_{ne}}{Z_{\phi}} \frac{\tan \alpha}{\cos \eta_c},$$

где  $Z_{\phi}$  — число зубьев фрезы;  $\alpha$  — задний угол на окружности радиуса  $R_{ne}$ .

Значение  $k$  округляется до ближайшей стандартной величины с учетом имеющегося ряда кулачков, приложенных к затыловочному станку.



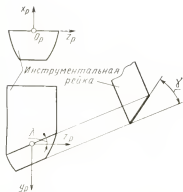


Рис. 54. Конструктивные параметры передней плоскости реечных инструментов

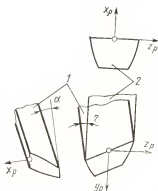


Рис. 55. Конструктивные параметры задней поверхности реечных инструментов:

1—инструмент; 2—рейка

Реечный инструмент (гребенки, зубострогальные резцы и др.) изготавливается с плоской передней поверхностью. Для улучшения условий резания часто на передней поверхности реечных инструментов для эвольвентных зубчатых колес делаются различные лунки и подточки, однако последние выполняются так, чтобы не нарушить теоретически точную форму режущей кромки, лежащей в расчетной передней плоскости.

Конструктивными параметрами, характеризующими положение передней плоскости реечных инструментов, являются углы  $\gamma$  и  $\lambda$  наклона плоскости относительно базовых плоскостей инструмента (рис. 54). Задняя поверхность у реечных инструментов выполняется обычно цилиндрической, хотя в случае технологической необходимости она может быть поверхностью вращения и винтовой поверхностью. Затылование может быть прямым и косым.

Конструктивными параметрами, характеризующими положение задней цилиндрической поверхности реечных инструментов, являются углы  $\alpha$  и  $\eta$  наклона линий затылования [прямолинейных образующих (рис. 55)]. Червячный инструмент изготавливается с плоской, винтовой и конической передними поверхностями. Червячные фрезы изготавливаются с плоской (рис. 56) и винтовой (рис. 57)

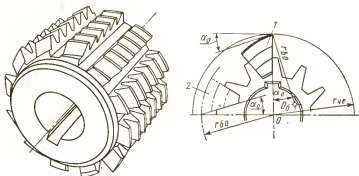


Рис. 56. Конструктивные параметры задней поверхности червячных фрез, у которых кривая затылования является дугой окружности:  
1—зуб рейки в рабочем положении; 2—зуб рейки при обработке задней поверхности

передними поверхностями. Прямозубые долбяки выполняются с конической передней поверхностью (рис. 58), а долбяки с винтовым зубом — с плоской передней поверхностью (рис. 59).

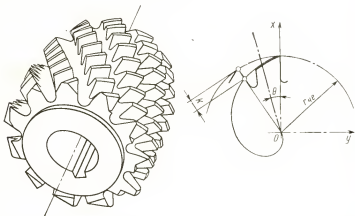


Рис. 57. Конструктивные параметры задней поверхности червячных фрез, затылованных при применении архимедова кулачка

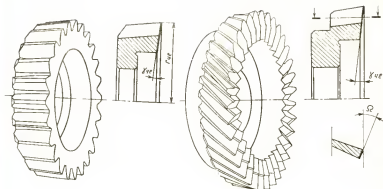


Рис. 58. Конструктивные параметры передней поверхности прямозубых долбяков

Рис. 59. Конструктивные параметры передней поверхности косозубых долбяков

Конструктивными параметрами, характеризующими положение передней винтовой линейчатой поверхности, у червячных инструментов, как и у дисковых, являются:  $r_{qe}$  — радиус наружного цилиндра;  $\gamma_{qe}$  — передний угол;  $p_n$  — винтовой параметр передней винтовой поверхности. Как и у дисковых инструментов, конструктивными параметрами, характеризующими положение передней плоской поверхности у червячных инструментов, являются углы  $\gamma_{qe}$  и  $\Omega$  наклона плоскости относительно базовых плоскостей инструментов (рис. 59).

Конструктивными параметрами, характеризующими форму и положение передней конической поверхности червячных инструментов, являются (рис. 58)  $r_{qe}$  — радиус наружного цилиндра;  $\gamma_{qe}$  — передний угол.

Червячный инструмент изготавливается с острозаточенными и затылованными зубьями. С острозаточенными зубьями в настоящее время выполняются некоторые конструкции червячных фрез (см. рис. 47). Эти фрезы имеют шлифованную цилиндрическую заднюю поверхность, по которой после затупления инструмента осуществляется заточка зуба. Задняя поверхность делается обычно или фасонной цилиндрической, или винтовой.

Червячные фрезы с затылованными зубьями выполняются или с винтовой задней поверхностью, или с задней поверхностью, полученной режущей кромкой, и по-

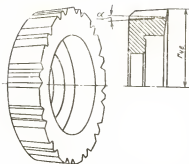


Рис. 60. Конструктивные параметры задней поверхности долбяков, когда эта поверхность является цилиндрической

верхностью шлифовального круга в процессе затылования, когда затыловочный кулачок очерчен архимедовой спиралью. В первом случае кривая затылования — дуга окружности, во втором — архимедова спираль. Дугу окружности как линию затылования используют для червячных фрез со вставными зубьями, формообразование задней поверхности которых производится в специальных корпусах на резьбошли-

фовальных или червякошлифовальных станках (рис. 56). Архимедову спираль как линию затылования применяют для фрез, имеющих заднюю поверхность полученную резцом или шлифовальным кругом на затыловочных станках с применением затыловочного кулачка, профиль рабочего хода которого очерчен по архимедовой спирали (рис. 57).

Долбяки выполняются или с винтовой (рис. 49, 58, 59), или с фасонной цилиндрической (рис. 60) задней поверхностью. В последнем случае линией затылования является прямая линия. Если у червячного инструмента линия затылования является дугой окружности, то параметрами, характеризующими форму и положение задней поверхности, будут (см. рис. 56):  $r_{qe}$  — радиус наружного цилиндра;  $r_{б0}$  и  $\alpha_0$  — параметры центра  $O_0$  окружности затылования;  $p_6$  — винтовой параметр затылованной поверхности.

Если у червячного инструмента линия затылования является архимедовой спиралью, то параметрами, характеризующими форму и положение задней поверхности, будут (см. рис. 57):  $r_{qe}$  — радиус наружного цилиндра;  $p_{\text{ч}}$  — винтовой параметр основного червяка;  $k$  — величина падения затыловочного кулачка;  $\theta$  — угол стачивания зуба;  $\eta_c$  — угол поворота салазок суппорта затыловочного станка. Если у червячного инструмента линия затылования является прямой, то параметрами, характеризующими форму и положение задней поверхности, будут (рис. 60):  $r_{qe}$  — радиус наружного цилиндра;  $\alpha$  и  $\eta$  —



его торцового профиля (см. рис. 12) и винтовым параметром  $\rho_{\varphi}$ . В системе координат  $x_{\varphi}y_{\varphi}z_{\varphi}$ , ось  $z_{\varphi}$  которой совпадает с осью червяка, винтовая производящая поверхность правого основного червяка определится уравнениями, подобными уравнениям (12) винтовой поверхности детали:

$$\left. \begin{aligned} x_{\varphi} &= r_{\varphi} \cos (\delta_{\varphi} + \varphi_{\varphi}); \\ y_{\varphi} &= r_{\varphi} \sin (\delta_{\varphi} + \varphi_{\varphi}); \\ z_{\varphi} &= \rho_{\varphi} \varphi_{\varphi}, \end{aligned} \right\} \quad (135)$$

где  $\varphi_{\varphi}$  — угол поворота профиля  $B_{\varphi}K_{\varphi}$  производящей поверхности основного червяка относительно своего начального положения при перемещении его вдоль оси  $z_{\varphi}$ . Угол  $\varphi_{\varphi}$  имеет положительный знак, если при образовании винтовой поверхности профиль  $B_{\varphi}K_{\varphi}$  повернулся по часовой стрелке.

Винтовая линейчатая поверхность, которая у режущей части инструмента является передней поверхностью, определяется параметрами  $z_{0\kappa}$ ,  $r_{0\kappa}$ ,  $\xi_{0\kappa}$ ,  $t_{\kappa}$ , подобно тому как винтовая линейчатая поверхность детали определялась параметрами  $z_0$ ,  $r_0$ ,  $\xi_0$ ,  $\rho$  (см. рис. 10). Винтовой параметр  $\rho_{\kappa}$  определяется через шаг  $t_{\kappa}$  винтовой стружечной канавки формулой  $\rho_{\kappa} = \frac{t_{\kappa}}{2\pi}$ .

Параметры  $\delta_{\kappa}$  и  $\xi_{\kappa}$  для данной точки  $r_{\kappa}$  торцового профиля  $B_{\kappa}K_{\kappa}$  винтовой линейчатой поверхности (рис. 61, б) определяются по формулам (22) и (23), которые для нашего случая примут вид

$$\left. \begin{aligned} \delta_{\kappa} &= \nu_{\kappa} + \delta_{0\kappa} + \frac{\pi}{2} - \frac{r_{\kappa} \operatorname{tg} \xi_{0\kappa} \cos \nu_{\kappa}}{\rho_{\kappa}}; \\ \operatorname{tg} \xi_{\kappa} &= -\operatorname{tg} \nu_{\kappa} - \frac{r_{\kappa} \operatorname{tg} \xi_{0\kappa}}{\rho_{\kappa} \cos \nu_{\kappa}}, \end{aligned} \right\} \quad (136)$$

где  $\sin \nu_{\kappa} = \pm \frac{r_{0\kappa}}{r_{\kappa}}$ ,

а  $\delta_{0\kappa}$ , согласно уравнению (21)

$$\delta_{0\kappa} = -\frac{\pi}{2} - \frac{z_{0\kappa}}{\rho_{\kappa}}. \quad (137)$$

В системе координат  $x_{\kappa}y_{\kappa}z_{\kappa}$ , ось  $z_{\kappa}$  которой совпадает с осью винтовой линейчатой поверхности, последняя оп-

ределится уравнениями, подобными уравнениям (12) винтовой поверхности детали:

$$\left. \begin{aligned} x_k &= r_k \cos(\delta_k + \varphi_k); \\ y_k &= r_k \sin(\delta_k + \varphi_k); \\ z_k &= -p_k \varphi_k, \end{aligned} \right\} \quad (138)$$

где  $\varphi_k$  — угол поворота профиля  $B_k K_k$  линейчатой винтовой поверхности относительно своего начального положения в плоскости  $x_k O_k y_k$ . Угол  $\varphi_k$  имеет положительный знак, если при образовании линейчатой винтовой поверхности профиль  $B_k K_k$  повернулся по часовой стрелке. Направление стружечных канавок у червячных инструментов делается, как правило, противоположным направлению витков основного червяка. Основной червяк в наших выгодах принят правым, поэтому стружечная канавка, т. е. ее линейчатая винтовая поверхность должна быть левой. Это отражено в зависимостях (138) тем, что перед параметром  $p_k$  поставлен знак минус.

В общем случае ось  $z_q$  основного червяка может не совпадать с осью  $z_k$  винтовой линейчатой поверхности стружечной канавки. Рассмотрим именно такой случай.

Расположим винтовую линейчатую поверхность стружечной канавки относительно основного червяка так, чтобы ось  $x_q$  системы координат  $x_q y_q z_q$  основного червяка совпадала с осью  $x_k$  системы координат  $x_k y_k z_k$  стружечной канавки, а ось  $z_q$  основного червяка составляла угол  $\Omega$  с осью  $z_k$  (рис. 62). При таком расположении системы координат  $x_q y_q z_q$  относительно системы координат

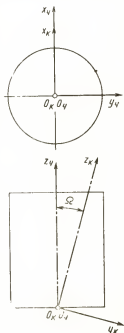


Рис. 62. Положение системы координат  $x_k y_k z_k$  стружечной канавки относительно системы координат  $x_q y_q z_q$  основного червяка

нат  $x_k y_k z_k$  формулы перехода из одной системы координат в другую будут:

$$\left. \begin{aligned} x_q &= x_k; \\ y_q &= y_k \cos \Omega - z_k \sin \Omega; \\ z_q &= z_k \cos \Omega + y_k \sin \Omega. \end{aligned} \right\} \quad (139)$$

Подставим значения координат  $x_k, y_k, z_k$  из уравнений (138) в формулы (139). Получим уравнения линейчатой поверхности стружечной канавки в системе координат  $x_q, y_q, z_q$ :

$$\left. \begin{aligned} x_q &= r_k \cos(\delta_k + \varphi_k); \\ y_q &= r_k \sin(\delta_k + \varphi_k) \cos \Omega + p_k \varphi_k \sin \Omega; \\ z_q &= r_k \sin(\delta_k + \varphi_k) \sin \Omega - p_k \varphi_k \cos \Omega. \end{aligned} \right\} \quad (140)$$

Приравняем правые части уравнений (135) и (140). Значение параметра  $\varphi_q$ , удовлетворяющее обоим этим уравнениям, т. е. удовлетворяющее координатам режущей кромки инструмента, обозначим  $\varphi_{qл}$ . Получим:

$$\left. \begin{aligned} r_q \cos(\delta_q + \varphi_{qл}) &= r_k \cos(\delta_k + \varphi_k); \\ r_q \sin(\delta_q + \varphi_{qл}) &= r_k \sin(\delta_k + \varphi_k) \cos \Omega + p_k \varphi_k \sin \Omega; \\ p_q \varphi_{qл} &= r_k \sin(\delta_k + \varphi_k) \sin \Omega - p_k \varphi_k \cos \Omega. \end{aligned} \right\} \quad (141)$$

Подставляя из уравнений (136) линейчатой винтовой поверхности значение  $\delta_k$  и решая уравнения (141) путем исключения параметров  $\varphi_k$  и  $r_k$ , можно определить значения  $\varphi_{qл}$  для каждой расчетной точки ( $r_q, \delta_q$ ) режущей кромки инструмента. Однако в общем виде такое решение получится слишком громоздким. Поэтому не будем его производить, ограничившись только схемой решения. Для конкретных инструментов решение этих уравнений дадим ниже. Подставляя полученное значение  $\varphi_{qл}$  в уравнения (135) основного червяка, получим значения  $x_{qл}, y_{qл}, z_{qл}$  режущей кромки инструмента:

$$\left. \begin{aligned} x_{qл} &= r_q \cos(\delta_q + \varphi_{qл}); \\ y_{qл} &= r_q \sin(\delta_q + \varphi_{qл}); \\ z_{qл} &= p_q \varphi_{qл}. \end{aligned} \right\} \quad (142)$$

Для определения параметров задней поверхности червячных инструментов, которое осуществим позже, необ-



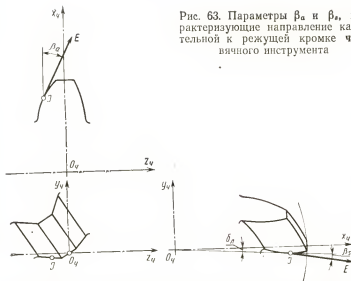


Рис. 63. Параметры  $\beta_a$  и  $\beta_s$ , характеризующие направление касательной к режущей кромке червячного инструмента

ходимо знать направление касательной  $JE$  в произвольной точке  $J$  режущей кромки. Направление касательной  $JE$  определяется углом  $\beta_a$  в осевой плоскости основного червяка и углом  $\beta_s$  в его торцевой плоскости (рис. 63). В осевой плоскости  $\operatorname{tg} \beta_a = \frac{dz_{q\lambda}}{dr_q}$ , а в торцевой —  $\operatorname{tg} \beta_s = r_q \frac{d\delta_\lambda}{dr_q}$ , где  $\delta_\lambda$  — угол, который составляет радиус  $r_q$ , проведенный в точку  $J$  режущей кромки с осью  $x_q$ :

$$\operatorname{tg} \delta_\lambda = \frac{y_{q\lambda}}{x_{q\lambda}}. \quad (143)$$

Дифференцируя уравнения (142) режущей кромки инструмента по параметру  $r_q$ , получим

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_a &= p_q \frac{d\varphi_{q\lambda}}{dr_q} \\ \text{и} \quad \operatorname{tg} \beta_s &= \sin(\delta_q + \varphi_{q\lambda} - \delta_\lambda) + r_q \left( \frac{\operatorname{tg} \xi_q}{r_q} + \frac{d\varphi_{q\lambda}}{dr_q} \right) \times \\ &\quad \times \cos(\delta_q + \varphi_{q\lambda} - \delta_\lambda). \end{aligned} \right\} \quad (144)$$

Из-за громоздкости преобразований значений производной  $\frac{d\varphi_{q\lambda}}{dr_q}$  в общем виде определять не будем. Для кон-

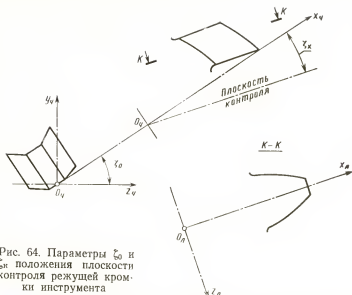


Рис. 64. Параметры  $\zeta_0$  и  $\zeta_x$  положения плоскости контроля режущей кромки инструмента

кретных же инструментов значение этой производной определим ниже при определении формы их режущих кромок.

Очень часто контроль формы режущей кромки инструмента осуществляется на микроскопах и проекторах. Контролируется проекция режущей кромки на плоскость  $K$  контроля, которая в общем случае в системе координат  $x_q y_q z_q$  основного червяка повернута вокруг оси  $x_q$  на угол  $\zeta_0$  и наклонена относительно оси  $x_q$  на угол  $\zeta_x$  (рис. 64). Система координат  $x_q y_q z_q$  спроектируется на плоскость  $K$  в систему координат  $x_л y_л z_л$ . Связь между этими системами выражается формулами

$$\left. \begin{aligned} x_л &= x_{ql} \cos \zeta_x + (y_{ql} \cos \zeta_0 + z_{ql} \sin \zeta_0) \sin \zeta_x; \\ z_л &= z_{ql} \cos \zeta_0 - y_{ql} \sin \zeta_0. \end{aligned} \right\} \quad (145)$$

### Форма режущих кромок у червячных инструментов

Рассмотрим сначала образование режущих кромок у червячных инструментов отдельно, когда передняя поверхность последних является винтовой поверхностью, плоскостью и поверхностью вращения.

Винтовая поверхность в качестве передней поверхности применяется у большинства типов червячных фрез. У червячных фрез ось  $z_K$  винтовой поверхности стружечной канавки совпадает с осью  $z_q$  основного червяка, поэтому угол  $\Omega=0$  и тогда  $r_K=r_q$ . Подставим эти значения  $\Omega$  и  $r_K$  в уравнения (141). После преобразования получим

$$\varphi_{qL} = \frac{\delta_K - \delta_q}{1 + \frac{p_q}{p_K}}. \quad (146)$$

Передняя поверхность зубьев червячной фрезы является линейчатой винтовой поверхностью, образующая  $B_0C_0$  которой располагается в радиальной плоскости фрезы, т. е. для нее значение угла  $\xi_0=0$ . Образующая  $B_0C_0$  задается не как это принято на рис. 10, а в положении  $B_KC_K$ , как показано на рис. 61. В этом случае

$$r_{0K} = r_{qe} \sin \gamma_{qe}, \quad (147)$$

где  $r_{qe}$  — радиус наружного цилиндра фрезы;  $\gamma_{qe}$  — передний угол ее режущей части в торповой плоскости  $x_qO_qy_q$ . Поворот образующей из положения  $B_KC_K$  в положение  $B_0C_0$  на угол  $\gamma_{qe}$  против часовой стрелки приведет к ее смещению вдоль оси  $z_q$  на величину

$$z_{0K} = -p_K \gamma_{qe}. \quad (148)$$

Подставим полученные значения параметров  $r_{0K}$ ,  $\xi_{0K}$ ,  $z_{0K}$  в уравнения (136) и (137), по которым подсчитываются параметры  $\delta_K$  и  $\xi_K$  профиля передней поверхности зуба червячного инструмента, т. е. профиля винтовой поверхности стружечной канавки. После преобразования получим

$$\left. \begin{aligned} \delta_K &= \gamma_{qe} - \xi_K; \\ \sin \xi_K &= \frac{r_{qe} \sin \gamma_{qe}}{r_q}. \end{aligned} \right\} \quad (149)$$

Расчет координат  $x_{qL}$ ,  $y_{qL}$ ,  $z_{qL}$  режущей кромки червячной фрезы производится в следующем порядке. Для каждой расчетной точки ( $r_q$ ,  $\delta_q$ ) торпového профиля основного червяка по формулам (149) подсчитываются значения  $\delta_K$ , по формуле (146) — значения  $\varphi_{qL}$ , по формулам (142) — координаты  $x_{qL}$ ,  $y_{qL}$ ,  $z_{qL}$ . Все расчетные зависимости для определения координат  $x_{qL}$ ,  $y_{qL}$ ,  $z_{qL}$  червячной фрезы с винтовыми канавками сведены в табл. 13.

Зависимости для определения координат режущей кромки червячной фрезы с винтовой передней поверхностью

Дано: $p_q, r_{qe}, \gamma_{qe}, p_k, \lambda_k$ и для каждой расчетной точки профиля основного червяка $r_q, \delta_q, \xi_q$	
Координаты $x_{ql}, y_{ql}, z_{ql}$ режущей кромки в системе координат $x_q y_q z_q$ основного червяка	
$\sin \xi_k = \frac{r_{qe} \sin \gamma_{qe}}{r_q}$	$x_{ql} = r_q \cos (\delta_q + \varphi_{ql})$
$\delta_k = \gamma_{qe} - \xi_k$	$y_{ql} = r_q \sin (\delta_q + \varphi_{ql})$
$\varphi_{ql} = \frac{\delta_k - \delta_q}{1 + \frac{p_q}{p_k}}$	$z_{ql} = p_q \varphi_{ql}$
Координаты $x_l$ и $z_l$ режущей кромки червячной фрезы в нормальной плоскости	
$x_l = x_{ql}$	$z_l = z_{ql} \cos \lambda_k - y_{ql} \sin \lambda_k$
Углы $\beta_a$ и $\beta_s$ наклона касательной к режущей кромке	
$\operatorname{tg} \delta_l = \frac{y_{ql}}{x_{ql}}$	$\operatorname{tg} \beta_a = \frac{p_q}{r_q \left(1 + \frac{p_q}{p_k}\right)} (\operatorname{tg} \xi_k - \operatorname{tg} \xi_q)$
$\operatorname{tg} \beta_s = \sin (\delta_q + \varphi_{ql} - \delta_l) +$ $+ \frac{1}{1 + \frac{p_q}{p_k}} \left( \frac{p_q}{p_k} \operatorname{tg} \xi_q + \operatorname{tg} \xi_k \right) \cos (\delta_q + \varphi_{ql} - \delta_l)$	

Для определения углов  $\beta_a$  и  $\beta_s$  наклона касательной к режущей кромке червячной фрезы по формулам (144) необходимо сначала определить производную  $\frac{d\varphi_{ql}}{dr_q}$ .

Дифференцируя уравнения (146) по параметру  $r_q$ , получим:

$$\frac{d\varphi_{ql}}{dr_q} = \frac{1}{r_q \left(1 + \frac{p_q}{p_k}\right)} (\operatorname{tg} \xi_k - \operatorname{tg} \xi_q). \quad (150)$$

Подставим  $\frac{d\varphi_{ql}}{dr_q}$  в уравнения (144), получим

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_a &= \frac{p_q}{r_q \left(1 + \frac{p_q}{p_k}\right)} (\operatorname{tg} \xi_k - \operatorname{tg} \xi_q); \\ \operatorname{tg} \beta_s &= \sin (\delta_q + \varphi_{ql} - \delta_a) + \frac{1}{1 + \frac{p_q}{p_k}} \times \\ &\times \left( \frac{p_q}{p_k} \operatorname{tg} \xi_q + \operatorname{tg} \xi_k \right) \cos (\delta_q + \varphi_{ql} - \delta_a). \end{aligned} \right\} \quad (151)$$

Режущую кромку червячной фрезы с винтовыми канавками контролируют на микроскопе в так называемой нормальной плоскости, т. е. в плоскости, нормальной к винтовой линии основного червяка, лежащей на начальном цилиндре и проходящей через середину зуба (или впадины) червячной фрезы. Эта плоскость проходит через ось  $x_q$  ( $\xi_a = 0$ ) и составляет с осью  $z_q$  фрезы угол  $\xi_0 = \lambda_n$ . Формулы (145) для этого случая примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} x_n &= x_{ql}; \\ z_n &= z_{ql} \cos \lambda_n - y_{ql} \sin \lambda_n. \end{aligned} \right\} \quad (152)$$

Формулы (152) также помещены в табл. 13.

Плоскость в качестве передней поверхности червячного инструмента применяется у одновитковых червячных фрез, у червячных фрез с канавками, параллельными оси фрезы, у косозубых долбяков для обработки зубчатых колес с винтовым зубом и др.

Плоскую переднюю поверхность можно рассматривать как винтовую линейчатую, у которой  $\xi_0 = 0$  и  $p_k = \infty$ . При  $p_k = \infty$  уравнения (136) и (137), по которым определяются параметры  $\delta_k$  и  $\xi_k$  профиля передней поверхности, приводятся к следующему виду:

$$\left. \begin{aligned} \delta_k &= \gamma_{ke} - \xi_k; \\ \sin \xi_k &= \frac{r_{ke} \sin \gamma_{ke}}{r_k}, \end{aligned} \right\} \quad (153)$$

где  $\gamma_{ke}$  — передний угол режущей части фрезы в плоскости  $x_k O_q y_k$ , нормальной к направлению канавки;  $r_{ke} = r_{qe}$  — радиус наружного цилиндра фрезы.

Как следует из уравнений (141), при  $p_k = \infty$   $\varphi_k = 0$ . Чтобы избежать неопределенности, преобразуем уравнения (141) путем исключения произведения  $p_k \varphi_k$ , получим

$$r_q \sin (\delta_q + \varphi_{ql}) \cos \Omega + p_q \varphi_{ql} \sin \Omega - r_{ke} \sin \gamma_{ke} = 0. \quad (154)$$

Напомним, что согласно выбранному нами положению системы координат  $x_k y_k z_k$ , в которой задается передняя поверхность червячного инструмента, относительно системы координат  $x_q y_q z_q$  основного червяка, угол  $\Omega$  является углом между осью  $z_k$  и осью  $z_q$ , т. е. между передней плоскостью и осью  $z_q$ . Из уравнения (153) определяется значение угла  $\varphi_{ql}$ . Подстановка этого значения в уравнения (142) позволит определить координаты  $x_{ql}$ ,  $y_{ql}$ ,  $z_{ql}$  режущей кромки червячного инструмента с плоской передней поверхностью. Производная  $\frac{d\varphi_{ql}}{dr_q}$ , значение которой необходимо знать для определения углов  $\beta_a$  и  $\beta_s$  наклона касательной к режущей кромке червячного инструмента с плоской передней поверхностью, определится при дифференцировании уравнения (153). Получим

$$\frac{d\varphi_{ql}}{dr_q} = - \frac{\sin(\delta_q + \varphi_{ql})}{p_q \operatorname{tg} \Omega + r_q \cos(\delta_q + \varphi_{ql})}.$$

Подставив  $\frac{d\varphi_{ql}}{dr_q}$  в уравнение (144), получим

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_a &= - \frac{\sin(\delta_q + \varphi_{ql})}{\operatorname{tg} \Omega + \frac{r_q}{p_q} \cos(\delta_q + \varphi_{ql})}; \\ \operatorname{tg} \beta_s &= \sin(\delta_q + \varphi_{ql} - \delta_a) + \\ &+ r_a \left( \frac{\operatorname{tg} \xi_q}{r_q} - \frac{\sin(\delta_q + \varphi_{ql})}{p_q \operatorname{tg} \Omega + r_q \cos(\delta_q + \varphi_{ql})} \right). \end{aligned} \right\} \quad (155)$$

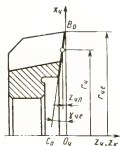


Рис. 65. Координаты  $r_q$  и  $z_{ql}$  режущей кромки долбяка с конической передней поверхностью

Контроль формы режущей кромки червячных инструментов с плоской передней поверхностью осуществляется как в нормальной плоскости, так и в передней плоскости. В первом случае координаты  $x_{ql}$  и  $z_{ql}$  проекции режущей кромки на нормальную плоскость определяются формулами (152). Во втором случае координаты  $x_{ql}$  и  $z_{ql}$  определяется по формулам (145), если в них углы  $\xi_0$  и  $\xi_x$  заменить соответственно на углы  $\Omega$  и  $\gamma_{qe}$ .

Все зависимости для расчета формы режущей кромки червяч-

ного инструмента с плоской передней поверхностью сведены в табл. 14. Для частных случаев, широко распространенных на практике, когда передний угол  $\gamma_{qe}$  червячного инструмента или угол  $\Omega$  наклона передней поверхности зуба равны нулю, все указанные в табл. 14 зависимости значительно упрощаются.

Таблица 14

Зависимости для определения координат режущей кромки червячного инструмента с плоской передней поверхностью

Дано: $p_q, r_{qe}, \gamma_{qe}, \Omega$ и для каждой расчетной точки профиля основного червяка $r_q, \delta_q, \xi_q$	
Координаты $x_{qл}, y_{qл}, z_{qл}$ режущей кромки в системе координат $x_q, y_q, z_q$ основного червяка	
$r_q \sin(\delta_q + \varphi_{qл}) \cos \Omega + p_q \varphi_{qл} \sin \Omega - r_{qe} \sin \gamma_{qe} = 0$	
$x_{qл} = r_q \cos(\delta_q + \varphi_{qл})$	
$y_{qл} = r_q \sin(\delta_q + \varphi_{qл})$	
$z_{qл} = p_q \varphi_{qл}$	
Координаты $x_л$ и $z_л$ режущей кромки в нормальной плоскости	
$x_л = x_{qл}$	
$z_л = z_{qл} \cos \lambda_n - y_{qл} \sin \lambda_n$	
Координаты $x_л$ и $z_л$ режущей кромки в передней плоскости	
$x_л = x_{qл} \cos \gamma_{qe} + (y_{qл} \cos \Omega + z_{qл} \sin \Omega) \sin \gamma_{qe}$	
$z_л = z_{qл} \cos \Omega - y_{qл} \sin \Omega$	
Углы $\beta_a$ и $\beta_s$ наклона касательной к режущей кромке	
$\operatorname{tg} \beta_л = \frac{y_{qл}}{x_{qл}}$	$\operatorname{tg} \beta_a = - \frac{\sin(\delta_q + \varphi_{qл})}{\operatorname{tg} \Omega + \frac{r_q}{p_q} \cos(\delta_q + \varphi_{qл})}$
$\operatorname{tg} \beta_s = \sin(\delta_q + \varphi_{qл} - \delta_л) + r_q \left( \frac{\operatorname{tg} \xi_q}{r_q} - \frac{\sin(\delta_q + \varphi_{qл})}{p_q \operatorname{tg} \Omega + r_q \cos(\delta_q + \varphi_{qл})} \right)$	

Поверхность вращения применяется в качестве передней поверхности у прямозубых долбяков. Она выполняется конической и ее ось  $z_k$  совпадает с осью  $z_q$  основного

червяка, а образующая  $B_0C_0$  составляет угол  $\gamma_{qe}$  с его торцовой плоскостью (рис. 65). Таким образом, для передней поверхности прямоугольного долбяка имеем  $p_q = \infty$ ,  $p_k = 0$ ,  $\Omega = 0$ ,  $\xi_{0k} = -\gamma_{qe}$ ,  $r_q = r_k$ . Из уравнений (141) следует, что при  $p_q = \infty$   $\varphi_{qл} = 0$ . Подстановка  $\varphi_{qл} = 0$  в два первых уравнения (142) дает:  $x_{qл} = r_q \cos \delta_q$ ;  $y_{qл} = r_q \sin \delta_q$ , а подстановка  $\varphi_{qл} = 0$  в последнее уравнение (142) превращает его в неопределенность, после раскрытия которой (рис. 65) имеем  $z_{qл} = (r_{qe} - r_q) \operatorname{tg} \gamma_{qe}$ . Подстановка тех же значений в первое уравнение (151) приводит к неопределенности, раскрытие которой (рис. 65) дает:  $\beta_a = \gamma_{qe}$ , а подстановка во второе уравнение (151)  $\beta_s = \xi_{eq}$ .

### Форма режущих кромок у дисковых и ременных инструментов

Производящая поверхность дискового инструмента является частным случаем винтовой поверхности, когда значение  $p_q = 0$ . Система координат  $x_k y_k z_k$  дискового инструмента совпадает с системой координат  $x_q y_q z_q$  основного червяка, а профиль определяется в осевой плоскости координатами  $R_k = r_q$  и  $z_k = z_q$  (см. рис. 13, а).

Для дисковых инструментов с винтовой передней поверхностью имеем:  $p_q = 0$ ,  $\Omega = 0$ ,  $r_k = r_q = R_k$ . Чтобы определить координаты режущей кромки дискового инструмента, воспользуемся уравнениями (136), (137), (141) и (142), заменив в них координаты  $x_{qл}$ ,  $y_{qл}$ ,  $z_{qл}$  на  $x_{кл}$ ,  $y_{кл}$ ,  $z_{кл}$ , а параметры  $r_q$  и  $z_q$  соответственно на  $R_k$  и  $z_k$ . При  $\Omega = 0$  и винтовой передней поверхности зависимости (136) и (137) приводятся к уравнениям (149). При  $p_q = 0$ , как следует из уравнений (141),  $\varphi_{qл} = \infty$ . Чтобы при подстановке в уравнения (141) указанных выше значений параметров избежать неопределенности, решим уравнения (141) и (142) совместно путем исключения величин  $(\delta_q + \varphi_{qл})$  и  $p_q \varphi_q$ :

$$\left. \begin{aligned} x_{кл} &= R_k \cos (\delta_k + \varphi_k); \\ y_{кл} &= R_k \sin (\delta_k + \varphi_k); \\ z_{кл} &= -p_k \varphi_k \end{aligned} \right\} \quad (156)$$

(в последней строке имеется в виду левая винтовая канавка; для правой винтовой канавки перед параметром  $p_k$  знак надо заменить на плюс).



Для дисковых инструментов понятие нормальной плоскости, введенное для червячных инструментов, совпадает с понятием осевой плоскости, так как для них угол  $\lambda_n$  подъема винтовой линии на начальном цилиндре равен нулю. В соответствии с этим для контроля режущей кромки дискового инструмента с винтовыми канавками формула (152) дает  $x_d = x_{ил}$ ;  $z_d = z_{ил}$ .

Для дисковых инструментов с плоской передней поверхностью имеем:  $p_q = 0$  и  $p_k = \infty$ . Уравнения (136) и (137), по которым определяются параметры  $\delta_k$  и  $\xi_k$  профиля передней поверхности для случая, когда передняя поверхность будет плоскостью, приводятся к уравнениям (154). Уравнения же (141) и (142), по которым определяются координаты режущей кромки червячного инструмента, для дискового инструмента преобразуются следующим образом. Как следует из уравнений (141), при  $p_q = 0$   $\varphi_{чл} = \infty$ , а при  $p_k = \infty$   $\varphi_k = 0$ . Чтобы при подстановке этих значений в уравнения (141) и (156) избежать неопределенности, решим их совместно путем исключения величин  $(\delta_k + \varphi_{чл})$ ,  $r_k \varphi_k$ ,  $p_q \varphi_q$  и одновременно параметры червячного инструмента заменим на параметры дискового инструмента. Получим следующие формулы для определения координат  $x_{ил}$ ,  $y_{ил}$ ,  $z_{ил}$  режущей кромки у дисковых инструментов с плоской передней поверхностью:

$$\left. \begin{aligned} x_{ил} &= R_n \cos \delta_k; \\ y_{ил} &= \frac{r_k e \sin \gamma_{ke}}{\cos \Omega} - z_{ил} \operatorname{tg} \Omega. \end{aligned} \right\} \quad (157)$$

Задавая положение расчетных точек на профиле производящей поверхности дискового инструмента радиусом  $R_n$  и координатой  $z_{ил} = z_{ил}$ , по формуле (157) определяются искомые координаты  $x_{ил}$  и  $y_{ил}$ . Контроль формы режущей кромки у дисковых инструментов, имеющих плоскую переднюю поверхность, обычно осуществляется в этой последней. Координаты  $x_d$  и  $z_d$  профиля режущей кромки инструмента определяются по формулам (145), если в них углы  $\xi_0$  и  $\xi_x$  заменить соответственно углами  $\Omega$  и  $\gamma_{ke}$ , а координаты режущей кромки червячного инструмента на координаты  $x_{ил}$ ,  $y_{ил}$ ,  $z_{ил}$  дискового инструмента. Получим

$$\left. \begin{aligned} x_d &= x_{ил} \cos \gamma_{ke} + (y_{ил} \cos \Omega + z_{ил} \sin \Omega) \sin \gamma_{ke}; \\ z_d &= z_{ил} \cos \Omega - y_{ил} \sin \Omega. \end{aligned} \right\} \quad (158)$$

У реечных инструментов (зуборезные гребенки, резцы и др.) передняя поверхность всегда делается плоской. Производящую поверхность реечного инструмента ранее условились рассматривать как частный случай производящей поверхности дискового инструмента, когда ось передней поверхности дискового инструмента бесконечно удалена, поэтому для реечного инструмента можем воспользоваться уравнениями (153) и (157), выведенными для дискового инструмента.

Уравнение (153) при  $r_k = \infty$  дает  $\delta_k = \gamma_{ke}$ . Тогда уравнение (157) преобразуется и при замене параметров  $x_k, y_k, z_k$  дискового инструмента на параметры  $x_p, y_p, z_p$  реечного инструмента примут вид

$$y_{pд} = \frac{x_{pд} \operatorname{tg} \gamma_{ke}}{\cos \Omega} - z_{pд} \sin \Omega. \quad (159)$$

Задавая положение расчетных точек на профиле реечного инструмента координатами  $x_p = x_{pд}$  и  $z_p = z_{pд}$ , по формуле (159) определим соответствующие значения координаты  $y_{pд}$ . Для определения координат  $x_d$  и  $z_d$  точек режущей кромки в передней плоскости реечного инструмента можно воспользоваться уравнениями (158), заменив в них параметры дискового инструмента параметрами реечного инструмента.

### Форма задней поверхности дисковых, реечных и червячных инструментов

Форма задней поверхности дисковых, реечных и червячных инструментов должна быть такой, чтобы: а) во всех точках режущих кромок этих инструментов были обеспечены необходимые для работы задние углы; б) после переточки инструмента каждая его режущая кромка лежала на производящей поверхности; в) выполнялись требования технологичности.

Для инструмента, в конструкции которого не предусмотрено восстановление наружного диаметра после его переточки, уменьшение радиуса наружного цилиндра инструмента приводит к тому, что после каждой переточки меняется теоретически требуемая форма передней поверхности (если она винтовая) и форма производящей поверхности инструмента. Вследствие этого для получения заданной формы зубчатой детали каждая режущая кромка инструмента как линия пересечения передней

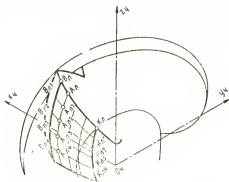


Рис. 66. Сеть координатных линий на боковой затылованной поверхности червячной фрезы

поверхности с производящей поверхностью после каждой переточки должна иметь различную форму:  $B_n K_n$ ;  $B_{n-1} K_{n-1} \dots$  (рис. 66). Если одноименные точки  $A_{n1}$ ,  $A_{n2}, \dots$  этих режущих кромок соединить линиями, то тогда задняя поверхность инструмента будет определяться сетью координатных линий, составленной из режущих кромок (форма которых различна) и линий, соединяющих одноименные точки режущих кромок (форма которых также различна).

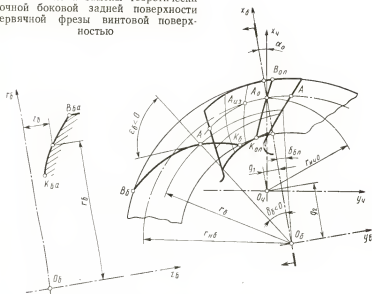
Полученную таким образом теоретически точную заднюю поверхность данного инструмента можно образовать затылуящим инструментом (резцом, фрезой, шлифовальным кругом и др.), который будет иметь с ней точечный контакт, причем этот инструмент в процессе обработки должен совершать движения, рассчитанные как функции формы координатных линий задней поверхности. Последние технологически выполнить очень трудно. В частности, на обычных затыловочных станках указанные движения осуществить нельзя, так как затылующий инструмент управляется только одним кулачком. Получить такую форму задней поверхности каким-либо затылующим инструментом при его линейном контакте с этой поверхностью нельзя даже теоретически (за исключением нескольких частных случаев, о которых скажем ниже). Поэтому большинство применяемых в настоящее время способов получения задней поверхности у дисковых и червячных инструментов являются приближенными.

Каждый из этих способов предусматривает, что теоретически точную заднюю поверхность дискового и червячного инструмента можно заменить другой поверхностью, которая более удобна в технологическом отношении, а по форме мало отличается от теоретически точной. При каждой такой замене учитывается удобство изготовления и контроля задней поверхности дискового и червячного инструмента, простота профиля затылующего инструмента, величина и место погрешностей, которые возникнут на обрабатываемой детали, и др. Подбор заменяющей поверхности в каждом конкретном случае обработки детали достигается частичным изменением формы режущих кромок инструмента, формы кривой затылования, направления затылования, профиля и положения затылующего инструмента. Обычно окончательным инструментом, затылующим заднюю поверхность дискового и реечного инструмента является затыловочный резец и шлифовальный круг. Поэтому в качестве заменяющей поверхности желательно брать такую, которую можно легко получить режущей кромкой резца или производящей поверхности шлифовального круга. С этой технологической точки зрения на практике принято теоретическую форму задней поверхности червячного (и как частный случай дискового) инструмента заменять или цилиндрической винтовой поверхностью, когда кривой затылования является дуга окружности, или поверхностью, полученной затылующим инструментом, когда затылование осуществляется с помощью архимедова кулачка. Ниже разбираются методы замены теоретически точной задней поверхности червячных инструментов. Методы являются общими для всех червячных фасонных инструментов, однако конкретные значения параметров заменяющей поверхности надо брать для каждого случая обработки зубчатой детали отдельно с учетом результатов анализа точности получения этой детали.

Боковые стороны профиля инструментальной рейки для эвольвентных зубчатых колес имеют прямолинейную форму. Для всех других неэвольвентных зубчатых деталей боковые стороны рейки всегда криволинейны. Эта исключительность эвольвентных зубчатых колес сказывается и на червячных фрезах, предназначенных для их обработки. Поэтому формообразование задних поверхностей у последних будем исследовать отдельно.

Рассмотрим сначала замену теоретически точной задней поверхности червячных фасонных фрез винтовой ци-

Рис. 67. Схема замены теоретически точной боковой задней поверхности червячной фрезы винтовой поверхностью



линдрической поверхностью. На рис. 67 изображена проекция зуба червячной фрезы на плоскость, перпендикулярную ее оси. На теоретически точной задней (боковой) поверхности зуба нанесена координатная сеть из режущих кромок червячной фрезы и линий, соединяющих одноименные точки режущих кромок. Форма одной из таких линий (например,  $AA$ ) выбирается в качестве линии затылования. Пусть она проходит через точку  $A_0$ , лежащую на начальном цилиндре. Радиус  $r_{\text{нн}}$  начального цилиндра при переточке фрезы непрерывно уменьшается. Примем за расчетное значение величину  $r_{\text{нн} \delta}$ , которая лежит между значениями  $r_{\text{нн}}$  новой и сточенной фрезы.

При замене теоретически точной задней поверхности винтовой цилиндрической поверхностью линия  $AA$  затылования принимается дугой окружности (на выборе величины радиуса  $r_{\text{нб}}$  этой дуги и координат ее центра остановимся позже). Все остальные линии, соединяющие одноименные точки режущих кромок, лежащих на теоретически точной задней поверхности фрезы, не будут являться дугами окружностей. Примем точку  $A_0$  за точку касания теоретически точной задней поверхностью червячной фрезы с заменяющей винтовой поверхностью. До-

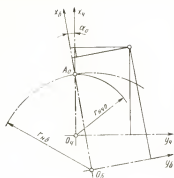


Рис. 68. Схема расположения системы координат  $x_b y_b z_b$  боковой затылованной поверхности относительно системы координат  $x_q y_q z_q$  основного червяка

пустим, что при  $r_{qn} = r_{qno}$  по зависимостям табл. 9 подсчитали параметры основного червяка, а затем по зависимостям табл. 13 определили координаты режущей кромки  $B_{чл} K_{чл}$ . Эта режущая кромка будет проходить через точку  $A_0$ .

Червячные фрезы могут иметь прямое и косое затылование. При прямом затыловании осевое перемещение затылующего инструмента характеризуется винтовым параметром  $p_q$  основного червяка, при косом затыловании — винтовым параметром  $p_b$ , определяемым по формуле

$$p_b = p_q \pm \Delta p, \quad (160)$$

где  $\Delta p = \frac{k Z_\phi \sin \eta_c}{2\pi}$ ;  $k$  — величина паления кулачка при затыловании червячной фрезы;  $Z_\phi$  — число зубьев фрезы;  $\eta_c$  — угол поворота салазок суппорта затыловочного станка относительно исходного положения. Здесь знак плюс соответствует повороту салазок суппорта по часовой стрелке.

Введем для боковой задней поверхности фрезы новую правую систему координат  $x_b y_b z_b$  и свяжем ее с системой координат  $x_q y_q z_q$  основного червяка следующим образом. Начало координат поместим в точку  $O_b$ , которая лежит в плоскости  $x_q O_q y_q$ . Ось  $x_b$  проведем через проекцию точки  $A_0$  зуба фрезы на плоскость  $x_q O_q y_q$ , а ось  $z_b$  направим параллельно оси  $z_q$  в ту же сторону, что и  $z_q$ . Тогда формулы для перехода из системы координат  $x_q y_q z_q$  в систему координат  $x_b y_b z_b$  представятся в следующем виде (рис. 68):

$$x_b = (x_q - r_{qno}) \cos \alpha_0 - y_q \sin \alpha_0 + r_{nb};$$

$$y_b = (x_q - r_{qno}) \sin \alpha_0 + y_q \cos \alpha_0;$$

$$z_b = z_q.$$

где  $\alpha_0$  — угол между осями  $x_6$  и  $x_4$  (задний угол фрезы в точке  $A_0$ ).

В соответствии с этими формулами координаты режущей кромки фрезы в системе координат  $x_6y_6z_6$  определяются следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} x_{6л} &= (x_{4л} - r_{\text{чн0}}) \cos \alpha_0 - y_{4л} \sin \alpha_0 + r_{\text{н6}}, \\ y_{6л} &= (x_{4л} - r_{\text{чн0}}) \sin \alpha_0 + y_{4л} \cos \alpha_0; \\ z_{6л} &= z_{4л}, \end{aligned} \right\} \quad (161)$$

где  $x_{4л}$ ,  $y_{4л}$ ,  $z_{4л}$  — координаты режущей кромки в системе координат  $x_4$ ,  $y_4$ ,  $z_4$ .

Представим себе винтовую поверхность, образованную винтовым движением линии  $B_{0л}K_{0л}$  вокруг оси  $z_6$  (см. рис. 67) с винтовым параметром  $p_6$ . Эта винтовая поверхность будет касаться теоретически точной задней поверхности одновременно по линии  $B_{0л}K_{0л}$  и по линии  $AA$ . Общий вид уравнений заменяющей винтовой поверхности в системе координат  $x_6y_6z_6$ :

$$\left. \begin{aligned} x_6 &= r_6 \cos (\delta_6 + \varphi_6); \\ y_6 &= r_6 \sin (\delta_6 + \varphi_6); \\ z_6 &= p_6 \varphi_6, \end{aligned} \right\} \quad (162)$$

где  $r_6$  и  $\delta_6$  — параметры профиля  $B_6K_6$  заменяющей винтовой поверхности в торцовой плоскости  $x_6O_6y_6$  (см. рис. 67);  $\varphi_6$  — угол поворота профиля  $B_6K_6$  при образовании винтовой поверхности.

Режущая кромка  $B_{0л}K_{0л}$  червячной фрезы лежит на винтовой поверхности (162). Поэтому, подставляя в уравнение (162) вместо  $x_6$ ,  $y_6$ ,  $z_6$  их значения из уравнений (161), и имея в виду уравнения (142), после преобразований получим

$$\delta = \arcsin \frac{y_{6л}}{r_6} - \frac{p_6 \varphi_{4л}}{p_6}, \quad (163)$$

где  $\varphi_{4л}$  берем из уравнений (146) или (154) в зависимости от формы передней поверхности червячной фрезы, а радиус  $r_6$  — из формул

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \delta_{\text{л}} &= \frac{y_{6л}}{x_{6л}}; \\ r_6 &= \frac{x_{6л}}{\cos \delta_{6л}}. \end{aligned} \right\} \quad (164)$$

Для контроля винтовой заменяющей поверхности нужно знать ее профиль  $B_6 A K_6 a$  в плоскости, проходящей через ось  $z_6$ . В этой плоскости профиль винтовой поверхности определяется параметрами  $r_6$  и  $\delta_6$ . Координату  $z_6$  можно подсчитать по формуле

$$z_6 = -r_6 \delta_6. \quad (165)$$

Положение расчетной точки  $A_0$  на кривой затылования обычно выбирается примерно по середине между точкой  $A$  (соответствующей положению передней поверхности новой фрезы) и точкой  $A_{из}$  (соответствующей положению передней поверхности изношенной фрезы). При таком положении точки  $A_0$  погрешности замены для крайних положений передней поверхности зуба червячной фрезы выравниваются.

Значение заднего угла  $\alpha_0$  в точке  $A_0$  выбирается обычно в пределах  $10-15^\circ$ . Значение радиуса  $r_{нб}$  заменяющей винтовой поверхности влияет на величины задних углов как по линии  $AA$ , так и по другим линиям, соединяющим одноименные точки режущих кромок фрезы.

Для получения задних углов у червячных фрез, имеющих линию затылования — окружность, в тех же пределах, что и у червячных фрез, имеющих линию затылования — архимедову спираль, радиус следует определять по формуле [11]:

$$r_{нб} = \frac{r_{чн0}}{\cos \alpha_0 (1 + \sin^2 \alpha_0)}. \quad (166)$$

Величина радиуса  $r_{нб}$  в значительной степени оказывает влияние на точность приближения заменяющей винтовой поверхности к теоретически точной задней поверхности червячной фрезы. Однако степень приближения можно оценить только в том случае, если будут известны конкретные условия формообразования поверхностей червячной фрезой. При расчете затылующего инструмента для получения задней (теперь уже винтовой) поверхности зуба червячной фрезы нужно в торцовой плоскости  $x_6 O_6 y_6$  (см. рис. 67) знать не только параметры  $r_6$  и  $\delta_6$  профиля  $B_6 K_6$ , но и значение угла  $\xi_6$  наклона касательной в каждой точке этого профиля. Угол  $\xi_6$  (рис. 69) в произвольной точке  $J$  измеряется между линией радиуса  $O_6 J$  и касательной  $JC$  к боковой затылованной поверхности в торцовой плоскости  $x_6 O_6 y_6$ . Угол  $\xi_6$  будет иметь знак плюс, если он отсчитывается от линии радиуса  $O_6 J$  по часовой стрелке.





$$\operatorname{tg} \lambda_6 = \frac{p_6}{r_6}; \quad c_1 = T \cos \beta_a \text{ (рис. 69, з); } c_2 = c_1 \operatorname{tg} \beta_s \text{ (рис. 69, а);}$$

$$c_3 = T \sin \beta_a \text{ (рис. 69 з); } c_4 = \frac{c_1}{\cos \beta_s} \text{ (рис. 69, а);}$$

$$c_5 = c_4 \sin (\beta_s + \alpha_i) \text{ (рис. 69, а); } c_6 = c_4 \cos (\beta_s + \alpha_i) \text{ (рис. 69, а);}$$

$$c_7 = c_5 + \frac{c_3}{\operatorname{tg} \omega_6} \text{ (рис. 69, б); } \operatorname{tg} \xi_6 = \frac{c_7}{c_6} \text{ (рис. 69, а).}$$

Решая эти зависимости, получим

$$\operatorname{tg} \xi_6 = \operatorname{tg} (\beta_s + \alpha_i) + \frac{r_6 \operatorname{tg} \beta_a \cos \beta_s}{p_6 \cos (\beta_s + \alpha_i)}. \quad (167)$$

Угол  $\alpha_i$ , как следует из рис. 68 и 69, определяется по формуле

$$\sin \alpha_i = \frac{r_{и6} \sin \alpha_0}{r_6}. \quad (168)$$

Все зависимости для расчета параметров  $r_6$ ,  $\delta_6$ ,  $\xi_6$  торцового профиля винтовой боковой затылованной поверхности червячной фрезы помещены в табл. 15. Уравнениями табл. 15 можно воспользоваться и для дисковых фрез, имеющих в качестве линии затылования дугу окружности. Для этого в уравнения табл. 15 надо подставить соответствующее значение винтового параметра  $p_6$ . У дисковых фрез с прямым затылованием  $p_6 = 0$ , а у фрез с косым затылованием  $p_6 = \Delta p_6$ . Значение  $\Delta p_6$  подсчитывается по формуле (160).

Фрезы, имеющие в качестве линии затылования дугу окружности, технологически себя оправдывают только в том случае, если они выполняются со вставными зубьями или гребенками. При изготовлении задней поверхности зубья фрезы устанавливаются в технологический корпус и обрабатывают в нем на токарно-винторезных, резьбофрезерных или резьбошлифовальных станках.

Сейчас в промышленности начали внедряться сборные конструкции червячных фрез с переставляемыми гребенками (рейками) (см. рис. 55). Шлифование задней поверхности зубьев реек осуществляется здесь на резьбошлифовальных и червякошлифовальных станках в технологических корпусах, или непосредственно в рабочих корпусах фрез с последующей перестановкой реек в рабочем корпусе. Существует несколько конструкций таких фрез, отличающихся друг от друга способом базирования

Зависимости для определения параметров  $r_6$ ,  $\delta_6$ ,  $\xi_6$   
профиля затылованной поверхности червячной фрезы

Дано: $r_{\text{чн0}}$ , $r_{6н}$ , $\alpha_0$ , $p_ч$ , $p_6$ , $p_k$ и для каждой расчетной точки режущей кромки $x_{чл}$ , $y_{чл}$ , $z_{чл}$ , $\varphi_{чл}$ , $\beta_a$ , $\beta_s$
$x_{6л} = (x_{чл} - r_{\text{чн0}}) \cos \alpha_0 - y_{чл} \sin \alpha_0 + r_{6н}$
$y_{6л} = (x_{чл} - r_{\text{чн0}}) \sin \alpha_0 + y_{чл} \cos \alpha_0$
$\operatorname{tg} \delta_{6л} = \frac{y_{6л}}{x_{6л}}$
$r_6 = \frac{x_{6л}}{\cos \delta_{6л}}$
$\delta_6 = \arcsin \frac{y_{6л}}{r_6} - \frac{p_ч}{p_6} \varphi_{чл}$
$z_6 = -p_6 \delta_6$
$\sin \alpha_i = \frac{r_{6н} \sin \alpha_0}{r_6}$
$\operatorname{tg} \xi_6 = \operatorname{tg} (\beta_s + \alpha_i) + \frac{r_6 \operatorname{tg} \beta_a \cos \beta_s}{p_6 \cos (\beta_s + \alpha_i)}$

и крепления гребенок в рабочем корпусе, но теоретическая форма поверхностей режущей части у них одинакова: передняя поверхность обычно является плоскостью (хотя может быть и винтовой поверхностью), а задняя — винтовой поверхностью того же шага, что и у основного червяка.

Если рабочий корпус червячной фрезы используется при шлифовании задней поверхности как технологический, то в нем в результате соответствующей установки предусматривается такое положение реек, при котором их заднюю поверхность шлифуют как поверхность обычного червяка. На рис. 55 показан рабочий корпус червячной фрезы, в котором гребенка 1 установлена в рабочее положение, а гребенка 2 — в положение, в котором ее задняя поверхность будет шлифоваться.

Рассмотрим теперь замену теоретически точной задней поверхности червячной фрезы поверхностью, получае-

мой затылующим инструментом, если кривая затылования является архимедовой спиралью. В этом случае затылующий инструмент (резец или шлифовальный круг) при равномерном вращательном движении червячной фрезы одновременно совершает поступательное движение в радиальной плоскости детали и вдоль оси детали. Кулачок к затыловочному станку в этом случае очерчивается архимедовой спиралью. Определим форму поверхности, которая будет образована при указанных движениях затылующего инструмента, отдельно для шлифовального круга и затыловочного резца.

При затыловании червячной фрезы шлифовальным кругом установка последнего в некотором исходном положении относительно червячной фрезы осуществляется так же, как осуществляется установка дискового инструмента относительно винтовой поверхности. Поэтому для решения вопроса формообразования задней поверхности червячной фрезы шлифовальным кругом воспользуемся выведенными ранее результатами для обработки винтовой поверхности дисковым инструментом. Чтобы подчеркнуть, что имеется в виду обработка червячной фрезы инструментом второго порядка, систему координат  $x_2y_2z_2$  детали заменим системой координат  $x_{ч}y_{ч}z_{ч}$  червячной фрезы, а систему координат  $x_{и}y_{и}z_{и}$  дискового инструмента системой координат  $x_{ш}y_{ш}z_{ш}$  шлифовального круга.

При обработке винтовой поверхности детали параметры  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  установки дискового инструмента являются величинами постоянными. При обработке задней поверхности червячной фрезы только параметр  $\epsilon$  остается постоянным, а параметр  $m_{ш}$  и  $\psi_{ш}$  изменяются по следующему закону:

$$m_{ш} = m - a\psi_i; \quad \psi_{ш} = \psi + \psi_i,$$

где  $m$  и  $\psi$  — параметры установки оси шлифовального круга в исходном положении (перед затылованием);  $a$  — постоянная величина, определяемая по формуле  $a = \frac{kZ_{\phi} \cos \eta_c}{2\pi}$ ;  $k$  — падение затыловочного кулачка;  $\eta_c$  — угол, характеризующий направление затылования;  $Z_{\phi}$  — число зубьев фрезы;  $\psi_i$  — угол поворота фрезы при затыловании.

Будем считать, что производящая поверхность шлифовального круга задана (о расчете профиля шлифовального круга см. стр. 381). Уравнения производящей

поверхности шлифовального круга в системе координат  $x_{ш}y_{ш}z_{ш}$  имеют вид

$$\left. \begin{aligned} R_{ш}^2 &= x_{ш}^2 + y_{ш}^2; \\ z_{ш} &= f(R_{ш}). \end{aligned} \right\} \quad (169)$$

Формулы перехода из системы координат  $x_q y_q z_q$  червячной фрезы в систему координат  $x_{ш} y_{ш} z_{ш}$  будут аналогичными формулам (53):

$$\left. \begin{aligned} x_{ш} &= y_q \sin(\psi + \psi_i) + x_q \cos(\psi + \psi_i) - m + a\psi_i; \\ y_{ш} &= -(z_q - p_0\psi_i) \sin \varepsilon - [y_q \cos(\psi + \psi_i) - \\ &\quad - x_q \sin(\psi + \psi_i)] \cos \varepsilon; \\ z_{ш} &= [y_q \cos(\psi + \psi_i) - x_q \sin(\psi + \psi_i)] \sin \varepsilon - \\ &\quad - (z_q - p_0\psi_i) \cos \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (170)$$

Подставим значения  $x_{ш}$ ,  $y_{ш}$ ,  $z_{ш}$  из уравнений (170) в уравнения (169). При фиксированном значении параметра  $\psi_i$  получим уравнения поверхности шлифовального круга в системе координат  $x_q y_q z_q$  червячной фрезы:

$$[y_q \sin(\psi + \psi_i) + x_q \cos(\psi + \psi_i) - m + a\psi_i]^2 + [(z_q - p_0\psi_i) \sin \varepsilon + \\ + [y_q \cos(\psi + \psi_i) - x_q \sin(\psi + \psi_i)] \cos \varepsilon]^2 - R_{ш}^2 = 0. \quad (171)$$

При переменном  $\psi_i$  уравнение (171) является уравнением семейства производящих поверхностей шлифовального круга от параметра  $\psi_i$  в системе координат  $x_q y_q z_q$ . Поверхность, которую шлифовальный круг создает на червячной фрезе, т. е. задняя поверхность фрезы, будет являться огибающей поверхностью семейства производящих поверхностей шлифовального круга от параметра  $\psi_i$ . Известно [1], что для определения уравнения огибающей поверхности надо уравнение семейства поверхностей продифференцировать по ее параметру и полученное уравнение решить совместно с уравнением семейства путем исключения этого параметра.

Дифференцируя уравнение (171) по параметру  $\psi_i$ , получим

$$\begin{aligned} &[y_q \sin(\psi + \psi_i) + x_q \cos(\psi + \psi_i) - m + a\psi_i] \times \\ &\times [y_q \cos(\psi + \psi_i) - x_q \sin(\psi + \psi_i) + a] - \\ &- [(z_q - p_0\psi_i) \sin \varepsilon + (y_q \cos(\psi + \psi_i) - x_q \sin(\psi + \psi_i)) \cos \varepsilon] \times \\ &\times [y_q \sin(\psi + \psi_i) + x_q \cos(\psi + \psi_i) + p_0 \operatorname{ctg} \varepsilon] \cos \varepsilon = 0. \quad (172) \end{aligned}$$

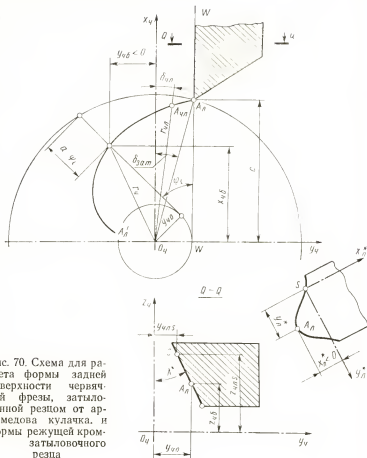


Рис. 70. Схема для расчета формы задней поверхности червячной фрезы, затылованной резцом от архимедова кулачка, и формы режущей кромки затыловочного резца

Если решить совместно уравнения (170), (171) и (172) путем исключения параметра  $\psi_i$ , то получатся уравнения задней затылованной поверхности червячной фрезы. Ввиду того, что два последние уравнения являются трансцендентными относительно параметра  $\psi_i$ , в явном виде такое решение невозможно. Уравнения можно решить только с помощью ЭВМ. Уравнениями (170) — (172) воспользуемся при расчете профиля шлифовального круга для затылования червячной фрезы.

При затыловании червячной фрезы резом движения фрезы и резца остаются теми же, что и при затыловании

шлифовальным кругом: при равномерном вращении фрезы резец имеет равномерное перемещение в радиальной плоскости и вдоль оси фрезы. Однако форма затылованной поверхности будет зависеть от положения передней поверхности червячной фрезы. На рис. 70 представлена проекция на радиальную плоскость фрезы линии  $A_{\text{Л}}A'_{\text{Л}}$ , лежащей на задней поверхности фрезы и проходящей через некоторую точку  $A_{\text{ЧЛ}}$  ( $x_{\text{ЧЛ}}$ ,  $y_{\text{ЧЛ}}$ ,  $z_{\text{ЧЛ}}$ ) режущей кромки червячной фрезы. Эта линия получена движением точки  $A_{\text{Л}}$  резца, которая находится на расстоянии  $y_{\text{Ч0}}$  от оси  $x_{\text{Ч}}$  системы координат  $x_{\text{Ч}}y_{\text{Ч}}z_{\text{Ч}}$  фрезы. При затыловании точка  $A_{\text{Л}}$  резца будет перемещаться в плоскости  $WW$ , касательной к цилиндру радиуса  $y_{\text{Ч0}}$ . Величина  $y_{\text{Ч0}}$  для каждой точки режущей кромки резца зависит от положения передней поверхности резца относительно передней поверхности червячной фрезы перед началом затылования. Поэтому и форма задней поверхности червячной фрезы будет меняться в зависимости от того, какое значение величины  $y_{\text{Ч0}}$  будет иметь для каждой точки режущей кромки резца.

Сределим в системе координат  $x_{\text{Ч}}y_{\text{Ч}}z_{\text{Ч}}$  уравнение линии  $A_{\text{Л}}A'_{\text{Л}}$ , проходящей через данную точку  $A_{\text{ЧЛ}}$  ( $x_{\text{ЧЛ}}$ ,  $y_{\text{ЧЛ}}$ ,  $z_{\text{ЧЛ}}$ ) режущей кромки червячной фрезы при смещении передней плоскости затыловочного резца на величину  $y_{\text{Ч0}}$ . Для точки  $A_{\text{ЧЛ}}$  режущей кромки червячной фрезы имеем:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \delta_{\text{ЧЛ}} &= \frac{y_{\text{ЧЛ}}}{x_{\text{ЧЛ}}}; \\ r_{\text{ЧЛ}} &= \frac{x_{\text{ЧЛ}}}{\cos \delta_{\text{ЧЛ}}}. \end{aligned} \right\} \quad (173)$$

При повороте червячной фрезы на угол  $\psi_i$  точка  $A_{\text{Л}}$  режущей кромки затыловочного резца переместится в плоскости, касательной к цилиндру радиуса  $y_{\text{Ч0}}$  на величину  $a\psi_i$  и вдоль оси  $z_{\text{Ч}}$  на величину  $p_6\psi_i$ . Тогда с помощью рис. 70 получим следующие зависимости для определения координат  $x_{\text{Ч6}}$ ,  $y_{\text{Ч6}}$ ,  $z_{\text{Ч6}}$  кривой затылования:

$$\left. \begin{aligned} x_{\text{Ч6}} &= (c + a\psi_i) \cos \psi_i - y_{\text{Ч0}} \sin \psi_i; \\ y_{\text{Ч6}} &= (c + a\psi_i) \sin \psi_i + y_{\text{Ч0}} \cos \psi_i; \\ z_{\text{Ч6}} &= z_{\text{ЧЛ}} + p_6 (\delta_{\text{ЗЛ}} - \delta_{\text{ЧЛ}}) + p_6 \psi_i, \end{aligned} \right\} \quad (174)$$

где

$$\delta_{\text{ЗЛ}} = \operatorname{arctg} \frac{y_{\text{Ч0}}}{c}.$$

Величина  $c$ , входящая в эти уравнения, определится следующим образом. Кривая затылования проходит через точку  $A_{\text{чл}}(x_{\text{чл}}, y_{\text{чл}}, z_{\text{чл}})$  режущей кромки червячной фрезы. Подставляя в два первых уравнения (174) вместо  $x_{\text{чб}}$  и  $y_{\text{чб}}$  значения координат  $x_{\text{чл}}$  и  $y_{\text{чл}}$ , получим систему уравнений:

$$x_{\text{чл}} = (c + a\psi_i^*) \cos \psi_i^* - y_{\text{чб}} \sin \psi_i^*;$$

$$y_{\text{чл}} = y_{\text{чб}} \cos \psi_i^* + (c + a\psi_i^*) \sin \psi_i^*,$$

позволяющую путем совместного решения уравнений определить величину  $\psi_i^*$  параметра  $\psi_i$ , соответствующую положению, когда точка режущей кромки затыловочного реза совпадает с соответствующей точкой червячной фрезы, а затем величину  $c$ . Получим

$$\operatorname{tg} \psi_i^* = \frac{y_{\text{чл}} - y_{\text{чб}}}{x_{\text{чл}}}; \quad (175)$$

$$c = \frac{x_{\text{чл}} + y_{\text{чб}} \sin \psi_i^*}{\cos \psi_i^*} - a\psi_i^*. \quad (176)$$

Зависимостями (173), (174) и (175) воспользуемся ниже при расчете профиля затыловочного реза. Уравнениями (170) — (176), выведенными для червячной фрезы, можно воспользоваться и для дисковых фрез, затылование которых производится от кулачка, очерченного архимедовой спиралью. Для этого в указанные уравнения надо подставить соответствующие значения винтового параметра  $r_b$ . У дисковых фрез с прямым затылованием  $r_b = 0$ , а у фрез с косым затылованием  $r_b = \Delta r_b$ . Значение  $\Delta r_b$  берется по формуле (160).

## Глава IX

### ПРОФИЛИРОВАНИЕ ИНСТРУМЕНТОВ ДЛЯ ЗАТЫЛОВАНИЯ И ЗАТОЧКИ ДИСКОВЫХ И ЧЕРВЯЧНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

Для получения точной формы задней и передней поверхностей режущей части инструментов, обрабатывающих поверхности деталей, большое значение имеют вопросы расчета профиля тех инструментов, которые будут затыловывать и затачивать указанную режущую часть.



Эти инструменты принято называть инструментами второго порядка. Для дисковых реечных и червячных инструментов ими обычно являются затыловочные резцы, фрезы и шлифовальные круги.

Форма производящей поверхности, передней и задней поверхностей у инструментов второго порядка должны быть рассчитаны в зависимости от их установки и движений, совершаемых в процессе работы. Неточность расчета, а также всякая замена или упрощение профиля поверхностей режущей части инструмента второго порядка по сравнению с теоретически точным окажет влияние на форму режущих кромок, а следовательно, на условия формообразования деталей, которые будут обрабатываться инструментами.

В настоящей главе рассматриваются вопросы расчета профиля затыловочных резцов, дисковых фрез и шлифовальных кругов для получения задних поверхностей режущей части. Расчетные зависимости выведены для случая затылования червячных фрез. Для случая затылования дисковых фрез в полученные зависимости надо подставить соответствующие значения параметра  $r_b$ : при прямом затыловании  $r_b = 0$ ; при косом затыловании  $r_b = \Delta r_b$  (см. стр. 170).

Задача формообразования передней поверхности червячных и дисковых инструментов здесь опущена, так как она в общем случае была решена ранее (см. расчетные табл. 1 и 3).

### Определение профиля резцов для затылования червячных фасонных фрез

Как установлено выше, теоретически точная задняя поверхность зубьев червячных фрез (кроме червячных фрез для эвольвентных зубчатых колес) при затыловании их резцами заменяется или винтовой поверхностью, которая определяется уравнениями (162), или поверхностью, полученной при затыловании от архимедова кулачка и определяемой системой уравнений (170) — (172). Рассчитаем профиль затыловочного резца для обоих указанных случаев замены теоретически точной задней поверхности. Чтобы отличить параметры затыловочных резцов от аналогичных параметров других рассматриваемых нами инструментов, ниже первые будем отмечать звездочкой.



выбранной окружности радиуса  $r_{6s}$  на расстоянии  $l$  от плоскости  $x_6 O_6 y_6$ . Точка  $S$  будет являться началом системы координат  $x_d^* S y_d^*$ , лежащей в передней плоскости реза, и системы координат  $x_N^* S y_N^*$ , лежащей в плоскости  $NN$ , перпендикулярной образующим задней поверхности реза.

В общем случае след передней плоскости реза на плоскости, перпендикулярной оси фрезы, наклонен под углом  $\gamma^*$  относительно плоскости  $y_6 O_6 z_6$ , а на плоскости, касательной (в точке  $S$ ) к цилиндру радиуса  $r_{6s}$  — под углом  $\lambda^*$ . Уравнение передней плоскости реза в системе координат  $x_6 y_6 z_6$  запишем так:

$$\frac{x_6}{a} + \frac{y_6}{b} + \frac{z_6}{c} = 1. \quad (177)$$

Подставляя значения  $x_6$ ,  $y_6$ ,  $z_6$  из уравнений (162) в уравнение (179) передней плоскости, получим следующую зависимость:

$$\frac{r_6}{a} \cos(\delta_6 + \varphi_6^*) + \frac{r_6}{b} \sin(\delta_6 + \varphi_6^*) + \frac{p_6}{c} \varphi_6^* - 1 = 0, \quad (178)$$

где  $\varphi_6^*$  — значение параметра  $\varphi_6$  боковой винтовой поверхности зуба фрезы, соответствующее положению текущей точки  $J^*$  режущей кромки винтовой линии ( $r_6$ ,  $\delta_6$ ) этой поверхности;  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — отрезки, отсекаемые передней плоскостью реза на осях координат (с учетом знака). Эти отрезки определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} f &= r_{6s} \operatorname{tg} \gamma^* \quad (\text{рис. 71, б}); \quad c = l - \frac{f}{\operatorname{tg} \lambda^*} \quad (\text{рис. 71, а}); \quad -a = \\ &= c \operatorname{tg} \lambda^* \quad (\text{рис. 71, а}); \quad -b = -\frac{a}{\operatorname{tg} \gamma'}; \quad \operatorname{tg} \gamma' = \operatorname{tg} \gamma^* \cos \lambda^* \\ &(\text{рис. 71, в}). \end{aligned}$$

После преобразования получим

$$\left. \begin{aligned} a &= r_{6s} \operatorname{tg} \gamma^* - l \operatorname{tg} \lambda^*; \\ b &= \frac{a}{\operatorname{tg} \gamma^*}; \\ c &= \frac{a}{\operatorname{tg} \lambda^*}. \end{aligned} \right\} \quad (179)$$

Для каждой точки  $J(r_6, \delta_6)$  профиля винтовой поверхности из уравнения (178) можно определить  $\psi_6^*$ , а после этого, подставляя в уравнения (162) значения

$\varphi_6 = \varphi_6^*$ , получить координаты  $x_6^*$ ,  $y_6^*$ ,  $z_6^*$  режущей кромки резца в системе координат  $x_6 y_6 z_6$

$$\left. \begin{aligned} x_6^* &= r_6 \cos (\delta_6 + \varphi_6^*); \\ y_6^* &= r_6 \sin (\delta_6 + \varphi_6^*); \\ z_6^* &= p_6 \varphi_6^*. \end{aligned} \right\} \quad (180)$$

Уравнение (178) является трансцендентным относительно искомого параметра  $\varphi_6^*$ . На его решении остановимся ниже. Теперь определим координаты профиля затывочного резца. Профиль режущей кромки резца лежит в передней плоскости (проекция  $z$ ) и его координаты  $x_n^*$  и  $y_n^*$  определяются по проекциям  $a$  и  $b$  (см. рис. 71):

$$\left. \begin{aligned} x_n^* &= -\frac{1}{\sin \gamma'} [x_6^* \cos \lambda^* + (l - z_6^*) \sin \lambda^*]; \\ y_n^* &= (l - z_6^*) \cos \lambda^* - x_6^* \sin \lambda^*. \end{aligned} \right\} \quad (181)$$

Профиль задней поверхности резца лежит в плоскости  $NN$ , перпендикулярной к образующим задней поверхности, которые относительно базовых поверхностей резца в общем случае имеют наклон в двух плоскостях: под углом  $\alpha^*$  и углом  $\eta^*$  (см. рис. 71,  $e$ ,  $ж$ ). Координаты  $x_N^*$  и  $y_N^*$  профиля задней поверхности можно определить по проекциям  $a$ ,  $\delta$ ,  $ж$ ,  $з$ ,  $и$ :

$$\left. \begin{aligned} x_N^* &= [(y_6^* - r_{6s}) \cos \alpha^* + x_6^* \sin \alpha^*]; \\ y_N^* &= [x_6^* \cos \alpha^* - (y_6^* - r_{6s}) \sin \alpha^*] \sin \eta' - \\ &\quad - (l - z_6^*) \cos \eta', \end{aligned} \right\} \quad (182)$$

где  $\operatorname{tg} \eta' = \operatorname{tg} \eta^* \cos \alpha^*$ .

Теперь перейдем к вопросу решения трансцендентного уравнения (178). Способ решения уравнения (178) зависит от расстояния  $l$  базовой точки  $S$  резца до плоскости  $x_6 O_6 y_6$ , в которой задан профиль винтовой поверхности. Если точку  $S$  перемещать по винтовой линии, на которой она находится, то она достигнет плоскости  $x_6 O_6 y_6$  тогда, когда радиус-вектор  $r_{6s}$  повернется на угол  $\varphi_{6s}^* = \frac{l}{p_6}$ .

В дальнейшем будем считать, что  $l$  принято таким, при котором  $\varphi_{\delta s}^* = -\delta_{\delta s}$ , где  $\delta_{\delta s}$  — координата  $\delta_{\delta}$  точки  $S_{\delta}$  профиля винтовой поверхности. Таким образом, в данной работе принято, что  $l = -\rho_{\delta} \delta_{\delta s}$ .

Обозначим левую часть уравнения (178) через  $\theta(\varphi_{\delta}^*)$ . Пересечение оси  $\varphi_{\delta}^*$  с кривой графика функции  $\theta(\varphi_{\delta}^*)$  соответствует корню уравнения (178). Для решения уравнения (178) с помощью обычных вычислительных устройств при указанном выше значении  $l$  предлагается использовать один из методов последовательных приближений, в частности, метод касательных (метод Ньютона). По методу касательных значений  $\varphi_{\delta(n+1)}^*$  корня в  $(n+1)$ -м приближении подсчитывается по уравнению

$$\varphi_{\delta(n+1)}^* = \varphi_{\delta n}^* - \frac{\theta(\varphi_{\delta n}^*)}{\theta'(\varphi_{\delta n}^*)}, \quad (183)$$

где  $\theta(\varphi_{\delta n}^*)$  — значение левой стороны уравнения (178) при  $\varphi_{\delta}^* = \varphi_{\delta n}^*$ , т. е.:

$$\theta(\varphi_{\delta n}^*) = \frac{r_{\delta}}{a} \cos(\delta_{\delta} + \varphi_{\delta n}^*) + \frac{r_{\delta}}{b} \sin(\delta_{\delta} + \varphi_{\delta n}^*) + \frac{\rho_{\delta}}{c} \varphi_{\delta n}^* - 1, \quad (184)$$

а  $\theta'(\varphi_{\delta n}^*)$  — значение первой производной функции  $\theta(\varphi_{\delta n}^*)$ , которая определяется при дифференцировании уравнения (184) по параметру  $\varphi_{\delta n}^*$ :

$$\theta'(\varphi_{\delta n}^*) = -\frac{r_{\delta}}{a} \sin(\delta_{\delta} + \varphi_{\delta n}^*) + \frac{r_{\delta}}{b} \cos(\delta_{\delta} + \varphi_{\delta n}^*) + \frac{\rho_{\delta}}{c}. \quad (185)$$

Перед тем, как пользоваться формулой (183), необходимо выбрать значение  $\varphi_{\delta n}^*$ , с которого можно вести приближение к корню уравнения (178). Приближение к корню уравнения (178) будет достаточно быстрым, если принять

$$\varphi_{\delta n}^* = \frac{\pi}{2} - \delta_{\delta}. \quad (186)$$

Все зависимости, необходимые для расчета профиля затыловочного реза для случая, когда задняя поверхность у червячной фрезы винтовая, сведены в табл. 16.

При окончательном оформлении чертежа реза необходимо учесть, что параметры  $\alpha^*$  и  $\gamma^*$  реза рассчитыва-

Зависимости для определения профиля резца  
для затылования червячных фрез (кривая затылования —  
дуга окружности)

Дано: $r_6, \vartheta_6, \xi_6, p_6, r_{6S}, \alpha^*, \eta^*, \nu^*, \lambda^*, \vartheta_{6S}$		
$l = -p_6 \vartheta_{6S}$	$\operatorname{tg} \gamma' = \operatorname{tg} \gamma^* \cos \lambda^*$	$\operatorname{tg} \eta' = \operatorname{tg} \eta^* \cos \alpha^*$
$a = r_{6S} \operatorname{tg} \gamma^* - l \operatorname{tg} \lambda^*$	$b = \frac{a}{\operatorname{tg} \gamma^*}$	$c = -\frac{a}{\operatorname{tg} \lambda^*}$
Координаты режущей кромки резца в системе координат $x_6 y_6 z_6$		
$\frac{r_6}{a} \cos (\vartheta_6 + \varphi_6^*) + \frac{r_6}{b} \sin (\vartheta_6 + \varphi_6^*) + \frac{p_6}{c} \varphi_6^* - 1 = 0$		
$x_6^* = r_6 \cos (\vartheta_6 + \varphi_6^*)$	$y_6^* = r_6 \sin (\vartheta_6 + \varphi_6^*)$	$z_6^* = p_6 \varphi_6^*$
Координаты режущей кромки в передней плоскости резца		
$x_A^* = -\frac{1}{\sin \gamma'} [x_6^* \cos \lambda^* + (l - z_6^*) \sin \lambda^*]$		
$y_A^* = (l - z_6^*) \cos \lambda^* - x_6^* \sin \lambda^*$		
Координаты профиля задней поверхности резца		
$x_N^* = (y_6^* - r_{6S}) \cos \alpha^* + x_6^* \sin \alpha^*$		
$y_N^* = [x_6^* \cos \alpha^* - (y_6^* - r_{6S}) \sin \alpha^*] \sin \eta' - (l - z_6^*) \cos \eta'$		

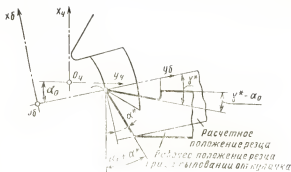


Рис. 72. Расчетное и рабочее положения резца для затылования червячных фрез, если линия затылования — дуга окружности

лись для случая обработки винтовой поверхности с осью  $z_\delta$ , т. е. для случая обработки задней поверхности зубьев фрез или в технологических корпусах, или в рабочих корпусах, когда гребенки обрабатываются на резьбошлифовальных станках. При установке резца на затыловочном станке, где он будет получать движение от затыловочного кулачка, его действительная основная плоскость будет повернута вокруг оси  $z_\delta$  на угол  $\alpha_0$  относительно своего расчетного положения. Поэтому в последнем случае на рабочем чертеже резца наклон передней плоскости резца в радиальной плоскости детали будет определен не углом  $\gamma^*$ , а углом  $\gamma^* - \alpha_0$ , а наклон задней поверхности не углом  $\alpha^*$ , а углом  $\alpha^* + \alpha_0$  (рис. 72).

Задняя поверхность червячной фрезы получена резцом при затыловании от архимедова кулачка. Если режущая кромка червячной фрезы задана координатами  $x_{\text{чл}}, y_{\text{чл}}, z_{\text{чл}}$ , то при затыловании от архимедова кулачка координаты  $x_{\text{л}}^*$  и  $y_{\text{л}}^*$  профиля затыловочного резца в его передней плоскости определяются следующим образом. При затыловании червячных фрез передняя плоскость затыловочного резца обычно имеет только поперечный (под углом  $\lambda^*$ ) наклон относительно основной плоскости резца. Рассмотрим именно этот случай.

Пусть точка  $S$  будет началом координат системы координат  $x_{\text{л}}^* y_{\text{л}}^*$  резца в его передней плоскости. Направим ось  $x_{\text{л}}^*$  так, чтобы она была параллельна оси  $x_\gamma$ , а ось  $y_{\text{л}}^*$  так, чтобы она составляла угол  $\lambda^*$  с осью фре-

зы (см. рис. 70) и направлена в противоположную сторону.

Пусть точка  $S$  при установке резца относительно червячной фрезы является базовой и в исходном для затылования положении она совпадает с выбранной базовой точкой на режущей кромке червячной фрезы. Тогда в системе координат  $x_{чл}y_{чл}z_{чл}$  фрезы она определяется координатами  $x_{чл S}$ ,  $y_{чл S}$ ,  $z_{чл S}$ . Режущая кромка резца лежит на затылованной поверхности. Для исходного положения резца, когда  $\psi_i = 0$ , третья строчка уравнения (174) затылованной поверхности дает

$$z_{чб} = z_{чл} + p_6(\delta_{зат} - \delta_{чл}).$$

С другой стороны, при принятом исходном положении передней плоскости резца по рис. 73 имеем

$$z_{чб} = \frac{y_{чл S} - y_{ч0}}{\operatorname{tg} \lambda^*} + z_{чл S}.$$

Приравнивая последние уравнения, получим следующую зависимость между параметрами  $\delta_{зат}$  и  $y_{ч0}$ , характеризующими исходное положение передней плоскости

$$\delta_{зат} = \frac{y_{чл S} - y_{ч0}}{p_6 \operatorname{tg} \lambda^*} + \frac{z_{чл S} - z_{чл}}{p_6} + \delta_{чл}. \quad (187)$$

При повороте червячной фрезы на угол  $\psi_i^*$  текущая точка режущей кромки фрезы совпадает с соответствующей точкой режущей кромки резца. В этот момент имеет место:  $x_{чл} = x_{чб}$ ,  $y_{чл} = y_{чб}$ . Тогда из двух верхних строчек уравнений (174) следует зависимость (175), а из нижней строчки —  $\psi_i^* = \delta_{чл} - \delta_{зат}$ . Зависимость же (175) дает

$$y_{ч0} = y_{чл} - x_{чл} \operatorname{tg} \psi_i^*. \quad (188)$$

Подставляя это значение  $y_{ч0}$  в уравнение (187), а затем полученное значение в предпоследнее уравнение, приходим к следующей зависимости для определения угла  $\psi_i^*$ :

$$\psi_i^* = \frac{y_{чл} - x_{чл} \operatorname{tg} \psi_i^* - y_{чл S} - (z_{чл S} - z_{чл}) \operatorname{tg} \lambda^*}{p_6 \operatorname{tg} \lambda^*}. \quad (189)$$

Уравнение (189) является трансцендентным относительно искомого параметра  $\psi_i^*$ , но оно довольно просто решается одним из способов последовательного прибли-



Зависимости для определения профиля затыловочного реза  
для затылования червячных фрез с помощью архимедова кулачка

Дана: $p_6, \lambda^*, \alpha^*, \eta^*, a$ и для каждой расчетной точки $x_{чл}, y_{чл}, z_{чл}$
Выбирается базовая точка $S(x_{члS}, y_{члS}, z_{члS})$
Определение координат $x_a^*$ и $y_a^*$ режущей кромки реза в передней плоскости
$\psi_i^* = \frac{y_{чл} - x_{чл} \operatorname{tg} \psi_i^* - y_{члS} - (z_{члS} - z_{чл}) \operatorname{tg} \lambda^*}{p_6 \operatorname{tg} \lambda^*}$
$y_{чл} = y_{чл} - x_{чл} \operatorname{tg} \psi_i^*$
$c = \frac{x_{чл} + y_{чл} \sin \psi_i^*}{\cos \psi_i^*} - a \psi_i^*$
$x_a^* = c - x_{члS}$
$y_a^* = \frac{y_{члS} - y_{чл}}{\sin \lambda^*}$
Определение координат $x_N^*$ и $y_N^*$ задней поверхности реза в нормальной плоскости
$\operatorname{tg} \eta' = \operatorname{tg} \eta^* \cos \alpha^*$
$x_N^* = x_a^* \cos \alpha^* - y_a^* \sin \lambda^* \sin \alpha^*$
$y_N^* = -y_a^* \cos \lambda^* \cos \eta' - (y_a^* \sin \lambda^* \cos \alpha^* + x_a^* \sin \alpha^*) \sin \eta'$

жения. После определения параметра  $\psi_i^*$ , по формуле (188) определяется величина  $y_{q0}$ , по формуле (176) величина  $c$ . Координата  $x_{q1}^*$  затыловочного реза определяется по формуле  $x_{q1}^* = c - x_{q1}$ . Координата  $y_{q1}^*$  — из рис. 55

$$y_{q1}^* = \frac{y_{q1} - y_{q0}}{\sin \lambda^*}.$$

Все расчетные зависимости для определения координат  $x_{q1}^*$  и  $y_{q1}^*$  режущей кромки затыловочного реза, осуществляющего затылование червячной фрезы от архимедова кулачка, сведены в табл. 17. В этой же таблице помещены и формулы для расчета координат  $x_N^*$  и  $y_N^*$  профиля задней поверхности реза при том же расположении системы координат  $x_N^*Sy_N^*$  и значении параметров  $\alpha^*$  и  $\eta^*$ , что и на рис. 72.

### Определение профиля шлифовальных кругов для затылования червячных фасонных фрез

Если задняя поверхность червячной фрезы выполняется винтовой, то расчет профиля шлифовального круга для затылования осуществляется так же, как и расчет лисбого дискового инструмента для обработки заданной винтовой поверхности. Для этого сначала по формуле (160) определяется значение винтового параметра  $\rho_b$  и по табл. 15 для каждой расчетной точки торцового профиля боковой поверхности зубьев червячной фрезы — значения параметров  $r_b, \delta_b, \xi_b$  ( $r, \delta, \xi$ ); затем назначаются значения параметров  $m, \epsilon, \psi$  установки шлифовального круга (дискового инструмента) и по формулам табл. 1 подсчитываются значения координат  $R_{ш}$  и  $z_{ш}$ , а также параметра  $\sigma_{ш}$  ( $R_{ш}, z_{ш}, \sigma_{ш}$ ). (Заметим, что индекс б, который введен для параметров винтовой боковой затылованной поверхности червячной фрезы и индекс ш для шлифовального круга, являющегося инструментом второго порядка, в зависимостях табл. 1 отсутствуют и поэтому параметры табл. 1, соответствующие параметрам с индексом б и ш указаны в скобках).

При затыловании червячной фрезы шлифовальным кругом от архимедова кулачка расчет профиля шлифовального круга осуществляется из условия получения точной формы режущей кромки у новой червячной фрезы.

Режущая кромка ( $x_{q1}, y_{q1}, z_{q1}$ ) червячной фрезы лежит на поверхности, определяемой системой уравнений

Зависимости для определения профиля шлифовального круга для затылования червячных фрез с помощью архимедова кулачка

Дано: $p_6, a, m, \varepsilon, \psi$ и для каждой расчетной точки режущей кромки червячной фрезы $x_{чл}, y_{чл}, z_{чл}$
$\operatorname{tg} \delta_{чл} = \frac{y_{чл}}{x_{чл}}$
$r_{чл} = \frac{x_{чл}}{\cos \delta_{чл}}$
$[r_{чл} \cos \mu_i - m + a (\delta_{чл} - \psi - \mu_i)] (r_{чл} \sin \mu_i + a) - [(z_{чл} - p_6 (\delta_{чл} - \psi - \mu_i)) \sin \varepsilon + r_{чл} \sin \mu_i \cos \varepsilon] \times \\ \times (r_{чл} \cos \mu_i \cos \varepsilon - p_6 \sin \varepsilon) = 0$
$\psi_i = \delta_{чл} - \psi - \mu_i$
$x_{ш} = r_{чл} \cos \mu_i - m + a \psi_i$
$y_{ш} = -[(z_{чл} - p_6 \psi_i) \sin \varepsilon + r_{чл} \sin \mu_i \cos \varepsilon]$
$z_{ш} = (z_{чл} - p_6 \psi_i) \cos \varepsilon - r_{чл} \sin \mu_i \sin \varepsilon$
$R_{ш} = \sqrt{x_{ш}^2 + y_{ш}^2}$

(171) и (172). Подставляя в уравнение (172) вместо координат  $x_{ч}, y_{ч}, z_{ч}$  значения  $x_{чл}, y_{чл}, z_{чл}$  координат точек режущей кромки, величину  $a$ , значение винтового параметра  $p_6$ , а также принятые значения параметров  $m, \varepsilon, \psi$  установки шлифовального круга относительно червячной фрезы, можем для каждой точки ( $x_{чл}, y_{чл}, z_{чл}$ ) режущей кромки определить значения параметра  $\psi_i$ . Подставляя далее полученные значения  $\psi_i$  и соответствующие значения  $x_{чл}, y_{чл}, z_{чл}, p_6, a$  в уравнения (170) и

(169), определим координаты  $R_{ш}$  и  $z_{ш}$  профиля шлифовального круга.

Для удобства расчета преобразуем полученные таким образом уравнения с помощью зависимостей

$$x_{чл} = r_{чл} \cos \delta_{чл}; \quad y_{чл} = r_{чл} \sin \delta_{чл},$$

взятых из формул табл. 14, и обозначим

$$\mu_i = \delta_{чл} - \phi - \phi_i.$$

После преобразований придем к расчетным формулам, сведенным в табл. 18. Третье уравнение табл. 18 является трансцендентным. При ведении расчетов на обычных счетных устройствах предполагается, что оно будет решаться одним из методов последовательного приближения. При ведении расчетов на ЭВМ это уравнение решается общим методом решения трансцендентных уравнений, применяемым в настоящей работе (см. стр. 62).

#### **Замена теоретических поверхностей режущей части инструмента технологически удобными поверхностями**

В процессе проектирования и производства режущего инструмента часто возникает необходимость замены (аппроксимации) теоретических произвольных поверхностей, а также поверхностей режущей части инструмента технологически удобными поверхностями.

Технологически удобными поверхностями являются те, которые осуществляются при простых (прямолинейное, вращательное и винтовое) движениях инструмента второго порядка, хотя геометрически они могут быть не простыми, а даже более сложными, чем аппроксимируемые поверхности. Аппроксимация осуществляется также для получения простых движений: алмаза (или других правящих средств) при правке шлифовального круга; шлифовального круга при изготовлении шаблонов; накопника измерительного прибора при измерении аппроксимируемой поверхности и т. д.

Из изложенного ранее материала известно, что передние поверхности зубьев режущего инструмента относятся к группе поверхностей, допускающих движение «самых по себе». У большинства инструментов и задние поверхности являются поверхностями этой группы. И только у небольшой части инструментов задние по-

## Заменяющие кривые и их характеристики

Наименование кривой	Характеристики кривой	Область применения
Прямая линия	Легко осуществимая линия; кривизна постоянная и равна нулю	Используется для замены кривых малой кривизны
Окружность	Относительно легко осуществимая кривая; кривизна постоянная, но изменяемая с изменением радиуса окружности	Используется для замены кривых с любой, но мало изменяемой кривизной
Эвольвента окружности	Относительно легко осуществимая кривая; кривизна непрерывно изменяется от 0 до $\infty$ ; интенсивность изменения меняется от размера основной окружности	Используется независимо редко для замены кривых с любой равномерно изменяющейся кривизной
Архимедова спираль	Легко осуществимая кривая; кривизна непрерывно изменяется от конечной величины $k = \frac{r}{a}$ , где $a$ — параметр спирали, до нуля	Используется для инструмента с заточенными зубьями
Циклоидальные кривые: циклоида, эпициклоида, гипоциклоида (нормальные, укороченные и удлиненные)	Относительно легко осуществимые кривые; кривизна изменяется от конечной величины минимальной до конечной максимальной	Не используются



Погрешности  $\Delta_1, \Delta_2$  определяются по нормальям к профилю инструмента в крайних его точках  $A$  и  $C$  (рис. 73). Искомая точка  $B$  профиля инструмента представляет ту точку, через которую касательно к профилю инструмента проходит заменяющая прямая. Координаты точки  $B$  определяются следующим образом.

Задана кривая профиля инструмента в виде функции  $y=f(x)$ . Спределяем координаты прямой, проходящей через точки  $D_1, E_1$ , отстоящие от заданных точек  $A, C$  на расстоянии  $\Delta$  по нормальям к кривой профиля инструмента в этих точках:

$$y_{D1} = y_A - \Delta \cos \sigma_A; \quad x_{D1} = x_A + \Delta \sin \sigma_A;$$

$$y_{E1} = y_C - \Delta \cos \sigma_C; \quad x_{E1} = x_C + \Delta \sin \sigma_C.$$

Определяем угол наклона заменяющей прямой:

$$\operatorname{tg} \sigma_B = \frac{x_{E1} - x_{D1}}{y_{E1} - y_{D1}}.$$

Координаты искомой точки  $B$  определяем из условия, что первая производная от функции, определяющей теоретический профиль инструмента, должна быть равна тангенсу угла наклона касательной:

$$y_B = f(x_B); \quad \frac{dx_B}{dy_B} = \operatorname{tg} \sigma_B.$$

Решая совместно последние уравнения, получим искомые координаты точки  $B$ . Определяем расстояние  $BB_1$  (см. рис. 73):

$$x_F = x_B - (y_B - y_{D1}) \cos \sigma_B; \quad D_1F = x_{D1} - x_F;$$

$$BB_1 = D_1F \sin \sigma_B.$$

Если  $BB_1 \geq 0$ , то задача отыскания точки касания прямой к кривой теоретического профиля инструмента решена с удовлетворением наложенных условий (190). В противном случае необходимо изменять (сближать) положение крайних точек  $A, C$ , заменяемой кривой.

Для третьего случая, когда отрезок прямой используется при продолжении профилирующего участка профиля инструмента в его крайних точках, положение его определяется этими точками и касательными в них.

**Заменяющая линия — окружность.** Определение параметров заменяющей окружности осуществляли многие авторы, но наиболее точное решение предложено в ра-

боте [7] применительно к замене теоретического профиля червячных шлицевых фрез.

В общем виде решение этой задачи можно представить следующим образом. Согласно теореме П. Л. Чебышева при наилучшем приближении отклонения  $|\Delta|$  должны достигать своего максимума на участке приближения  $(n+2)$  раз ( $n$  — порядок заменяющей кривой), последовательно меняя знак отклонения. На этом основании приходим к заключению, что при замене кривой окружностью ( $n=2$ ) погрешность замены достигает максимума четыре раза ( $n+2=4$ ).

Рассмотрим случай аппроксимации плоской кривой, заданной в параметрической форме, т. е.  $x=x(\alpha)$ ;  $y=y(\alpha)$ , где  $\alpha$  — угловой параметр.

Задан отрезок кривой, подлежащей замене, т. е. заданы начальная точка  $A_n$  и конечная точка  $A_k$  отрезка. Требуется определить оптимальную заменяющую окружность, т. е. абсциссу  $y_0$  центра окружности, ординату  $x_0$  центра окружности,  $\varrho_0$  — радиус окружности, максимальную погрешность  $\Delta_{\max}$  замены (рис. 74).

Значение погрешности замены определяется вдоль радиуса заменяющей окружности. Если расстояние от центра окружности до точки заменяемой кривой

$$\varrho = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} = \varrho(\alpha),$$

то

$$\Delta = \varrho - \varrho_0 = \Delta(\alpha).$$

Учитывая положение, вытекающее из теоремы П. Л. Чебышева, получим четыре точки на заменяемой кривой ( $A_n, A_{1,2}, A_{2,3}, A_k$ ), в которых погрешность замены достигнет максимального значения. При этом

$$\varrho_{2,3} = \varrho_n; \quad (191)$$

$$\varrho_{1,2} = \varrho_k; \quad (192)$$

$$\left(\frac{d\Delta}{d\alpha}\right)_{A_{1,2}} = 0; \quad (193)$$

$$\left(\frac{d\Delta}{d\alpha}\right)_{A_{2,3}} = 0. \quad (194)$$

Кроме приведенных уравнений, значения  $\varrho_0$  и  $\Delta_{\max}$  определяются по формулам

$$\varrho_0 = \frac{\varrho(\alpha_n) + \varrho(\alpha_k)}{2}; \quad (195)$$

$$\Delta = \left| \frac{\varrho(\alpha_k) - \varrho(\alpha_n)}{2} \right|. \quad (196)$$



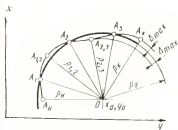


Рис. 74. Схема для расчета параметров при замене отрезка плоской кривой дугой окружности с максимальным приближением

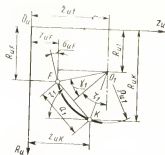


Рис. 75. Схема замены отрезка плоской кривой дугой окружности, построенной по координатам двух точек кривой и касательной в одной из них

Решая совместно уравнения (191) — (196), получим искомые значения  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $q_0$ ,  $\Delta_{\max}$ .

Дугой окружности можно заменить теоретический профиль инструмента также по координатам двух точек и углу  $\sigma$  наклона касательной к профилю в одной из них. Схема расчета в данном случае будет следующей.

Пусть надо провести дугу окружности через точки  $F(R_{uF}, z_{uF})$  и  $K(R_{uK}, z_{uK})$ ; в точке  $F$  известен угол  $\sigma_F$  наклона касательной к теоретическому профилю (рис. 75). Сначала определяем угол  $\zeta_1$  наклона хорды, проведенной через заданные точки:

$$\operatorname{tg} \zeta_1 = \frac{R_{uK} - R_{uF}}{z_{uK} - z_{uF}},$$

затем — длина  $a_1$  этой хорды:

$$a_1 = \frac{R_{uK} - R_{uF}}{\sin \zeta_1},$$

далее — угол  $\gamma_1$ , являющийся половиной центрального угла, стягиваемого хордой:

$$\gamma_1 = \frac{\pi}{2} - \zeta - \sigma_F$$

и, наконец, радиус  $q_{u1}$  заменяющей окружности

$$q_{u1} = \frac{a_1}{2 \sin \gamma_1}. \quad (197)$$

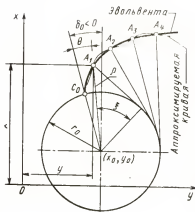


Рис. 76. Схема замены отрезка плоской кривой отрезком эвольвенты

Координаты  $R_{н1}$  и  $z_{н1}$  центра  $O_1$  дуги определяется так:

$$\left. \begin{aligned} R_{н1} &= R_n^* F - \varrho_{н1} \sin \sigma_{нF}; \\ z_{н1} &= z_F + \varrho_{н1} \cos \sigma_{нF}. \end{aligned} \right\} \quad (198)$$

В зависимости от расположения расчетных точек на теоретическом профиле инструмента, задания угла  $\sigma$  в той или иной точке и его знака вид расчетных формул в каждом конкретном случае замены теоретического профиля может несколько меняться. Поэтому, поль-

зуясь указанной схемой, нужно выводить подробные расчетные зависимости для каждого типового случая обработки поверхности детали.

Двумя (или несколькими) дугами окружностей участок профиля инструмента заменяется следующим образом: радиус  $\varrho_{н1}$  и координаты  $R_{н1}$  и  $z_{н1}$  первой дуги определяются по указанным выше формулам; каждая последующая дуга строится по двум точкам и положению касательной в точке сопряжения дуг. Для проверки точности замены в наиболее ответственных местах профиля инструмента подсчитывают координаты  $R_{нi}$  и  $z_{нi}$  контрольных расчетных точек и затем определяют расстояние  $\Delta \varrho_{нi}$  дуги заменяющей окружности от этих точек. При получении величины погрешности, превышающей допустимую, производят новый расчет, изменив положение расчетных точек или способ замены.

**Заменяющая линия — эвольвента окружности.** При решении задачи замены отрезка заданной кривой (плоской) эвольвентой окружности, необходимо определить:  $x_0, y_0$  — координаты центра основной окружности заменяющей эвольвенты;  $r_0$  — радиус основной окружности; угол  $\delta_0$ , характеризующий начальную точку эвольвенты, т. е. точку, лежащую на основной окружности (рис. 76).

При параметрическом задании эвольвенты окружности в полярной системе координат формулы имеют вид:

$$\varrho = \frac{r_0}{\cos \xi}; \quad \theta = \operatorname{tg} \xi - \xi = \operatorname{Inv} \xi.$$

В прямоугольной системе координат

$$x = x_0 + \varrho \cos (\delta_0 + \theta); \quad y = y_0 + \varrho \sin (\delta_0 + \theta).$$

Для нахождения неизвестных параметров заменяющей эвольвенты необходимо на заменяемой кривой иметь четыре заданных точки ( $A_1, A_2, A_3, A_4$ ). Тогда всего неизвестных будет восемь:  $x_0, y_0, r_0, \delta_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ . Для их определения используется следующая система из восьми трансцендентных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_0 + \frac{r_0}{\cos \xi_1} \cos (\delta_0 + \theta_1); \\ y_1 &= y_0 + \frac{r_0}{\cos \xi_1} \sin (\delta_0 + \theta_1); \\ &\vdots \\ x_4 &= x_0 + \frac{r_0}{\cos \xi_4} \cos (\delta_0 + \theta_4); \\ y_4 &= y_0 + \frac{r_0}{\cos \xi_4} \sin (\delta_0 + \theta_4). \end{aligned} \right\} \quad (199)$$

Решить приведенную систему нелинейных (трансцендентных) уравнений в явном виде нельзя и приходится использовать приемы приближенного (с любой необходимой точностью) вычисления с помощью методов, разработанных в вычислительной математике.

В качестве таких приемов используется метод Ньютона и метод итерации. Однако в любом случае при ручном счете оба метода очень трудоемки для решения нашей задачи. Это является также причиной, мешающей использованию замены заданной кривой эвольвентой окружности. При использовании современных ЭВМ, задача легко решается, если иметь отлаженную стандартную программу, основанную на решении систем нелинейных уравнений с помощью одного из методов их приближенного решения.

**Заменяющая линия — архимедова спираль.** Определение параметров заменяющей кривой в данном случае осуществляется аналогично тому, как это изложено в

предшествующем случае. Уравнение архимедовой спирали в прямоугольной системе координат имеет вид (рис. 77)

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + a\theta \cos(\delta_0 + \theta); \\ y &= y_0 + a\theta \sin(\delta_0 + \theta). \end{aligned} \right\} \quad (200)$$

Подставив в формулы (200) координаты точек  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  и  $A_4$ , получим систему нелинейных (трансцендентных) уравнений, дающую возможность определить искомые параметры заменяющей архимедовой спирали  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $a$ ,  $\delta_0$ :

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_0 + a\theta_1 \cos(\delta_0 + \theta_1); \\ y_1 &= y_0 + a\theta_1 \sin(\delta_0 + \theta_1); \\ &\vdots \\ x_4 &= x_0 + a\theta_4 \cos(\delta_0 + \theta_4); \\ y_4 &= y_0 + a\theta_4 \sin(\delta_0 + \theta_4). \end{aligned} \right\} \quad (201)$$

Все, что сказано о решении такой системы уравнений выше, относится и к данной системе уравнений.

**Заменяющая линия — циклоидальная кривая.** К циклоидальным кривым относятся: собственно циклоида (в том числе укороченная и удлиненная), эпициклоида и ее частный случай — кардиоида и гипоциклоида. Циклоидальные кривые обладают рядом замечательных свойств и давно стали использоваться в технике. Они могут быть с успехом использованы для замены теоретической кривой, так как практически легко осуществимы.

В системе координат  $x'O'y'$  уравнения, определяющие циклоиду, имеют вид (рис. 78)

$$x' = r_0 - a \cos \alpha; \quad y' = r_0 \alpha - a \sin \alpha,$$

где  $r_0$  — радиус производящего круга, катящегося по оси абсцисс  $O'y'$ ;  $a$  — расстояние производящей точки от центра круга;  $\alpha$  — угловой параметр, определяющий поворот производящего круга.

При  $a < r_0$  циклоида называется укороченной, при  $a > r_0$  — удлиненной; при  $a = r_0$  — обычной.

Уравнения, определяющие эпициклоиды, имеют вид

$$\begin{aligned} x' &= (r_0 + r_1) \cos \frac{r_0}{r_1} \alpha - a \cos \left( \frac{r_0 + r_1}{r_1} \alpha \right); \\ y' &= (r_0 + r_1) \sin \frac{r_0}{r_1} \alpha - a \sin \left( \frac{r_0 + r_1}{r_1} \alpha \right), \end{aligned}$$

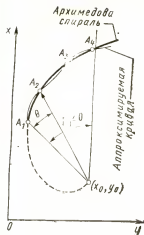


Рис. 77. Схема замены отрезка плоской кривой отрезком архимедовой спирали

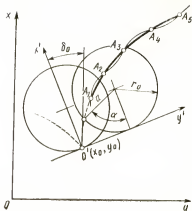


Рис. 78. Схема замены отрезка плоской кривой циклоидальными кривыми

где  $a$  — расстояние производящей точки от центра круга радиуса  $r_0$ , катящегося без скольжения по окружности радиуса  $r_1$  и находящегося вне окружности.

Уравнения, определяющие эпициклоиду, имеют вид —

$$x' = (r_1 - r_0) \cos \frac{r_0}{r} \alpha + a \cos \left( \frac{r_0 + r_1}{r_1} \alpha \right);$$

$$y' = (r_1 - r_0) \sin \frac{r_0}{r} \alpha + a \sin \left( \frac{r_0 + r_1}{r_1} \alpha \right).$$

В системе координат  $xOy$  уравнения приведенных кривых определяются с помощью формул перехода

$$x = x_0 - y' \sin \delta_0 + x' \cos \delta_0;$$

$$y = y_0 + y' \cos \delta_0 + x' \sin \delta_0'.$$

Например, уравнения, определяющие обычную циклоиду в системе координат  $xOy$ , будут иметь вид

$$x = x_0 - r_0 (\alpha \sin \delta_0 - \cos \delta_0) - a \cos (\alpha + \delta_0);$$

$$y = y_0 + r_0 (\alpha \cos \delta_0 + \sin \delta_0) - a \sin (\alpha + \delta_0).$$

Для нахождения циклоидальной заменяющей кривой необходимо определить значения  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $r_0$ ,  $\delta_0$ ,  $a$ . Это осу-

ществляется заданием пяти точек  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  (см. рис. 78) на заменяемой кривой. Искомые параметры заменяющей кривой определяются из системы, состоящей из десяти нелинейных (трансцендентных) уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_0 - r_0(\alpha_1 \sin \delta_0 - \cos \delta_0) - a \cos(\alpha_1 + \delta_0); \\ y_1 &= y_0 + r_0(\alpha_1 \cos \delta_0 + \sin \delta_0) - a \sin(\alpha_1 + \delta_0); \\ &\vdots \\ x_5 &= x_0 - r_0(\alpha_5 \sin \delta_0 - \cos \delta_0) - a \cos(\alpha_5 + \delta_0); \\ y_5 &= y_0 + r_0(\alpha_5 \cos \delta_0 + \sin \delta_0) - a \sin(\alpha_5 + \delta_0). \end{aligned} \right\} \quad (202)$$

Решение этой системы уравнений осуществляется методами, указанными выше.

Рассмотрена аппроксимация технологически удобными кривыми плоских кривых (профилей). Для винтовых поверхностей, поверхностей вращения и цилиндрических поверхностей, используя их свойство допускать движение «самых по себе», точность аппроксимации их профилей можно повысить путем изменения положения плоскости, в которой осуществляется аппроксимация, по

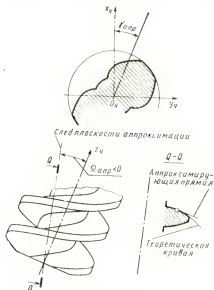


Рис. 79. Параметры положения аппроксимирующей плоскости

отношению к плоскости, в которой задан профиль аппроксимируемой поверхности.

Пусть, например, для винтовой поверхности профиль задается в ее торцовой плоскости, а плоскость, в которой происходит аппроксимация наклона к оси  $x_q$  (в плоскости  $x_q O_q y_q$ ) под углом  $\gamma_{\text{апр}}$ , а к оси  $z_q$  под углом  $\Omega_{\text{апр}}$  (рис. 79). Изменением углов  $\gamma_{\text{апр}}$  и  $\Omega_{\text{апр}}$  можем изменять положение плоскости аппроксимации и, следовательно, форму кривой, подлежащей аппроксимации. Пересчет координат заданного профиля винтовой поверхности в плоскость аппроксимации осуществляется по формулам (142), (145) и (154), если в них положить  $\xi_0 = \Omega = \Omega_{\text{апр}}$  и  $\xi_x = \gamma_x = \gamma_{\text{апр}}$ . Пересчет координат заданного профиля поверхности вращения в плоскость аппроксимации осуществляется при тех же условиях по формулам (157) и (158).

## Глава X

### ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ЗАДНИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ У ЧЕРВЯЧНЫХ ФРЕЗ ДЛЯ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Теоретически точная задняя боковая поверхность зубьев червячной фрезы, предназначенной для нарезания эвольвентных зубчатых колес, затылованная с помощью кулачка, очерченного по архимедовой спирали, является винтовой нелинейчатой поверхностью. Получение такой поверхности резцом или шлифовальным кругом возможно только при осевом затыловании червячной фрезы. Однако все существующие в настоящее время затыловочные станки предназначены для радиального и углового (косого) затылования червячных фрез. Поэтому форма боковых поверхностей зубьев червячных фрез, затылуемых на этих станках, отличается от теоретически точной формы, причем степень приближения полученной поверхности к теоретически точной зависит как от параметров червячной фрезы, так и от формы и установки затылующего инструмента.

В настоящей работе изложен метод расчета параметров формы и установки резцов и шлифовальных кругов, обеспечивающий при осевом затыловании максимальное приближение получаемой боковой поверхности зубьев червячных зуборезных фрез к теоретически точной.

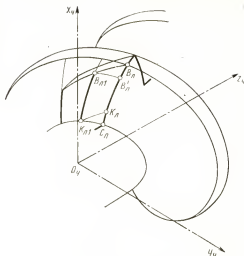
### Форма теоретически точной задней боковой затылованной поверхности червячной фрезы

Для эвольвентных зубчатых колес основной червяк червячной фрезы является эвольвентным. Профиль его боковой поверхности в системе координат  $x_{\text{ч}}O_{\text{ч}}y_{\text{ч}}$  представляет собой эвольвенту (см. рис. 45). Характерной чертой эвольвентного червяка является то, что при изменении радиуса  $r_{\text{чн}}$  начального цилиндра сопряжение его боковой винтовой поверхности с прямобочной рейкой сохраняется. Поэтому режущая кромка червячной фрезы, как линия пересечения боковой поверхности эвольвентного червяка с передней поверхностью и для новой  $B_{\text{д}}C_{\text{д}}$  и для переточенной  $B_{\text{д1}}C_{\text{д1}}$  фрезы будет лежать на боковой поверхности одного и того же эвольвентного червяка (рис. 83), причем режущая кромка переточенной фрезы будет являться частью  $B_{\text{д}}'C$  режущей кромки новой фрезы (хотя режущая кромка новой фрезы в процессе работы будет использована только на длине  $B_{\text{д}}K_{\text{д}}$ ). Это обстоятельство позволяет боковую заднюю поверхность червячной фрезы выполнить как винтовую поверхность, проходящую через режущую кромку  $B_{\text{д}}C_{\text{д}}$  и имеющую в качестве своей оси ось  $z_{\text{ч}}$  основного червяка. Винтовой параметр  $p_{\text{б}}$  такой поверхности должен отличаться от винтового параметра  $p_{\text{ч}}$  на величину, обеспечивающую получение необходимых для работы задних углов на боковых режущих кромках фрезы. При такой конструкции боковых задних поверхностей затылование боковых сторон зубьев фрезы должно быть осевым, а затылование вершины зубьев — радиальным.

Определим профиль и винтовой параметр боковой задней поверхности червячной фрезы. Для определения теоретически точной боковой затылованной поверхности зуба червячной фрезы у эвольвентных зубчатых колес должны быть известны параметры прямобочной инструментальной рейки (см. рис. 43): модуль  $m_{\text{н}}$ , профильный угол  $\alpha_{\text{р}}$ , толщина зуба  $s_{\text{р}}$ , высота головки  $h_{\text{р}}'$ , высота ножки  $h_{\text{р}}''$  и параметры червячной фрезы: радиус  $r_{\text{чн}}$  начального (делительного) цилиндра, число  $Z_{\text{ч}}$  заходов, число  $Z_{\text{ф}}$  стружечных канавок, передний угол  $\gamma_{\text{чс}}$ , винтовой параметр  $p_{\text{к}}$  стружечных канавок, величина  $k$  радиального падения кулачка для затылования вершины фрезы.



Рис. 80. Положение режущей кромки у новой и переточенной червячной фрезы для обработки эвольвенты зубчатых колес



Постоянные параметры  $\lambda_n$  и  $p_q$  основного эвольвентного червяка определяются по формулам

$$\sin \lambda_n = \frac{m_n Z_q}{2r_{qn}}; \quad p_q = r_{qn} \operatorname{tg} \lambda_n.$$

Профиль винтовой поверхности основного эвольвентного червяка в торцовой плоскости  $x_q O_q y_q$  характеризуется параметрами  $r_q$ ,  $\delta_q$ ,  $\xi_q$ , связь между которыми определяется уравнениями (128) и (129). Профиль передней винтовой поверхности зуба червячной фрезы в торцовой плоскости характеризуется параметрами  $r_q$ ,  $\delta_k$ ,  $\xi_k$ , связь между которыми устанавливается формулами (149).

Боковая теоретически точная затылованная поверхность червячной фрезы как винтовая поверхность характеризуется параметрами  $r_q$ ,  $\delta_b$ ,  $\xi_b$ ,  $p_b$ . Связь между винтовым параметром  $p_b$  боковой затылованной поверхности эвольвентной червячной фрезы и величиной  $k$  радиального падения архимедова кулачка при затыловании вершины зуба червячной фрезы устанавливается следующей зависимостью [11]:

$$p_b = p_q \pm \frac{k_0 Z_\Phi}{2\pi}, \quad (203)$$

где

$$k_0 = \frac{\rho_q + \rho_k}{\rho_k} \cdot k \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\cos \lambda_n}$$

(знак плюс относится к правой стороне зуба фрезы, а минус — к левой). Подсчитанное значение  $k_0$  можно округлять, а также значительно корректировать, однако в дальнейшем расчете должно участвовать принятое значение  $k_0$ .

Уравнения боковой затылованной винтовой поверхности в системе координат  $x_q y_q z_q$  будут иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} x_{qb} &= r_q \cos(\delta_6 + \varphi_6); \\ y_{qb} &= r_q \sin(\delta_6 + \varphi_6); \\ z_{qb} &= p_6 \varphi_6. \end{aligned} \right\} \quad (204)$$

Координаты  $x_{ql}, y_{ql}, z_{ql}$  режущей кромки фрезы в той же системе координат  $x_q y_q z_q$  определяются уравнениями (142). Режущая кромка фрезы лежит на боковой затылованной поверхности, поэтому ее координаты должны удовлетворять последним уравнениям. Приравнивая соответственно координаты  $x_{ql}, y_{ql}, z_{ql}$  из уравнений (142) и координаты  $x_{qb}, y_{qb}, z_{qb}$  из уравнений (204) и решая полученные зависимости относительно  $\delta_6$  путем исключения параметра  $\varphi_6$ , получим следующую зависимость для определения параметра торцового профиля боковой затылованной поверхности червячной фрезы:

$$\delta_6 = \delta_q + c(\delta_k - \delta_q), \quad (205)$$

где

$$c = \frac{1 - \frac{\rho_q}{\rho_6}}{1 + \frac{\rho_q}{\rho_k}}.$$

Для кривой  $B_6 C_6$ , заданной в полярных координатах  $r_q, \delta_q$ , угол  $\xi_6$  между касательной и линией радиуса (угол давления) (рис. 81) определяется по уравнению

$$\operatorname{tg} \xi_6 = r_6 \frac{d\delta_6}{dr_q}.$$

Для определения производной  $\frac{d\delta_6}{dr_q}$  надо продифференцировать уравнения (204) по параметру  $r_q$ . Но в

Зависимости для определения координат  $x_{чл}, y_{чл}, z_{чл}$  режущей кромки и параметров  $r_6, \delta_6, \xi_6$  торцового профиля боковой затылованной поверхности червячных фрез для эвольвентных зубчатых колес

Дана: $m_n, \alpha_p, S_p, r_{qe}, r_{qn}, z_q, Z_\phi, \gamma_{qe}, p_k, k$ . Расчетные точки задаются значениями радиуса $r_q$			
Постоянные величины для всех расчетных точек			
$\sin \lambda_n = \frac{m_n z_q}{2r_{qn}}$	$\operatorname{tg} \tau_q = \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\sin \lambda_n}$	$p_6 = p_q \pm \frac{k_0 Z_\phi}{2\pi}$	
$p_q = r_{qn} \operatorname{tg} \lambda_n$	$\delta_{0q} = \frac{S_p}{2r_{qn} \sin \lambda_n} - \tau_q + \operatorname{tg} \tau_q$	$c = \frac{1 - \frac{p_q}{p_6}}{1 + \frac{p_q}{p_k}}$	
$r_{q0} = r \frac{\cos \alpha_p}{\sin \lambda_n}$	$k_0 = \frac{p_q + p_k}{p_k} k \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\cos \lambda_n}$		
Параметры $\delta_q, \xi_q$ основного червяка			
$\cos \xi_q = \frac{r_{q0}}{r_q}$	$\delta_q = \delta_{0q} + \operatorname{tg} \xi_q - \xi_q$		
Параметры $\delta_k, \xi_k$ стружечной канавки			
$\sin \xi_k = \frac{r_{qe} \sin \gamma_{qe}}{r_q}$	$\delta_k = \gamma_{qe} - \xi_k$		
Координаты $x_{чл}, y_{чл}, z_{чл}$ режущей кромки			
$\varphi_{чл} = \frac{\delta_k - \delta_q}{1 + \frac{p_q}{p_k}}$	$x_{чл} = r_q \cos (\delta_q + \varphi_{чл})$	$y_{чл} = r_q \sin (\delta_q + \varphi_{чл})$	$z_{чл} = p_q \varphi_{чл}$
Параметры $\delta_6, \xi_6$ боковой затылованной поверхности			
$\delta_6 = \delta_q + c (\delta_k - \delta_q)$	$\operatorname{tg} \xi_6 = (1 - c) \operatorname{tg} \xi_q + c \operatorname{tg} \xi_k$		
Координата $z_{ч6}$ боковой затылованной поверхности			
$z_{ч6} = -p_6 \delta_6$			

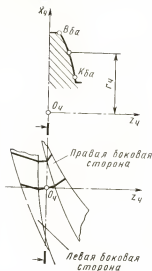
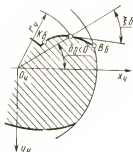


Рис. 81. Параметры зад-  
ней боковой поверхности  
червячной фрезы для  
эвольвентных зубчатых  
колес, затылованной от  
архимедова кулачка



уравнение (204) входит угол  $\delta_q$ , который определяется уравнениями (128), и угол  $\delta_k$ , который определяется уравнениями (145). Поэтому при определении производной  $\frac{d\delta_{\delta}}{dr_q}$  надо также пролифференцировать и уравнения

(128) и (149). Найдя производную  $\frac{d\delta_{\delta}}{dr_q}$  и подставляя ее

в последнюю формулу, получим следующую зависимость для определения параметра  $\xi_{\delta}$  торцового профиля боковой затылованной поверхности:

$$\operatorname{tg} \xi_{\delta} = (1 - c) \operatorname{tg} \xi_q + c \operatorname{tg} \xi_k. \quad (206)$$

Севой профиль боковой затылованной поверхности червячной фрезы определяется координатами  $r_q = r_{\delta}$  и  $z_{\delta}$ . Координата  $z_{\delta}$  подсчитывается по формуле  $z_{\delta} = -p_{\delta} \delta_{\delta}$ .

Все зависимости для расчета параметров  $r_{\delta}$ ,  $\delta_{\delta}$ ,  $\xi_{\delta}$  профиля боковых затылованных поверхностей у червячных фрез для эвольвентных зубчатых колес, включая и формулы (128) и (129), сведены в табл. 20.

### Расчет параметров установки резцов для затылования червячных фрез

При затыловании червячной фрезы резцом замена осевого затылования радиальным возможна при усло-

Рис. 82. Направление и плоскость затылования червячной фрезы резцом

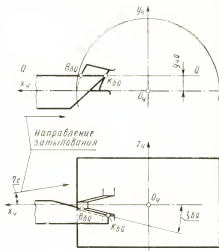
вин, что режущая кромка резца имеет прямолинейную форму и перемещается в плоскости  $QQ$ , параллельной оси червячной фрезы [плоскость  $QQ$  будем называть плоскостью затылования] (рис. 82). В этом случае радиальное перемещение  $k$  резца является геометрической

суммой перемещения  $k_0$  вдоль оси фрезы (необходимого для осевого затылования) и перемещение  $k_L$  вдоль режущей кромки резца (рис. 83, а). Последнее на условия формообразования боковой затылованной поверхности зуба фрезы, естественно, никакого влияния не оказывает.

При радиальном затыловании (рис. 83, а)

$$k_0 = -k \operatorname{tg} \xi_{\delta Q}, \quad (207)$$

т. е. осевое перемещение  $k_0$  затыловочного резца, необходимое для образования винтовой боковой поверхности червячной фрезы, зависит от величины  $k$  падения затыловочного архимедова кулачка, управляющего суппортом станка, и величины угла  $\xi_{\delta Q}$  между режущей кромкой резца и торцевой плоскостью фрезы (в плоскости  $QQ$ ). Однако величины  $k$  и  $k_0$  определяются при конструировании червячной фрезы, исходя из необходимости получения достаточных по величине задних углов независимо от способа получения боковых поверхностей зубьев фрезы. Величина же угла  $\xi_{\delta Q}$  наклона режущей кромки определяется при расчете параметров установки затыловочного резца в зависимости от способа получения рассчитанной ранее боковой затылованной поверхности червячной фрезы. Поэтому зависимость (207) в процессе затылования червячной фрезы в общем случае не может



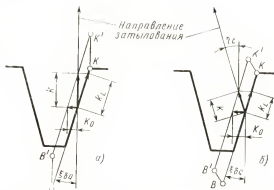


Рис. 83. Схема для определения направления затылования зуба червячной фрезы

быть осуществлена. Связь между параметрами  $k_0$  и  $k$  через угол  $\xi_{\delta Q}$  может быть осуществлена только при косом затыловании фрезы. По схеме, изображенной на рис. 83, б, угол  $\eta_c$  направления затылования связан с параметрами  $k$ ,  $k_0$  и  $\xi_{\delta Q}$  следующей зависимостью:

$$k_0 = -k(\sin \eta_c + \cos \eta_c \operatorname{tg} \xi_{\delta Q}). \quad (208)$$

На основании сказанного, в основу профилирования червячных зуборезных фрез затыловочным резцом можно положить следующие принципы. При затыловании червячной фрезы резцом с прямолинейной режущей кромкой теоретически точная боковая винтовая затылованная поверхность зуба фрезы заменяется винтовой линейчатой поверхностью того же шага. Прямолинейная образующая последней совпадает с режущей кромкой  $B_p K_p$  резца (см. рис. 82). Режущая кромка располагается в плоскости  $QQ$  затылования, параллельной оси  $z_4$  фрезы и составляет с торцевой плоскостью угол  $\xi_{\delta Q}$ . Расстояние  $y_{чQ}$  от оси фрезы до плоскости  $QQ$  и значение угла  $\xi_{\delta Q}$  рассчитываются из условия максимального приближения заменяющей винтовой поверхности к теоретически точной. Затылование фрезы производится под углом  $\eta_c$  к торцевой плоскости фрезы. Угол  $\eta_c$  рассчитывается по зависимости (207) из условия получения точного значения величины  $k_0$  теоретически точной затылованной поверхности. Затылование правой и левой сторон зуба фрезы производится отдельно и поэто-

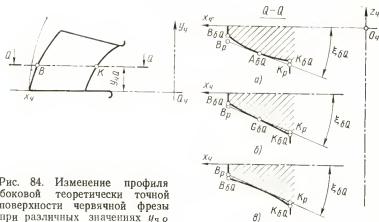


Рис. 84. Изменение профиля боковой теоретически точной поверхности червячной фрезы при различных значениях  $y_q$

му расчет величин  $y_q$ ,  $z_{бq}$ ,  $\eta_c$  производится для каждой стороны отдельно.

Рассечем теоретически точную боковую затылованную поверхность червячной фрезы, определяем уравнениями (204), плоскостью  $QQ$ , параллельной оси фрезы и отстоящей от нее на расстоянии  $y_q$  (рис. 84, а). Кривая  $B_{бq}K_{бq}$  сечения будет определяться следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \sin(\delta_6 + \varphi_6) &= \frac{y_q}{r_q}; \\ x_{qб} &= r_q \sin(\delta_6 + \varphi_6); \\ z_{qб} &= \rho_6 \varphi_6. \end{aligned} \right\} \quad (209)$$

В зависимости от конкретных значений параметров боковой теоретически точной поверхности и значений  $y_q$  кривая  $B_{бq}K_{бq}$  сечения зуба фрезы плоскостью  $QQ$  может быть: а) выпуклой на всем протяжении от точки  $B_{бq}$  до точки  $K_{бq}$  (рис. 84, б); б) выпукло-вогнутой с образованием точки  $G_{бq}$  перегиба (рис. 84, в); в) вогнутой на всем протяжении от точки  $B_{бq}$  до точки  $K_{бq}$  (рис. 84, г).

В предлагаемом методе предусматривается замена кривой  $B_{бq}K_{бq}$  прямолинейным отрезком  $B_p K_p$ . Такая замена допустима только в том случае, если кривая  $B_{бq}K_{бq}$  будет выпуклой. Тогда неточности аппроксимации вызовут утолщение головки и ножки зуба фрезы, которые затем подрежут соответственно ножку и головку

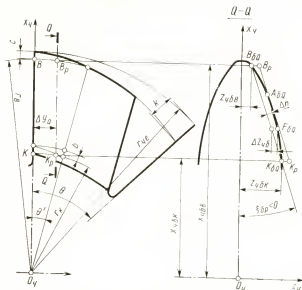


Рис. 85. Схема для определения погрешности замены профиля теоретически точной боковой поверхности фрезы отрезком прямой линии

обрабатываемого колеса. Последнее в некоторых пределах является допустимым, а иногда желательным. Замена же вогнутой кривой  $B_{\text{б}Q}K_{\text{б}Q}$  прямолинейным отрезком приведет к недорезам головки и ножки зуба, что для зубчатых колес является недопустимым.

Предлагаемый метод предусматривает определение такого значения  $y_{\text{ч}Q}$ , при котором кривая  $B_{\text{б}Q}K_{\text{б}Q}$  сечения боковой теоретически точной поверхности была бы на всем протяжении выпуклой и замена ее прямой, касательной в точке  $A_{\text{б}Q}$ , давала бы наименьшую ошибку. Чтобы величина  $\Delta_n$  ошибки была бы одинаковой для точки  $B_{\text{б}Q}$  и для точки  $K_{\text{б}Q}$ , положение точки  $A_{\text{б}Q}$  выбирается на кривой  $B_{\text{б}Q}K_{\text{б}Q}$  таким образом, чтобы угол наклона касательной был равен углу  $\xi_{\text{б}Q}$  наклона хорды, проведенной через точки  $B_{\text{б}Q}K_{\text{б}Q}$  (рис. 85).

Из рис. 85 видно, что

$$\operatorname{tg} \xi_{\text{б}Q} = \frac{z_{\text{чб}B} - z_{\text{чб}K}}{x_{\text{чб}B} - x_{\text{чб}K}}, \quad (210)$$

где  $x_{\text{чб}B}$ ,  $z_{\text{чб}B}$  и  $x_{\text{чб}K}$ ,  $z_{\text{чб}K}$  — координаты точек  $B_{\text{б}Q}$  и



$K_{6Q}$  кривой сечения теоретически точной боковой поверхности зуба фрезы плоскостью  $QQ$ .

В направлении оси  $z_q$  текущая точка  $F_{6Q}$  кривой  $B_{6Q}K_{6Q}$  отстоит от хорды на величину

$$\Delta z_{q6} = z_{q6} - z_{q6B} + (x_{q6B} - x_{q6}) \operatorname{tg} \xi_{6Q}, \quad (211)$$

где  $x_{q6}$  и  $z_{q6}$  — координаты точки  $F_{6Q}$ .

В нормальном к хорде направлении текущая точка  $F_{6Q}$  отстоит от хорды на величину  $\Delta n = \Delta z_{q6} \cos \xi_{6Q}$ . Подставляя в последнюю зависимость значение  $\Delta z$ , получим следующую формулу для определения ошибки  $\Delta n$  аппроксимации в каждой точке  $(x_{q6}, z_{q6})$  кривой  $B_{6Q}K_{6Q}$ :

$$\Delta n = (z_{q6} - z_{q6B}) \cos \xi_{6Q} - (x_{q6} - x_{q6B}) \sin \xi_{6Q}. \quad (212)$$

Оптимальным значением величины  $y_{qQ}$  будет такое, при котором величина  $\Delta z_{q6}$  на всем протяжении прямой  $B_{6P}K_{6P}$  будет иметь знак плюс и наименьшее абсолютное значение. Зависимости, необходимые для определения величины  $\Delta z_{q6}$ , помещены в табл. 21.

Таблица 21

Зависимости для определения величины  $\Delta z_{q6}$   
отклонения расчетных точек профиля  
теоретически точной боковой затылованной поверхности  
червячной фрезы от режущей кромки затыловочного резца

Дано: $p_6$ и для каждой расчетной точки $r_q, \delta_q$ . Положение плоскости $Q_p Q_p$ задается величиной $y_{qQ}$	
$\sin (\delta_6 + \varphi_6) = \frac{y_{qQ}}{r_q}$	$z_{q6Q} = p_6 \varphi_6$
$\varphi_6 = \arcsin (\delta_6 + \varphi_6) - \delta_6$	$\operatorname{tg} \xi_{6Q} = \frac{z_{q6B} - z_{q6K}}{x_{q6B} - x_{q6K}}$
$x_{q6} = r_q \sin (\delta_6 + \varphi_6)$	$\Delta z_{q6} = z_{q6} - z_{q6B} + (x_{q6B} - x_{q6}) \operatorname{tg} \xi_{6Q}$

На рис. 86 и 87 показано, как изменяются величины  $\Delta z_{q6}$  ошибки аппроксимации для правой (рис. 86) и левой (рис. 87) сторон зуба червячной фрезы при изменении величины  $y_{qQ}$ . Червячная фреза имела следующие значения параметров: наружный диаметр  $D_{qP} = 170$  мм; модуль  $m_n = 10$  мм;  $\alpha_P = 20^\circ$ ; диаметр делительной ок-

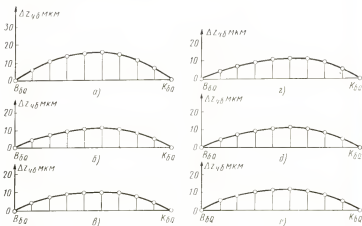


Рис. 86. Изменение профиля левой боковой теоретически точной поверхности червячной фрезы ( $m_n = 10$  мм) при различных значениях  $y_{\gamma Q}$ :

а— $y_{\gamma Q} = 6,75$  мм,  $\xi_{\delta Q} = 19,812^\circ$ ; б— $y_{\gamma Q} = 0$ ,  $\xi_{\delta Q} = 19,945^\circ$ ; в— $y_{\gamma Q} = 2,25$  мм,  $\xi_{\delta Q} = 19,954^\circ$ ; г— $y_{\gamma Q} = 3,3$  мм,  $\xi_{\delta Q} = 19,95^\circ$ ; д— $y_{\gamma Q} = 4,5$  мм,  $\xi_{\delta Q} = 19,945^\circ$ ; е— $y_{\gamma Q} = 6,75$  мм,  $\xi_{\delta Q} = 19,919^\circ$

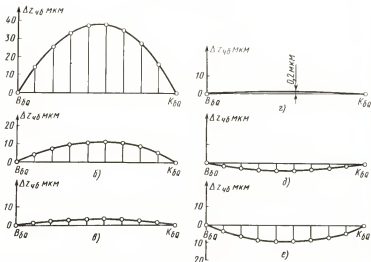


Рис. 87. Изменение профиля правой боковой теоретически точной поверхности червячной фрезы ( $m_n = 10$  мм) при различных значениях:

а— $y_{\gamma Q} = 6,75$  мм,  $\xi_{\delta Q} = 19,365^\circ$ ; б— $y_{\gamma Q} = 0$ ,  $\xi_{\delta Q} = -20,153^\circ$ ; в— $y_{\gamma Q} = 2,25$  мм,  $\xi_{\delta Q} = -20,377^\circ$ ; г— $y_{\gamma Q} = 3,3$  мм,  $\xi_{\delta Q} = -20,492^\circ$ ; д— $y_{\gamma Q} = 4,5$  мм,  $\xi_{\delta Q} = -20,584^\circ$ ; е— $y_{\gamma Q} = 6,75$  мм,  $\xi_{\delta Q} = -20,773^\circ$

ружности  $d_{\text{зд}} = 142$  мм; число заходов  $Z_{\text{ч}} = 1$ , число стружечных канавок  $Z_{\text{ф}} = 10$ ; передний угол  $\gamma_{\text{чe}} = 0$ ; падение затыловочного кулачка  $k = 10$  мм. На правой стороне зуба при изменении  $y_{\text{чq}}$  от  $-6,75$  мм до  $+6,75$  мм форма кривой  $B_{\text{бq}}K_{\text{бq}}$  изменяется от выпуклой до вогнутой (кривая с точкой перегиба будет при значении  $y_{\text{чq}}$ , лежащем между 3,3 мм и 4,5 мм). Наиболее выгодным значением  $y_{\text{чq}}$  будет 3,3 мм (рис. 87, з), когда кривая  $B_{\text{бq}}K_{\text{бq}}$  выпуклая, а ошибка аппроксимации составляет всего 0,2 мкм. На левой стороне зуба при изменении  $y_{\text{чq}}$  от  $-6,75$  мм до  $+6,75$  мм кривая  $B_{\text{бq}}K_{\text{бq}}$  остается выпуклой. Наиболее выгодным значением  $y_{\text{чб}}$  является величина 2,25 мм, когда ошибка аппроксимации будет иметь наименьшую величину (10 мкм).

При заданной инструментальной рейке ( $m_n, \alpha_p, S_p$ ) параметры  $r_{\text{ч}}, \delta_{\text{ч}}, \xi_{\text{ч}}$  теоретически точного профиля боковой затылованной поверхности зависят от параметров  $r_{\text{чe}}, z_{\text{ч}}, \gamma_{\text{чe}}, p_{\text{ю}}, k$  червячной фрезы (табл. 19). При изменении этих параметров будет меняться достижимая точность аппроксимации боковой поверхности червячной фрезы. Особенно заметно влияние переднего угла  $\gamma_{\text{чe}}$ . Собычно принято считать, что при  $\gamma_{\text{чe}} > 0$  червячные фрезы имеют меньшую точность, чем фрезы с  $\gamma_{\text{чe}} = 0$  и их рекомендуют только в качестве черновых. Однако для предлагаемого метода формообразования задних поверхностей очень часто имеет место обратное явление.

Положение крайних расчетных точек  $B_{\text{бq}} (r_{\text{чB}})$  и  $K_{\text{бq}} (r_{\text{чK}})$  должно определить такую высоту зуба фрезы, которая обеспечила бы получение эвольвентного участка зуба обрабатываемого колеса требуемой величины как новой, так и максимально переточенной фрезой. Положение точки  $B_{\text{бq}}$  рассчитывается для новой фрезы, когда радиус  $r_{\text{чB}}$  будет наибольшим, а положение точки  $K_{\text{бq}}$  рассчитывается для максимально переточенной фрезы, когда радиус  $r_{\text{чK}}$  будет наименьшим (см. рис. 85).

Для новой фрезы можно считать, что

$$r_{\text{чB}} = r_{\text{чe}} - c, \quad (213)$$

где  $c$  — радиальный зазор в зацеплении зубчатой пары, а для максимально переточенной фрезы  $r_{\text{чK}} = r_{\text{чe}} - (h_p' + h_p'' - c) - b$ , где  $b$  — уменьшение радиуса фрезы при ее максимальном перетачивании.

Червячная фреза перетачивается по передней поверхности на угол  $\theta$ . Если на величине одного углового ша-

га радиальное падение затыловочного кулачка будет  $\approx k$ , то

$$b = \frac{kZ_{\phi}}{2\pi} \theta.$$

Тогда для переточенной фрезы

$$r_{\text{ч}K} = r_{\text{ч}e} - (h'_p + h''_p - c) - \frac{kZ_{\phi}}{2\pi} \theta. \quad (214)$$

Угол  $\eta_c$  направления затылования определится из формулы (208)

$$\sin \eta_c = -\frac{k_0}{k} \cos^2 \xi_{6Q} \pm \sin \xi_{6Q} \sqrt{1 - \frac{k_0^2}{k^2} \cos^2 \xi_{6Q}}. \quad (215)$$

Здесь знак плюс перед  $\sin \xi_{6Q}$  принимается при положительном знаке угла  $\xi_{6Q}$ . При положительном знаке угла  $\eta_c$  салазки суппорта поворачиваются по часовой стрелке. Величина угла  $\eta_c$  для однозаходных червячных фрез имеет небольшую величину. Например, для рассмотренной выше червячной фрезы  $m_n = 10$  мм угол  $\eta_c = 0,0036$  рад. Однако при увеличении числа заходов фрезы угол  $\eta_c$  резко возрастает. Формулой (215) следует пользоваться и в том случае, если величина  $k$  на затыловочном кулачке выполнена с отклонениями от расчетных значений. Тогда в формулу (215) для определения угла  $\eta_c$  следует подставить действительное значение величины  $k$ .

Решение задачи по поиску оптимальных значений параметров  $\xi_{\text{ч}Q}$ ,  $y_{\text{ч}Q}$  и  $\eta_c$  установки реза при затыловании боковой поверхности червячной фрезы предполагается вести на ЭВМ. Перед этим надо назначить количество  $M$  расчетных точек на профиле червячной фрезы, границы  $y_{\text{ч}Q \min}$  и  $y_{\text{ч}Q \max}$  значений  $y_{\text{ч}Q}$ , в которых будет осуществляться поиск оптимального значения этого параметра, и число  $N$  этих значений, т. е. число расчетных сечений боковой поверхности зуба червячной фрезы плоскостями  $QQ$ , в которых будет сравниваться форма теоретического профиля боковой затылованной поверхности с формой режущей кромки затыловочного реза.

Расчетные точки ( $r_{\text{ч}}$ ) на профиле червячной фрезы выбирают в пределах от  $r_{\text{ч}B}$  до  $r_{\text{ч}K}$  с шагом  $\Delta r_{\text{ч}}$ :

$$\Delta r_{\text{ч}} = \frac{r_{\text{ч}B} - r_{\text{ч}K}}{M - 1}.$$

Если расчетную точку  $r_{qK}$  считать первой, а номер расчетной точки обозначить через  $i$ , то тогда  $i$ -я точка будет располагаться на цилиндре радиуса

$$r_{qi} = r_{qK} + \frac{r_{qB} - r_{qK}}{M-1} (i-1). \quad (216)$$

Чем больше будет  $M$ , тем точнее можно будет определить максимальную величину  $\Delta n$ , характеризующую точность приближения теоретического профиля боковой затылованной поверхности к прямой линии режущей кромки резца. Как показывает практика расчетов, для средних модулей число  $M=10$  обеспечивает вполне приемлемую точность  $\Delta n$ .

Границы  $y_{qQ \max}$  и  $y_{qQ \min}$ , в которых надо искать оптимальное значение параметра  $y_{qQ}$ , следует назначать, используя уже законченные типовые расчеты подобных червячных фрез. Если таковых нет, то можно принимать  $y_{qQ \min} = -0,5 m_n$  и  $y_{qQ \max} = +0,75 m_n$ . Для сокращения времени поиска число  $N$  расчетных сечений рекомендуется выбирать следующим образом. Сначала шаг  $\Delta y_{qQ}$  расчетных сечений

$$\Delta y_{qQ} = \frac{y_{qQ \max} - y_{qQ \min}}{N-1}$$

назначается большим (принимается  $N=10$ ). При этом шаге определяется зона значений  $y_{qQ}$ , в которой знак  $\Delta z_{q6}$  между двумя соседними значениями  $y_{qQ} - y_{qQ}^{**}$  и  $y_{qQ}^{*}$  меняется. Если во всех расчетных сечениях знак  $\Delta z_{q6}$  не меняется, то  $y_{qQ}^{**}$  и  $y_{qQ}^{*}$  принимаются два соседних сечения, для которых величина  $\Delta z_{q6 \max}$  имеет наименьшую величину. После этого определяется измельченный шаг

$$\Delta y_{qQ}^{*} = \frac{y_{qQ}^{**} - y_{qQ}^{*}}{N-1},$$

и расчеты  $\Delta z_{q6}$  повторяются.

Если расчетное сечение с  $y_{qQ \min}$  считать первым, а номер сечения обозначен через  $j$ , то тогда  $j$ -ое сечение будет определяться при крупном шаге:

$$y_{qQj} = y_{qQ \min} + \frac{y_{qQ \max} - y_{qQ \min}}{N-1} (j-1), \quad (217)$$

а при измельченном шаге \*\*

$$y_{qQj} = y_{qQ}^{*} + \frac{y_{qQ}^{**} - y_{qQ}^{*}}{N-1} (j-1). \quad (218)$$

Предлагается следующий порядок решения задачи по поиску оптимальных значений параметров  $y_{\text{ч} q}$ ,  $\xi_{\text{ч} q}$ ,  $\eta_c$  установки затыловочного резца.

1. По формулам табл. 20 определяются постоянные величины, входящие в последующие расчетные зависимости.

2. По формулам (213) и (214) определяются значения радиусов  $r_{\text{ч} B}$  и  $r_{\text{ч} K}$ .

3. По формуле (216) определяется значение радиусов  $r_{\text{ч}}$  для всех  $M$  расчетных точек.

4. По формулам табл. 20 определяются значения параметров  $\delta_{\text{ч} b}$  и  $\xi_{\text{ч} b}$  для всех  $M$  расчетных точек боковой теоретически точной затылованной поверхности.

5. По формуле (217) определяются величины  $y_{\text{ч} q}$  для всех  $N$  расчетных сечений с крупным шагом.

6. По формулам табл. 21 определяются для каждой ( $r_{\text{ч}}$ ) расчетной точки профиля в каждом ( $y_{\text{ч} q}$ ) расчетном сечении величина  $\Delta z_{\text{ч} b}$  отклонения профиля боковой затылованной поверхности от линии режущей кромки резца.

7. По формуле (218) определяются величины  $y_{\text{ч} q}$  для всех расчетных сечений с измельченным шагом.

8. По формулам табл. 21 определяются для каждой расчетной точки профиля в каждом расчетном сечении величины  $\Delta z_{\text{ч} b}$ .

9. Выделяется сечение ( $y_{\text{ч} q}$ ), в котором максимальная величина  $\Delta z_{\text{ч} b}$  будет наименьшей. Это сечение соответствует оптимальной величине  $y_{\text{ч} q}$ . Формулы табл. 21 для этого сечения дадут значение  $\xi_{\text{ч} q}$ , которое будет оптимальным.

10. По формуле (215) определяется направление затылования резца — угол  $\eta_c$  поворота салазок суппорта затыловочного станка.

### Расчет параметров установки шлифовальных кругов для затылования червячных фрез

Принципы формообразования червячных зуборезных фрез затыловочным резцом с прямолинейной режущей кромкой можно распространить и на случай профилирования этих фрез шлифовальным кругом с прямолинейной образующей. В этом случае прямолинейная образующая  $B_{\text{ш}}K_{\text{ш}}$  шлифовального круга располагается так же, как и режущая кромка затыловочного резца в плоскости  $QQ$  затылования, параллельной оси  $z_{\text{ч}}$  червячной фрезы

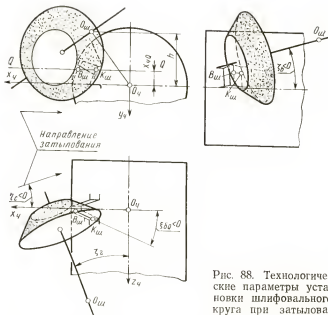


Рис. 88. Технологические параметры установки шлифовального круга при затыловании червячной фрезы

(рис. 88). Перемещение  $k$  шлифовального круга под действием затыловочного кулачка в направлении затылования как и для случая с резцом, будет являться геометрической суммой перемещения  $k_0$  вдоль оси фрезы (для осуществления осевого затылования) и перемещения  $k_L$  вдоль образующей шлифовального круга. Однако в отличие от затылования резцом в данном случае перемещение  $k_L$  будет оказывать влияние на условия формообразования боковой затылованной поверхности. Дело в том, что контакт поверхности шлифовального круга с боковой затылованной поверхностью всегда осуществляется по кривой линии ( $ii$  на рис. 88), форма которой зависит от параметров формы и установки шлифовального круга, в частности, от разности диаметров окружностей шлифовального круга, на которых расположены крайние точки  $B_{ш}$  и  $K_{ш}$  его профиля. Если шлифовальный круг будет иметь форму цилиндра, то диаметры окружностей до точки  $B_{ш}$  и до точки  $K_{ш}$  будут одинаковыми. В этом случае перемещение шлифовального круга вдоль образующей  $B_{ш}K_{ш}$  не внесет никаких изменений в форму линии контакта. Если же шлифовальный круг будет иметь

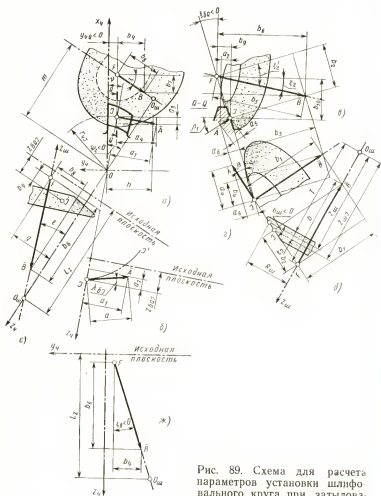


Рис. 89. Схема для расчета параметров установки шлифовального круга при затыловании червячной фрезы

коническую форму, то такое перемещение будет в процессе затылования изменять величину диаметров участка шлифовального круга, находящегося в контакте с зубом фрезы. В результате линия  $ii$  контакта и, следовательно, форма боковой затылованной поверхности будет несколько меняться. Сдвиг в виду того, что величина  $k$  — падения затыловочного кулачка по сравнению с диаметром круга бывает обычно небольшой, изменение в



форме кривой  $ii$  контакта практически получается очень малым. В предлагаемом методе расчета параметров установки шлифовального круга при затыловании червячных зуборезных фрез таким изменением формы линии контакта пренебрегают.

Установка оси шлифовального круга относительно червячной фрезы на затыловочном станке характеризуется параметрами шлифовального приспособления (рис. 88). Этими технологическими параметрами являются: размер  $h$  смещения точки  $O_{ш}$  скрещивания осей фрезы и шлифовального круга, угол  $\xi_{в}$  поворота оси в вертикальной плоскости и угол  $\xi_{г}$  поворота оси в горизонтальной плоскости. Положение базового торца шлифовального круга на оси определяется расстоянием  $T$  от точки  $O_{ш}$  скрещивания осей (рис. 88).

На основании сказанного, в основу профилирования червячных зуборезных фрез шлифовальным кругом можно положить следующие принципы. При затыловании червячной фрезы шлифовальным кругом с прямолинейной образующей теоретически точная боковая винтовая поверхность зуба фрезы заменяется винтовой нелинейчатой поверхностью того же шага, образованной винтовым движением шлифовального круга с прямолинейной образующей. Последняя при установке круга располагается в плоскости  $QQ$  затылования, параллельной оси  $z_{ч}$ , червячной фрезы и составляет угол  $\xi_{б\phi}$  с ее торцевой плоскостью, который подсчитывается по формуле (210). Расстояние  $y_{ч\phi}$  от оси фрезы до плоскости  $QQ$ , значение угла  $\xi_{б\phi}$  и значения параметров  $h$ ,  $\xi_{в}$ ,  $\xi_{г}$ ,  $T$  рассчитываются из условия максимального приближения заменяющей винтовой поверхности к теоретически точной. Затылование фрезы производится под углом  $\eta_{с}$  к торцевой плоскости фрезы. Угол  $\eta_{с}$  рассчитывается из условия получения точного значения винтового параметра  $p_{б}$  боковой теоретически точной затылованной поверхности.

Положение оси шлифовального круга относительно затылуемой поверхности зуба червячной фрезы как винтовой поверхности, характеризуется известными параметрами  $m$ ,  $e$  и  $\phi$ . Эти три параметра рассчитываются, исходя из следующих условий: шлифовальный круг имеет прямолинейную образующую; угол  $\sigma_{ш}$  наклона образующей и диаметр шлифовального круга заданы; образующая шлифовального круга располагается в плоскости  $QQ$  затылования, которая находится на оси  $y_{ч\phi}$  от оси фрезы.

Параметры  $m$ ,  $\varepsilon$  и  $\psi$  определяются по одной расчетной точке  $J_6$  ( $r_{\text{ч}J}$ ,  $z_{\text{ч}6J}$ ,  $\xi_{6QJ}$ ), лежащей на теоретически точной боковой затылованной поверхности в плоскости  $QQ$ . Она принадлежит кривой  $B_{6Q}K_{6Q}$  сечения этой поверхности плоскостью  $Q$ . Положение ее задается так, чтобы точка  $J_6$  лежала между точками  $B_{6Q}$  и  $K_{6Q}$  примерно по середине. Таким образом

$$r_{\text{ч}J} = \frac{r_{\text{ч}B} + r_{\text{ч}K}}{2}, \quad (219)$$

где  $r_{\text{ч}B}$  и  $r_{\text{ч}K}$  — соответственно по формулам (213) и (214).

Координата  $z_{\text{ч}6Q}$  для точки  $J_6$  определится из уравнений (239) кривой  $B_{6Q}K_{6Q}$ . Если обозначить

$$\sin v = -\frac{y_{\text{ч}Q}}{r_{\text{ч}}},$$

то из уравнений (209) следует, что

$$z_{\text{ч}6Q} = -p_6(v - \delta_6).$$

Угол  $\xi_{6Q}$  для точки  $J_6$  определится через производную от кривой  $B_{6Q}K_{6Q}$

$$\frac{dz_{\text{ч}6}}{dx_{\text{ч}6}} = \operatorname{tg} \xi_{6Q}.$$

Эта производная будет получена при последовательном дифференцировании уравнений табл. 20 при  $y_{\text{ч}6} = y_{\text{ч}Q} = \text{const}$ . После дифференцирования указанных уравнений и преобразования получим

$$\operatorname{tg} \xi_{6Q} = -\frac{p_6}{r_{\text{ч}}} \cos v (\operatorname{tg} v + \operatorname{tg} \xi_6).$$

По значению  $r_{\text{ч}J}$  определяется угол  $\lambda_{6J}$  наклона винтовой линии на боковой (винтовой) загибованной поверхности:

$$\operatorname{tg} \lambda_{6J} = \frac{p_6}{r_{\text{ч}J}}.$$

С точкой  $J_6$  при установке шлифовального круга контактирует точка  $J_{\text{ш}}$  на профиле шлифовального круга так, что поверхность шлифовального круга в точке  $J_6$  касается винтовой теоретически точной боковой поверхности зуба. Радиус  $R_{\text{ш}}$  до точки шлифовального круга назначается.

На рис. 89 представлена схема расчета параметров  $m$ ,  $\varepsilon$  и  $\psi$ . По рисунку имеем

$$\sin v = -\frac{y_{4Q}}{r_{4J}} \text{ (рис. 89, а); } a_1 = a \cos \lambda_{6J} \text{ (рис. 89, б);}$$

$$a_2 = a \sin \lambda_{6J} \text{ (рис. 89, в); } a_3 = a_1 \sin v \text{ (рис. 89, а);}$$

$$a_4 = a_1 \cos v \text{ (рис. 89, а); } \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{a_3}{a_2} \text{ (рис. 89, в);}$$

$$a_5 = \frac{a_2}{\cos \beta_1} \text{ (рис. 89, в); } a_6 = a_5 \cos (\beta_1 + \xi_{6Q}) \text{ (рис. 89, в);}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a_6}{a_4} \text{ (рис. 89, з).}$$

Решая эти зависимости совместно, после преобразования получим

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \lambda_{6J}}{\cos v} \cos \xi_{6Q} + \sin \xi_{6Q} \operatorname{tg} v.$$

Затем по рис. 89, имеем:

$$b_1 = b \cos \sigma_{ш} \quad \text{(рис. 89, д);}$$

$$b_2 = b \sin \sigma_{ш} \quad \text{(рис. 89, д);}$$

$$b_3 = b_1 \cos \beta \quad \text{(рис. 89, з);}$$

$$b_4 = b_1 \sin \beta \quad \text{(рис. 89, з);}$$

$$\operatorname{tg} \zeta'_r = \frac{b_2}{b_3} \quad \text{(рис. 89, в);}$$

$$b_5 = \frac{b_3}{\cos (\zeta'_r - \xi_{6Q})} \quad \text{(рис. 89, в);}$$

$$b_6 = b_5 \cos \zeta'_r \quad \text{(рис. 89, в);}$$

$$b_7 = b_5 \sin \zeta'_r \quad \text{(рис. 89, в);}$$

$$\operatorname{tg} \psi_x = \frac{b_7}{b_4} \quad \text{(рис. 89, а);}$$

$$b_8 = \frac{b_4}{\cos \zeta} \quad \text{(рис. 89, а).}$$

Решая перечисленные выше уравнения, получим

$$\operatorname{tg} \zeta'_r = -\frac{\operatorname{tg} \sigma_{ш}}{\cos \beta};$$

$$\zeta_r = \zeta'_r + \xi_{6Q};$$

$$\operatorname{tg} \zeta = \frac{\sin \zeta_r}{\operatorname{tg} \beta \cos (\zeta_r - \xi_{6Q})};$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\operatorname{tg} \beta \cos (\zeta_r - \xi_{6Q})}{\cos \zeta \cos \zeta_r}.$$

Межосевое расстояние  $m$  по проекциям  $\beta$ ,  $g$ ,  $a$  определяется так:

$$b_2 = \frac{R_{mj}}{\cos \sigma_{mj}};$$

$$b_{10} = b_2 \cos \xi_{6Q};$$

$$m = b_{10} \cos \zeta + r_{6J} \cos (\zeta - \nu)$$

или

$$m = \frac{R_{mj}}{\cos \sigma_{mj}} \cos \xi_{6Q} \cos \zeta + r_{6J} \cos (\zeta - \nu).$$

Далее имеем:  $l_z = z_{6J} - b_9 + \frac{a}{\operatorname{tg} \varepsilon}$  (рис. 89,  $e$ );  $g = b_2 \cos \xi_{6Q} \sin \zeta + r_{6J} \sin (\zeta - \nu)$  (рис. 89,  $a, \beta, e$ ). Но  $b_9 = -b_2 \sin \xi_{6Q}$  (рис. 89,  $\beta$ ), тогда:

$$l_z = z_{6J} + \frac{R_{mj}}{\cos \sigma_{mj}} \sin \xi_{6Q} + \frac{g}{\operatorname{tg} \varepsilon};$$

$$g = \frac{R_{mj}}{\cos \sigma_{mj}} \cos \xi_{6Q} \sin \zeta + r_{6J} \cos (\zeta - \nu).$$

Согласно формуле (47)

$$\psi = \psi_x - \frac{l_z}{p_6}.$$

Для нашего случая  $\psi_x = -\zeta$ , тогда

$$\psi = -\zeta - \frac{l_z}{p_6}.$$

В табл. 22 сведены все формулы для расчета параметров  $m$ ,  $\varepsilon$  и  $\psi$  установки шлифовального круга относительно червячной фрезы.

Итак, определено положение шлифовального круга относительно боковой затылованной поверхности червячной фрезы, когда его образующая располагается в плоскости  $QQ$  затылования, а шлифовальный круг своей поверхностью касается боковой затылованной поверхности в точке  $J$ . Возникает вопрос: какой профиль при такой установке круга получит боковая затылованная поверхность зуба фрезы, теоретически являясь винтовой поверхностью с винтовым параметром  $p_6$ ? Для того чтобы ответить на этот вопрос, надо решить следующую задачу: задан профиль шлифовального круга ( $R_m, z_m, \sigma_m$ ) и параметры его установки; известен винтовой параметр  $p_6$ ; требуется определить профиль ( $r_m, z_m$ ) винтовой по-

Зависимости для определения параметров  $h$ ,  $\xi_v$ ,  $\xi_r$ ,  $T$   
установки шлифовального круга при затыловании червячных фрез  
для эвольвентных зубчатых колес

Дано:  $p_6$ ,  $r_{\alpha J}$ ,  $\delta_{6J}$ ,  $\xi_{6J}$ ,  $R_{\alpha J}$ ,  $\sigma_m$ ,  $y_{\alpha Q}$ ,  $t_J$

$$\sin v = -\frac{y_{\alpha Q}}{r_{\alpha J}}$$

$$l_z = z_{\alpha J} + \frac{R_{\alpha J}}{\cos \sigma_m} \sin \xi_{6Q} + \frac{g}{\operatorname{tg} \varepsilon}$$

$$z_{6QJ} = -p_6 (v - \delta_{6J})$$

$$m = \frac{R_{\alpha J}}{\cos \sigma_m} \cos \xi_{6Q} \cos \zeta + r_{\alpha J} \cos (\zeta - v)$$

$$\operatorname{tg} \xi_{6Q} = -\frac{p_6 \cos v}{r_{\alpha J}} \times (\operatorname{tg} v + \operatorname{tg} \xi_{6J})$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\operatorname{tg} \beta \cos \zeta_r'}{\cos \zeta \cos \zeta_r}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{p_6}{r_{\alpha J}} \frac{\cos \xi_{6Q}}{\cos v} - \sin \xi_{6Q} \operatorname{tg} v$$

$$\psi = -\zeta - \frac{l_z}{p_6}$$

$$\operatorname{tg} \zeta_r' = -\frac{\operatorname{tg} \sigma_m}{\cos \beta}$$

$$h = m \sin \zeta$$

$$\zeta_r = \zeta_r' + \xi_{6Q}$$

$$\operatorname{tg} \zeta_m = \frac{\sin \beta}{\cos \xi_{6Q} \cos \beta + \operatorname{tg} \sigma_m \sin \xi_{6Q}}$$

$$\operatorname{tg} \zeta = \frac{\sin \zeta_r}{\operatorname{tg} \beta \cos \zeta_r'}$$

$$\zeta_r = \zeta_r' - \xi_{6Q}$$

$$g = \frac{R_{\alpha J}}{\cos \sigma_m} \cos \xi_{6Q} \sin \zeta + r_{\alpha J} \sin (\zeta - v)$$

$$z_{\alpha J} = (l_z - z_{6Q}) \cos \varepsilon + r_{\alpha} \sin (\xi - v) \sin \varepsilon$$

$$T = z_{\alpha J} - l_J$$

верхности, образуемый шлифовальным кругом. В общем виде такая задача решена и все расчетные зависимости сведены в табл. 3. Заметим только, что параметры  $R_{и}$ ,  $z_{и}$ ,  $\sigma_{и}$  дискового инструмента и параметр  $p$  детали в табл. 3 соответствуют для нашего случая параметрам  $R_{ш}$ ,  $z_{ш}$ ,  $\sigma_{ш}$  и  $p_{б}$ , а координаты  $r$  и  $\delta$  детали — координатам  $r_{ш}$  и  $\delta_{ш}$  боковой затылованной поверхности.

Профиль шлифовального круга задается дискретно параметрами  $R_{ш}$ ,  $z_{ш}$ ,  $\sigma_{ш}$ . Угол  $\sigma_{ш}$  для всех точек профиля имеет постоянную величину и связывает между собой координаты  $R_{ш}$  и  $z_{ш}$  следующим образом. Из рис. 89, а, е следует, что значение координаты  $z_{ш}$  для точки  $J_{ш}$

$$z_{шJ} = (l_z - z_{бQJ}) \cos \varepsilon + r_{qJ} \sin (\zeta - \nu) \sin \varepsilon,$$

а по рис. 89, б можно видеть, что  $z_{ш}$  для текущей точки профиля шлифовального круга определяется по формуле

$$z_{ш} = z_{шJ} + (R_{ш} - R_{шJ}) \operatorname{tg} \sigma_{ш}.$$

Тогда

$$z_{ш} = (l_z - z_{бQJ}) \cos \varepsilon + r_{qJ} \sin (\zeta - \nu) \sin \varepsilon + (R_{ш} - R_{шJ}) \operatorname{tg} \sigma_{ш}. \quad (220)$$

Участок профиля шлифовального круга, участвующий в формообразовании боковой поверхности червячной фрезы, определяется положением расчетных точек  $B_{бq}$  и  $K_{бq}$  на боковой поверхности зуба фрезы. С неимеющим практического значения приближением можно считать, что

$$\left. \begin{aligned} R_{шB} &= R_{шJ} - (r_{qB} - r_{qJ}) \frac{\cos \sigma_{ш}}{\cos \alpha_p}; \\ R_{шK} &= R_{шJ} + (r_{qJ} - r_{qK}) \frac{\cos \sigma_{ш}}{\cos \alpha_p}. \end{aligned} \right\} \quad (221)$$

Задаваясь значениями  $R_{ш}$  в пределах от  $R_{шB}$  до  $R_{шK}$  по указанным выше формулам можно определить соответствующие значения координаты  $z_{бш}$ .

При расчете координат  $r_{ш}$  и  $z_{бш}$  профиля винтовой затылованной поверхности по формулам табл. 3 следует иметь в виду, что при решении квадратного уравнения относительно  $x_{и}$  надо брать такой знак перед радикалом, который обеспечивает получение координаты  $x_{и}$  со зна-

ком минус. В формуле  $y_{ш} = \pm \sqrt{R_{ш}^2 - x_{ш}^2}$  знак у координаты  $y_{ш}$  надо принимать по следующему правилу: если  $R_{ш} - c_2 + \frac{y_{ш}}{\operatorname{ctg} \sigma_{ш}} > 0$ , то берется знак плюс. При изменении знака неравенства изменяется знак у  $y_{ш}$ .

Для оценки точности профиля ( $r_{ш}, z_{бш}$ ) винтовой боковой поверхности зуба червячной фрезы, полученной шлифовальным кругом при данном значении параметров его установки, надо этот профиль сравнить с профилем ( $r_ч, z_{чб}$ ) теоретически точной боковой затылованной поверхности. Для этой цели определяется разность для одноименных ( $r_{ш}=r_ч$ ) точек:

$$\Delta z = z_{бш} - z_{чб}. \quad (222)$$

Для правой стороны осевого сечения зуба правозаходной червячной фрезы  $\Delta z$  должна иметь знак плюс и быть меньше наперед заданной величины  $\Delta z_{доп}$ :

$$\Delta z < \Delta z_{доп}. \quad (223)$$

При невыполнении неравенства (223) в какой-либо точке профиля расчет повторяется при следующих значениях  $y_{чб}$ . При выполнении неравенства (223) рассчитываются технологические параметры  $h, \zeta_в, \zeta_г, T_{ш}$  установки шлифовального круга на станке.

Как видно, из рис. 89, а,  $h = m \sin \zeta$ . По рис. 89, ж

$$\operatorname{tg} \zeta_б = \frac{b_4}{b_б}.$$

После подстановки величин  $b_4$  и  $b_б$  и преобразования получим следующую формулу для расчета угла  $\zeta_в$  поворота оси шлифовального круга в вертикальной плоскости приспособления:

$$\operatorname{tg} \zeta_в = \frac{-\sin \beta}{\cos \zeta_б \cos \beta + \operatorname{tg} \sigma_{ш} \sin \zeta_б}.$$

Угол  $\zeta_г$  поворота оси шлифовального круга в горизонтальной плоскости приспособления был определен ранее при расчете параметров  $m, \varepsilon$  и  $\psi$ . Наконец, величина  $T$ , характеризующая положение базового торца шлифовального круга от точки  $O_{ш}$  поворота оси круга, определится по рис. 89 так:  $T = z_{шJ} - t_J$ , где  $t_J$  — расстояние от базовой точки  $J_{ш}$  шлифовального круга до его базового торца. Величина  $t_J$  назначается при выборе шлифовального круга. Величина угла  $\eta_с$ , характеризующая на-

правление затылования, определяется по формуле (268). Все расчетные зависимости для определения параметров  $h$ ,  $\zeta_b$ ,  $\zeta_r$ ,  $T$  помещены в табл. 22.

Для практических целей оценку точности приближения профиля боковой поверхности зуба червячной фрезы, затылованной шлифовальным кругом, к теоретически точной поверхности достаточно производить по пяти крайним точкам:  $B_b$ ,  $J_b$ ,  $K_b$  и двум точкам, лежащим между точкой  $J_b$  и точками  $B_b$  и  $K_b$ .

Решение задачи поиска оптимальных значений технологических параметров  $y_{ч\phi}$  и  $h$ ,  $\zeta_b$ ,  $\zeta_r$ ,  $T$  установки шлифовального круга предлагается вести на ЭВМ. Порядок решения аналогичен порядку решения задачи поиска значений параметров  $y_{ч\phi}$ ,  $\xi_b\phi$  при затыловании червячной фрезы резцом и будет заключаться в следующем.

1. Назначаются параметры  $R_{шJ}$ ,  $\sigma_{ш}$  и  $t_J$  шлифовального круга, границы  $y_{ч\phi\max}$  и  $y_{ч\phi\min}$ , а также число  $N$  расчетных сечений.

2. По формулам (213), (214) и (219) определяются значения  $r_{чB}$ ,  $r_{чK}$ ,  $r_{чJ}$  радиусов в расчетных точках профиля червячной фрезы.

3. По формулам (221) определяются значения  $R_{шB}$  и  $R_{шK}$ . Одновременно назначаются величины  $R_{ш}$  для промежуточных точек.

4. По формулам табл. 20 определяются постоянные величины, характеризующие конструкцию червячной фрезы.

5. По формулам табл. 20 определяются значения параметров  $\delta_{чб}$ ,  $\xi_{чб}$ ,  $z_{чб}$  для базовой точки  $J_b(r_{чJ})$  боковой теоретически точной поверхности червячной фрезы.

6. По формуле (217) определяется величина для  $j$ -го номера расчетного сечения. Первый расчет для  $j=1$ .

7. По формулам табл. 22 рассчитываются параметры  $m$ ,  $\varepsilon$  и  $\psi$  установки шлифовального круга.

8. По формуле (220) определяются значения координаты  $z_{ш}$  для точек профиля боковой поверхности, полученной шлифовальным кругом точками профиля круга, соответствующими  $R_{шB}$ ,  $R_{шK}$ ,  $R_{шJ}$ .

9. По формулам табл. 3 для точек, соответствующих  $R_{шB}$ ,  $R_{шK}$ ,  $R_{шJ}$  определяются значения координат  $r_{шB}$  и  $z_{шB}$  профиля винтовой поверхности, полученной шлифовальным кругом (точка  $R_{шJ}$  является контрольной: для нее  $r_{шJ}=r_{чJ}$ ).



10. По формулам табл. 20 для точек ( $r_{ш в}$ ,  $r_{ш к}$ ) рассчитываются значения координаты  $z_{чб}$ .

11. Для всех расчетных точек ( $r_{ш}$ ) проверяется выполнение неравенства (223). Если неравенство для какой-либо точки не выполняется, то расчет надо повторить с пункта 6 при следующем значении  $y_{ч q}$ , соответствующем следующему номеру  $j$ . При выполнении неравенства (223) по формулам табл. 22 определяются при данном  $y_{ч q}$  значения технологических параметров  $h$ ,  $\zeta_b$ ,  $\zeta_r$ ,  $T$  установки шлифовального круга.

12. По формуле (215) определяется направление затывания боковой поверхности зуба червячной фрезы. Если при одном из значений  $y_{ч q}$ , лежащих в довольно широких пределах, неравенство (223) выполнить не удастся, то заданную точность  $\Delta_{доп}$  приближения боковой поверхности зуба червячной фрезы, полученной шлифовальным кругом, к теоретически точной поверхности при данных параметрах червячной фрезы и выбранных параметрах  $R_{ш j}$  и  $\sigma_{ш}$  достигнуть нельзя. Повышение точности приближения (уменьшения  $\Delta_{доп}$ ) можно достигнуть изменением параметров червячной фрезы или изменением параметров  $R_{ш j}$  и  $\sigma_{ш}$  шлифовального круга.

При заданной инструментальной рейке ( $m_n$ ,  $\alpha_r$ ,  $s_p$ ) параметры теоретически точного профиля боковой затыванной поверхности зависят от параметров  $r_{ч в}$ ,  $z_{ч}$ ,  $\gamma_{ч в}$ ,  $\epsilon_{ю}$ ,  $k$  червячной фрезы. При изменении последних (особенно  $z_{ч}$  и  $\gamma_{ч в}$ ) будет изменяться возможная точность приближения. При заданных параметрах червячной фрезы возможна точность приближения боковой поверхности зуба, полученной шлифовальным кругом, к теоретически точной зависит от параметров  $R_{ш j}$  и  $\sigma_{ш}$  шлифовального круга. Изменением значений этих параметров точность приближения можно менять в очень широких пределах.

### Расчет установки шлифовальных кругов с прямолинейной образующей при заточке червячных фрез

Если угол  $\omega$  наклона винтовых канавок у червячных фрез по наружному диаметру не превышает  $10^\circ$ , то заточку таких фрез на практике обычно осуществляют шлифовальными кругами с прямолинейными образующими. Теоретически при таком способе заточки профиль передней поверхности червячной фрезы будет получаться криволинейным, в большей или меньшей сте-

пени приближающимся к прямолинейному. Степень приближения зависит от установки шлифовального круга при заточке фрезы. Ниже рассматривается метод расчета параметров  $m$ ,  $e$ ,  $\psi$  установки шлифовального круга, позволяющий получить при заточке фрезы такой профиль ее передней поверхности, который будет в наибольшей степени приближаться к прямолинейному.

Для расчета параметров  $m$ ,  $e$ ,  $\psi$  должны быть известны следующие параметры червячной фрезы и шлифовального круга:  $D_{\text{ч.е}}$  — наружный диаметр червячной фрезы;  $d_{\text{ч.д}}$  — диаметр делительного цилиндра,  $t_k$  — шаг винтовой стружечной канавки;  $\gamma$  — передний угол;  $h$  — высота зуба;  $D_{\text{ш}}$  — диаметр шлифовального круга;  $\sigma_{\text{ш}}$  — профильный угол шлифовального круга.

Установка круга ведется по точке  $J$  профиля передней поверхности червячной фрезы, расположенной на цилиндре радиуса  $r_{\text{ч.ж}}$ . Последний назначается в зоне значений  $\frac{d_{\text{ч.д}}}{2}$ . С точкой  $J$  профиля передней поверхности червячной фрезы контактирует точка  $J_{\text{ш}}$  профиля шлифовального круга. Радиус  $R_{\text{ш.ж}}$  до точки  $J_{\text{ш}}$  можно определить по формуле

$$R_{\text{ш.ж}} \approx \frac{D_{\text{ш}}}{2} - \left( h - \frac{D_{\text{ч.е}}}{2} + r_{\text{ч.ж}} \right) \frac{\cos \sigma_{\text{ш}}}{\cos \gamma}.$$

Принятое значение  $R_{\text{ш.ж}}$  вводится в дальнейший расчет параметров установки круга. Прямолинейная образующая  $J_1 J_2$  шлифовального круга при заточке червячной фрезы всегда располагается в плоскости  $K$ , касательной к передней винтовой поверхности червячной фрезы в точке  $J(r_J, \omega_J)$ . Поэтому изменять установку шлифовального круга можно только в пределах поворота в этой плоскости образующей  $J_1 J_2$  вокруг точки  $J$ . Угол  $\beta$  такого поворота, при котором профиль передней поверхности червячной фрезы будет иметь наименьшее отклонение от прямой, является оптимальным. Предлагаемый метод предусматривает поиск этого оптимального значения угла  $\beta$ .

На рис. 90 представлена схема, связывающая параметр  $\beta$  с параметрами червячной фрезы и шлифовального круга. Плоскость  $K$ , касательная к передней поверхности фрезы в ее точке  $J$ , построена по положению двух единичных векторов  $\vec{A}$  и  $\vec{C}$ , касающихся к передней поверхности в точке  $J$ . Вектор  $\vec{A}$  касается винтовой

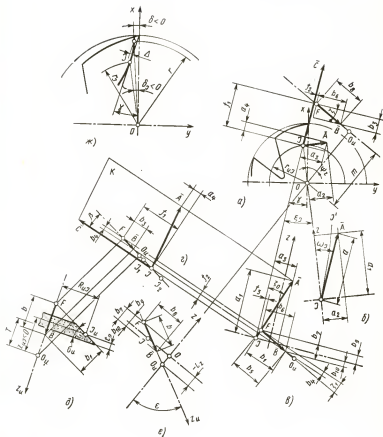


Рис. 90. Схема для расчета параметров установки конического шлифовального круга при заточке червячной фрезы

линии  $JJ'$ , проходящей через точку  $J$ , а вектор  $\vec{C}$  совпадает с профилем передней поверхности в торцевой плоскости фрезы. В плоскости  $K$  прямолинейная образующая  $J_1J_2$  в общем случае наклонена к вектору  $\vec{C}$  под углом  $\beta$  (положительное значение угла  $\beta$  отсчитывается от вектора  $\vec{C}$  по часовой стрелке). В таком положении образующей  $J_1J_2$  параметры  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  приобретают значения, которые определяются следующим образом.

Имеем

$$\sin \xi_J = \frac{D_{ue} \sin \gamma}{2r_{uJ}}; \quad \operatorname{tg} \omega_J = \frac{r_{uJ}}{p_K};$$

$$a_1 = a \cos \omega_J \quad (\text{рис. 90, б});$$

$$a_2 = a \sin \omega_J \quad (\text{рис. 90, б});$$

$$a_3 = a_2 \cos \xi_J \quad (\text{рис. 90, а});$$

$$a_4 = a_2 \sin \xi_J \quad (\text{рис. 90, а});$$

$$\operatorname{tg} \zeta_0 = \frac{a_3}{a_1} \quad (\text{рис. 90, в});$$

$$b_1 = b \cos \sigma_n \quad (\text{рис. 90, д});$$

$$b_2 = b \sin \sigma_n \quad (\text{рис. 90, д});$$

$$b_3 = b_2 \cos \beta \quad (\text{рис. 90, з});$$

$$b_4 = b_2 \sin \beta \quad (\text{рис. 90, з});$$

$$\operatorname{tg} \zeta_1 = b_4/b_1 \quad (\text{рис. 90, е});$$

$$b_5 = b_1/\cos \zeta_1 \quad (\text{рис. 90, е});$$

$$b_6 = b_5 \cos (\zeta_1 + \zeta_0) \quad (\text{рис. 90, е});$$

$$b_7 = b_5 \sin (\zeta_1 + \zeta_0) \quad (\text{рис. 90, е});$$

$$\operatorname{tg} \zeta = \frac{b_3}{b_6} \quad (\text{рис. 90, а});$$

$$b_8 = \frac{b_8}{b_7} \quad (\text{рис. 90, а});$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{b_8}{b_7} \quad (\text{рис. 90, е});$$

$$\psi_2 = \zeta + \gamma \quad (\text{рис. 90, а});$$

$$f_1 = \frac{R_{uJ}}{\cos \sigma_n} \cos \beta \quad (\text{рис. 90, з и д});$$

$$f_2 = \frac{R_{uJ}}{\cos \sigma_n} \sin \beta \quad (\text{рис. 90, з и д});$$

$$f_3 = f_2 \sin \zeta_0 \quad (\text{рис. 90, в});$$

$$m = (f_1 + f_3 \operatorname{tg} \zeta) \cos \zeta + r_{uJ} \cos (\psi + \xi_J - \gamma) \quad (\text{рис. 90, а});$$

$$b_9 = f_2 \cos \zeta_0 \quad (\text{рис. 90, в});$$

$$l_2 = \overline{FO_n} \cos \varepsilon = b_9 \quad (\text{рис. 90, е});$$

$$\overline{FO_n} = -z_{uJ} + R_{uJ} \operatorname{tg} \sigma_n \quad (\text{рис. 90, д}),$$

Имея в виду формулу (47), после решения перечисленных выше уравнений, получим искомые зависимости для расчета параметров  $m$ ,  $\varepsilon$  и  $\varphi$  установки оси шлифовального круга относительно червячной фрезы. Эти зависимости сведены в табл. 34.

Согласно рис. 90, в, г, д, е, координата  $z_{иJ}$  точки  $J_{и}$  профиля шлифовального круга определится по формуле

$$z_{иJ} = \frac{R_{иJ}}{\cos \sigma_{и} \sin \varepsilon} - (\sin \beta \sin \zeta_0 \cos \zeta - \cos \beta \sin \zeta) - \\ - \frac{r_{иJ} \sin(\zeta + \xi_J)}{\sin \varepsilon} + R_{иJ} \operatorname{tg} \sigma_{и}.$$

Координата  $z_{и}$  текущей точки ( $R_{и}$ ) профиля шлифовального круга определится по рис. 90, д:  $z_{и} = z_{иJ} - (R_{и} - R_{иJ}) \operatorname{tg} \sigma_{и}$ .

Для определения профиля передней поверхности червячной фрезы, полученной шлифовальным кругом с прямолинейной образующей, на профиле шлифовального круга выбирается несколько расчетных точек, положение которых задаст величиной  $\chi$ :  $R_{и} = R_{иJ} + \frac{\chi \cos \sigma_{и}}{\cos \gamma}$ .

В предлагаемом методе расчета приняты пять расчетных точек (одна точка совпадает с точкой  $J$ ). Все зависимости для расчета координат  $R_{и}$  и  $z_{и}$  профиля шлифовального круга сведены в табл. 23.

Общий порядок определения параметров установки шлифовального круга для заточки червячной фрезы будет следующим: а) задаются значения параметра  $\beta$  в пределах от  $\beta_{\min}$  до  $\beta_{\max}$  с шагом  $\Delta\beta$ . Для практических расчетов можно принимать  $\beta_{\min} = -5^\circ$ ,  $\Delta\beta = 0^\circ 10'$ ; б) по формулам табл. 23 определяются значения параметров  $m$ ,  $\varepsilon$  и  $\varphi$  установки оси шлифовального круга и значения параметров  $R_{и}$ ,  $z_{и}$  для каждой расчетной точки профиля шлифовального круга; в) по формулам табл. 3 определяются значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  профиля передней поверхности зуба червячной фрезы; г) определяются величины  $\Delta$  погрешности в каждой точке профиля передней поверхности (рис. 90, ж)

$$\Delta = -r \sin \delta \cos \gamma - \left( \frac{D_{не}}{2} - r \cos \delta \right) \sin \gamma, \\ \alpha \delta = \gamma - \arcsin \frac{D_{ре} \sin \gamma}{2r};$$

Зависимости для определения параметров  $m$ ,  $\varepsilon$ ,  $\psi$  установки и координат  $R_n$ ,  $z_n$  профиля дискового инструмента с прямолинейной образующей, применяемого для обработки передней поверхности червячных фрез

Дано:  $D_{qe}$ ,  $d_{qJ}$ ,  $p_k$ ,  $\gamma$ ,  $h$ ,  $D_n$ ,  $\sigma_n$ ,  $r_{qJ}$ . Положение расчетных точек задается величиной  $\chi$ ; положение оси шлифовального круга задается значением угла  $\beta$

Постоянные величины		
$\sin \xi_J = \frac{D_{qe} \sin \gamma}{2r_{qJ}}$	$\operatorname{tg} \omega_J = \frac{r_{qJ}}{p_k}$	$\delta_J = \gamma - \xi_J$
$\operatorname{tg} \zeta_0 = \operatorname{tg} \omega_J \cos \xi_J$	$R_{nJ} = \frac{D_n}{2} - \left( h - \frac{D_{qe}}{2} + r_{qJ} \right) \frac{\cos \sigma_n}{\cos \gamma}$	
Параметры $m$ , $\varepsilon$ , $\psi$ установки шлифовального круга		
$\operatorname{tg} \zeta_1 = \operatorname{tg} \sigma_n \sin \beta$		
$\operatorname{tg} \zeta = \frac{\cos \beta}{\frac{\cos \zeta_0}{\operatorname{tg} \sigma_n} - \sin \zeta_0 \sin \beta}$		
$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{\operatorname{tg} (\zeta_0 + \zeta_1) \cos \zeta}$		
$m = \frac{R_{nJ}}{\cos \sigma_n} (\cos \beta \cos \zeta + \sin \beta \sin \zeta_0 \sin \zeta) + r_{qJ} \cos (\zeta + \xi_J).$		
$z_{nJ} = - \frac{r_{qJ} \sin (\zeta + \xi_J)}{\sin \varepsilon} + \frac{R_{nJ}}{\cos \sigma_n \sin \varepsilon} \times$ $\times (\sin \beta \sin \zeta_0 \cos \zeta - \cos \beta \sin \zeta) + R_{nJ} \operatorname{tg} \sigma_n$		
$\psi = \zeta + \gamma + \frac{1}{p_k} \left[ (R_{nJ} \operatorname{tg} \sigma_n - z_{nJ}) \cos \xi - \frac{R_{nJ}}{\cos \sigma_n} \sin \beta \cos \zeta_0 \right]$		
Координаты $R_n$ и $z_n$ профиля инструмента		
$R_n = R_{nJ} + \frac{\gamma \cos \sigma_n}{\cos \gamma}$		
$z_n = z_{nJ} + (R_n - R_{nJ}) \operatorname{tg} \sigma_n$		

д) за оптимальные принимаются те значения параметров  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\psi$ , при которых величины  $\Delta$  в соответствующих точках будут наименьшими.

Рассмотренный метод можно применить и для расчета параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  установки дисковых угловых фрез при фрезеровании винтовых стружечных канавок.

## Глава XI

### ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ РАСЧЕТА И КОНСТРУИРОВАНИЯ РЕЖУЩЕГО ИНСТРУМЕНТА

Рассматривая частную задачу — проектирование режущего инструмента с помощью ЭВМ, необходимо четко представить состояние развития ЭВМ на сегодня, их возможности замены функций человека в процессе проектирования режущего инструмента. Для этого необходимо рассмотреть: типовые задачи и этапы проектирования инструмента; возможность и целесообразность применения ЭВМ; методы решения задач проектирования режущего инструмента с использованием ЭВМ; алгоритмизацию решения задач и примеры практического применения ЭВМ.

#### Типовые задачи и этапы проектирования инструмента

Типовыми задачами в области конструирования режущего инструмента являются: а) проектирование принципиально нового вида (типа) инструмента; б) проектирование известного вида инструмента для конкретных условий эксплуатации, т. е. проектирование специального инструмента; в) проектирование известного типа инструмента для диапазона (области) конкретных условий его эксплуатации, т. е. проектирование стандартного инструмента; г) подбор из имеющихся стандартных инструментов конкретного типоразмера для заданных условий его эксплуатации. Для каждого типа задач меняется содержание исходной информации и методы их решения.

Процесс конструирования состоит из двух фаз: первая фаза — процесс разработки научно-технических основ конструирования, включающих не только методы и правила конструирования, но и исходный фактический материал в виде разработанных кинематических схем резания, элементов конструкций, рекомендаций по выбо-

ру, геометрических параметров режущей части инструмента, режимов резания и т. д.; вторая фаза — процесс проектирования режущего инструмента, т. е. непосредственное осуществление комплекса работ по определенным методикам, разработанным в первой фазе, в результате которого выходом является чертеж конкретного инструмента.

Первая фаза процесса конструирования, включающая теоретические и экспериментальные разработки, подготавливает исходные материалы для осуществления второй фазы. Исходные материалы, которые привлекает конструктор для решения задачи, по своему содержанию и объему определяются типом задачи и фактическим наличием в его распоряжении необходимых данных. В общем случае исходными материалами являются: а) данные об обрабатываемой детали: форма и размеры обрабатываемых поверхностей, точность и шероховатость обработки, обрабатываемый материал и его характеристики; б) данные, относящиеся к технологии и организации производства деталей; серийность, характеристики предшествующих и последующих операций, данные о заготовке; в) данные о станке: модель, основные характеристики (высота центров, габариты, мощность, частота вращения шпинделей и подачи и др.); г) данные, относящиеся к приспособлениям и вспомогательному инструменту; д) данные, относящиеся к экономике и организации инструментального производства, необходимые для суждения о технологичности и экономичности разрабатываемой конструкции инструмента.

При решении поставленной задачи привлекается большое количество материалов ряда научных специальных дисциплин и общих разделов теории конструирования режущего инструмента.

Вторая фаза — собственно проектирование режущего инструмента включает в самом общем случае три этапа.

Первый этап (эскизное проектирование) — обоснование вида инструмента, основанное на рассмотрении кинематических схем резания, что одновременно предопределяет и выбор станка (метода обработки — операции). Первый этап чаще всего осуществляется технологом в процессе выбора операции или принципиальной схемы будущего станка и инструмента.

Второй этап (техническое проектирование) — выбор или создание оптимальной конструктивной схемы инст-



румента и определение параметров конструкции (обоснование типа инструмента). Этот этап является собственно первым для проектировщика инструмента. Здесь не осуществляется полная детализация конструкции и не определяются все требуемые размеры и характеристики. Однако уже здесь принимаются основные решения по принципиальному устройству инструмента, по сборочной и кинематической взаимосвязи его частей, по материалам, методам и способам получения заготовок, а также виду термической обработки. Здесь определяются размерные параметры основных частей, деталей и конструкции инструмента в целом. Расчеты осуществляются параллельно с вычерчиванием и разработкой вариантов конструкции.

Третий этап (рабочее проектирование) — выбор или создание оптимального варианта конструктивного оформления инструмента и определение параметров конструкции. Здесь на основании выбранной конструктивной схемы и компоновки (2-й этап) осуществляется процесс окончательной конструктивной доработки с определением всех недостающих размеров и других характеристик. Осуществляется детализовка, составляется спецификация и технические условия, уточняются материалы, условия термической обработки, увязываются размеры и точностные характеристики, назначаются классы шероховатости обработки поверхностей, оформляются пояснительная записка и расчеты.

После конструирования опытного образца его изготовляют, испытывают и конструктивно-технологически доводят. Затем следует этап проектирования серийного изделия.

Результаты конструирования фиксируются рабочим чертежом и техническими условиями. Главным содержанием рабочего чертежа (помимо указания материалов и класса шероховатости обработки) являются геометрические параметры, определяющие форму, размеры и взаимное расположение всех частей и деталей конструкции инструмента. Каждая конструкция определяется заданием конечных и определенным числом геометрических (линейных и угловых) параметров. Искомые параметры определяются исходными данными и требованиями. Последние могут быть представлены в виде математических зависимостей.

Параметры, определяющие конструкцию, разбиваются: а) с точки зрения факторов, их определяющих, — на

главные (определяемые условиями эксплуатации и изготовления инструмента), внутриузловые (компоновочные) и «свободные»; б) с точки зрения вида связей с факторами, их определяющими, — на однозначно связанные и неоднозначно связанные; в) с точки зрения постоянства в процессе эксплуатации — на неизменные; изменяемые в связи с износом инструмента и не восстанавливаемые; изменяемые в связи с износом инструмента и восстанавливаемые.

Определение указанных параметров является основным содержанием третьего этапа проектирования инструмента, которое осуществляется главным образом с помощью математических методов.

### Способы проектирования инструмента

Способы проектирования во многом определяются содержанием проектного задания\*. Проектное задание относится к I типу, когда схема конструкции режущего инструмента задана, и ко II типу, когда схема конструкции не задана (рис. 91).

Требования, содержащиеся в проектном задании, разбиваются на две группы: формулируемые математическими описаниями и не имеющие математических описаний. С точки зрения выполнения этих требований, они также разбиваются на две группы: требования  $n_1$ , которые могут быть обеспечены существующими методами синтеза заданной схемы конструкции и требования  $n_2$ , которые могут быть обеспечены только сравнением заданных значений с данными анализа определенной конструкции.

В общем случае проектирование конструкций режущего инструмента (как и механизмов вообще) осуществляется одним из шести способов: а) задание относится к I типу и требования соответствуют как пункту 7, так и пункту 8 (см. рис. 91) — для решения задачи необходимо использовать как методы синтеза, так и методы анализа; б) задание относится к I типу и требования соответствуют пункту 7 — для решения задачи необходимо использовать только методы синтеза; в) задание относится к I типу и требования соответствуют пунк-

---

\* Здесь используется работа [19], где изложен существующий процесс проектирования механизмов, который вполне подходит для проектирования режущего инструмента.

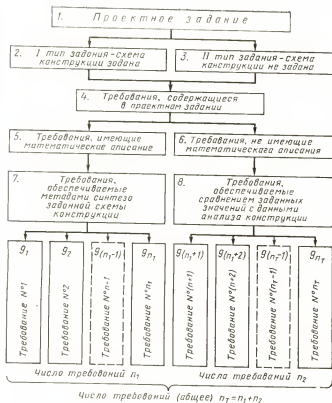


Рис. 91. Структура проектного задания на проектирование режущего инструмента

ту 8 — для решения задачи необходимо использовать только методы анализа; г) для заданий, относящихся ко II типу получим еще три способа решений задач, аналогичных изложенному, но относящихся не к конкретной схеме конструкции, а к конечному множеству схем.

Последовательность и содержание операций общепринятого метода проектирования специального режущего инструмента приведены на рис. 92. На первом этапе, когда осуществляется выбор принципиальной схемы конструкции инструмента и наиболее важных параметров (стадия эскизного проектирования), при проектном задании I типа, содержащем только совместные требования, и при удовлетворении условиям  $n_1 \geq 1$ ;  $n_2 \geq 1$ ;

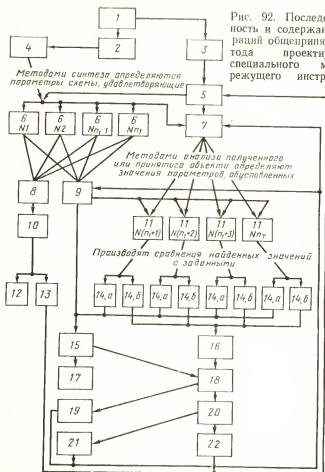


Рис. 92. Последовательность и содержание операций общепринятого метода проектирования специального металло-режущего инструмента.

1—технология существующего общепринятого метода проектирования; 2—для проектного задания I типа; 3—для проектного задания II типа; 4—исследуется схема, заданная в проектном задании; 5—проектировщик субъективно выбирает годную схему; 6—требование №...; 7—если требования 1...  $l_1$  отсутствуют, то проектировщик субъективно принимает значения параметров, определяющих схему; 8—если требования 1...  $l_1$  несовместимы, то определить параметры схемы, которые им удовлетворяют, невозможно; 9—если требования 1...  $l_1$  совместимы, то определяют параметры схемы, которые им удовлетворяют; 10—для исследуемой схемы задача не имеет решения; 11—требования №...; 12—при проектном задании I типа задача является неопределенной и не имеет решений; 13—при проектном задании II типа следует выбрать новую схему и повторить расчет; 14, а—значения совместимы; 14, б—значения не совместимы; 15—полученный или принятый вариант является одним из работоспособных вариантов; 16—полученный или принятый объект является непригодным; 17—полученный или принятый вариант отбирают для конструктивной разработки объекта; 18—для выявления еще не найденных возможных вариантов расчеты продолжают; 19—для проектного задания I типа значения параметров, определяющих схему; 20—для проектного задания II типа; 21—новые значения параметров, определяющих схему; 22—новая годная схема механизма

$(n_1 + n_2) \geq 2$ , процесс проектирования соответствует пунктам 2, 4, 6 и 9. Используя методы синтеза, определяют полное множество решений, удовлетворяющих группе требований, входящих в  $n_1$ . Если полное множество решений в пункте 9 (обозначим через  $M_9$ ) состоит из одного решения  $M_9 = 1$ , то, исследуя его методами анализа по пунктам 11 и 14, проверяют, удовлетворяет ли оно требованиям  $n_2$ , и приходят в пункты 15 и 17. Весь цикл проектирования проходит по пунктам 2, 4, 6, 9, 11, 14, 15, 17 и не требует от проектировщика ввода субъективных данных, т. е. указанный процесс соответствует строгому решению определенной задачи, имеющей единственное решение. Если  $M_9 = 1$ , то проектировщик, произвольно выбирая из этого множества какой-либо вариант, по пунктам 11 и 14 определяет его пригодность или непригодность. При непригодном варианте он из пункта 14 попадает в пункт 16, а при пригодном — в пункт 15.

Обнаружив непригодный вариант, проектировщик из пункта 16 попадает в пункты 18 и 19, откуда вновь возвращается в пункт 5, где выбирает из множества  $M_9$  новый вариант по замкнутому циклу 9, 11, 14, 16, 18, 19, 9 до тех пор, пока отобранный вариант после проверки по пунктам 11 и 14, оказавшись годным, попадает в пункт 15. Для нахождения оптимального варианта схемы конструкции необходимо перебрать все варианты множества  $M_9$  и, оценивая эти схемы, отобрать лучший для дальнейшей конструктивной проработки (техническое и рабочее проектирование).

Собычно полное множество  $M_9$  не определяют из-за трудоемкости (а при бесконечном множестве это вообще осуществить нельзя), а останавливаются после нахождения нескольких годных вариантов и, отобрав из них лучший, попадают из пункта 15 в пункт 17. В силу этой особенности проектирование в данном случае приводит к случайным результатам.

При проектном задании I типа и выполнении условий  $n_2 = 0$  процесс проектирования сводится к пунктам 2, 4, 6, 9 и определению полного множества возможных решений  $M_9$ , удовлетворяющих заданным требованиям. Если  $M_9 = 1$ , то из пункта 9 переходят в пункт 15 и для того, чтобы прийти в пункт 17 проектировщику надо оценить и отобрать лучший вариант. В этом случае задача имеет множество решений. Здесь проектировщик должен субъективно выбрать оптимизирующие параметры, по которым этот отбор будет происходить.

При проектном задании I типа и выполнении условия  $n_1=0$ , процесс проектирования ведется по пунктам 2, 4, 7. Затем, субъективно выбрав в пункте 7 параметры, по пунктам 11 и 14 выясняют пригодность выбранного варианта. При непригодном варианте из пункта 14 попадают в пункты 16, 18, 19 и вновь возвращаются в пункт 7, где принимают новые значения параметров. Это осуществляется до годного варианта, который после проверки в пунктах 11 и 14 попадает в пункт 15. Для определения других годных вариантов из пункта 15 переходят в пункты 18 и 19 и возвращаются в пункт 7, где, выбрав новые параметры, совершается следующий цикл и т. д.

При использовании описанной методики, базирующейся на взятии проб, не представляется возможным установить полное множество  $M_{15}$  возможных решений, удовлетворяющих заданным требованиям. Процесс проектирования ведется до определения нескольких годных вариантов, из которых выбирают лучший.

При проектном задании II типа множество рациональных схем чаще всего указывается в проектном задании; если схемы не указаны, то их определяет сам проектировщик (объективно или субъективно). После выбора схемы конструкции последующий процесс проектирования ведется так же, как при задании I типа, только при многократном его повторении.

Последовательность рабочего проектирования осуществляется аналогично тому, как это показано на рис. 92 для эскизного проектирования. Таким образом, обычный процесс проектирования, осуществляемый конструктором без применения ЭВМ, включает ряд субъективных решений, что приводит чаще всего к неоптимальным результатам. Следует, однако, отметить, что все сказанное относилось к проектированию специального инструмента. При разработке стандартного инструмента задача частично упрощается, так как уже имеются готовые конструкции специальных инструментов, и необходимо образовать из них ряд типоразмеров стандартного инструмента. Однако независимо от характера задач проектирования процесс проектирования включает анализ и синтез конструкций инструмента. Этот процесс состоит из последовательной цепочки логических и математических операций.

Логические операции обычно являются основой для последующих математических действий и, в свою оче-

редь, последние служат основой для следующих логических операций.

Таким образом, в любом процессе проектирования можно частично или полностью передать от человека ЭВМ выполнение математических и логических операций.

### **Возможность и целесообразность применения ЭВМ при проектировании режущего инструмента**

Применение ЭВМ при проектировании инструмента будет оправдано, если (при прочих равных условиях) при этом получим конструкции режущего инструмента более высокого качества, а затраты, связанные с проектированием, — более низкие, чем при обычном способе проектирования.

Первое условие при правильной разработке алгоритма всегда обеспечивается, так как с помощью ЭВМ удастся обычно найти оптимальное решение в процессе проектирования. При ручном способе проектирования оптимальное решение почти невозможно достичь из-за большой трудоемкости, связанной с анализом очень большого количества вариантов.

Второе условие более сложное и требует проведения соответствующих расчетов. Отметим лишь следующее: а) затраты на подготовку задачи для решения ее с помощью ЭВМ (разработка алгоритма, программы, проверка и отладка на ЭВМ) всегда больше, чем при обычном проектировании; б) время на решение задачи на ЭВМ всегда меньше, чем при обычном проектировании. Следовательно, успешное применение ЭВМ главным образом обеспечивается правильным выбором задач, совершенством разработки алгоритма и программы расчета.

В области проектирования режущего инструмента уже имеется определенный опыт использования ЭВМ [4, 7, 9, 10, 12, 16]. Опубликованные материалы по проектированию режущего инструмента с применением ЭВМ можно разбить на три группы.

1-я группа — расчеты по профилированию формообразующих участков режущих кромок инструмента. Эти расчеты — наиболее трудоемкие, были осуществлены первыми с помощью ЭВМ. К ним относятся расчеты профилей разнообразных фасонных резцов (стержневых, призматических и круглых); фасонных фрез (дис-

ковых и пальцевых) для разнообразных фасонных деталей, в том числе и для зубчатых колес и винтовых насосов; расчет профилей зуборезного инструмента, работающего по методу обкатки (червячных фрез для зубчатых колес и шлицевых валиков, зуборезных долбяков, инструмента для зуботочения и др.). Указанные расчеты осуществлялись по алгоритмам, которые составлены на основании математических формул, имеющих в литературе по проектированию режущего инструмента.

В дальнейшем, для повышения эффективности использования ЭВМ, возникла необходимость составления более общих алгоритмов, дающих возможность решать задачи профилирования определенных видов инструмента по одной универсальной программе. Однако во всех расчетах данной группы ЭВМ использовалась лишь как быстродействующая счетная машина. Эффективность такого использования ЭВМ относительно небольшая и целесообразно такие расчеты проводить лишь при большом числе их повторений.

Наиболее эффективным применением ЭВМ для расчетов данной группы явились варианты расчетов с оптимизацией. Известно, что в зависимости от параметров установки инструмента по отношению к обрабатываемой детали меняется профиль инструмента. Обычными средствами расчета проанализировать эти изменения и выбрать оптимальное решение нельзя из-за большой трудоемкости вычислений. Используя ЭВМ, удалось решить ряд задач конструирования фасонного инструмента.

1-я группа — оптимизация параметров установки фасонных дисковых фрез для обработки винтовых поверхностей [9] с получением более благоприятного профиля инструмента; оптимизация параметров установки шлифовального круга, предназначенного для радиального затылования зубьев червячных зуборезных фрез, обеспечивающих получение минимальных погрешностей, вносимых процессом затылования и последующей переточкой зуба инструмента [10]; оптимизация выбора основных параметров режущей (черновой) части протяжек [12]; расчет комплектности дисковых зуборезных фрез [21]; оптимизация выбора заменяющих окружностей вместо теоретического профиля инструмента [7] и другие.

2-я группа — расчеты режущего инструмента, включающие не только определение профиля инструмента, но и другие конструктивные параметры, которые можно оп-



ределять по математическим зависимостям. К этим расчетам относится ряд опубликованных работ ИТК АН БССР. Например, в работе Б. И. Синицына [16] при расчете червячных зуборезных фрез для цилиндрических колес определяются следующие параметры инструмента: нормальный шаг; толщина зуба; высота головки зуба; полная высота зуба; радиус у вершины зуба; радиус у ножки зуба; толщина зуба на вершине, ширина впадины профиля у ножки, наружный диаметр фрезы, число зубьев, задний угол на вершине зуба, падение затылков зуба, радиус закругления канавки, глубина канавки для фрез со шлифованным зубом, длина фрезы, средний расчетный диаметр фрезы; угол наклона винтовой нарезки; шаг винтовой нарезки, ход витков по оси, угол профиля для правой стороны зуба, угол профиля для левой стороны зуба, размеры профиля по передней поверхности, размеры фланкированного профиля.

3-я группа — расчеты по определению оптимального варианта конструкции режущего инструмента в целом, т. е. решение комплексных задач. В этом направлении наиболее крупным исследованием следует считать работу М. А. Максимова [12]. Здесь под проектированием режущего инструмента с помощью ЭВМ понимается процесс определения его пространственных форм и размеров. Для определения пространственной формы инструмента предлагается метод элементного проектирования, о котором будет сказано подробнее ниже. При этом алгоритм составляется не только для параметров, определяемых математически (что делалось в первых двух группах расчетов), но и постоянных параметров (констант) и параметров, обычно определяемых конструктивно (интуитивно или графически).

Таким образом, с помощью ЭВМ можно решать большинство задач проектирования режущего инструмента. Однако существующие теоретические основы этого проектирования недостаточно разработаны и характеризуются отсутствием общих расчетных зависимостей, охватывающих большие группы инструментов, многие вопросы не формализованы в той степени, чтобы их можно было решать на ЭВМ. Поэтому практически полный перевод на ЭВМ процесса проектирования в настоящее время большинства режущих инструментов затруднителен. Требуется дальнейшая работа в области формализации процесса проектирования режущего инструмента. Одной из целей настоящей работы и является разработ-

ка теоретических материалов, позволяющих формализовать процесс проектирования инструментов исходя из выполнения им одной из основных функций — формообразования обрабатываемых поверхностей.

Наряду с задачами проектирования режущего инструмента ЭВМ успешно могут быть использованы (и частично уже используются) при решении задач технологии изготовления инструмента, исследования процессов резания и условий эксплуатации режущего инструмента (в первую очередь для оптимизации режимов резания). Однако эти вопросы не относятся к содержанию данной работы и здесь их не рассматриваем.

### **Методы решения задач проектирования режущего инструмента с использованием ЭВМ**

При решении задач проектирования с помощью ЭВМ используются математические расчетные методы, дающие возможность определить параметры инструмента по определенным математическим формулам. При переводе процесса проектирования целиком на ЭВМ, т. е. при определении оптимального варианта конструкции в целом (комплексное решение) используется принцип поэлементного конструирования в сочетании с решением задач типа «поиск».

Принцип поэлементного конструирования основан на представлении данного вида инструмента, состоящего из определенного числа элементов (частей). Например, круглую протяжку разбивают на следующие элементы: соединительную часть (хвостовик, шейка, переходный конус, передняя направляющая, опорная цапфа); рабочую часть, состоящую из черновых, чистовых, калибрующих и иногда уплотняющих зубьев. Каждый из элементов конструкции может иметь различные варианты конструктивного оформления. Эти варианты обобщаются в соответствующие таблицы с указанием их характеристик и областей применения.

Процесс проектирования в данном случае сводится к выполнению следующих этапов: 1-й — поиск элементов конструкции, удовлетворяющих заданным требованиям; 2-й — образование сочетаний из отобранных элементов, дающих варианты конструкций режущего инструмента; 3-й — поиск вариантов конструкций, удовлетворяющих заданным требованиям; 4-й — выбор оптимального варианта конструкции.

Задача типа «поиск» формулируется следующим образом: задано множество элементов с характеристиками, требуется из этого множества отобрать такие элементы, которые удовлетворяют заданным требованиям (т. е. конкретные характеристики). При этом возможны три случая: решения нет, решение однозначно, решение многозначно. В последнем случае возникает необходимость продолжения решения задачи — поиск оптимального решения. В качестве критерия оптимизации может быть использован только экономический показатель, в то время как до этого этапа поиска задача решалась по характеристикам, имеющим вид технических ограничений.

При небольшом количестве рассматриваемых элементов и их характеристик задача поиска может быть сведена к последовательному перебору и оценке всех элементов множества. При большом множестве элементов и их характеристик решение задачи поиска затруднительно (или теоретически невозможно) осуществить даже с помощью ЭВМ. В связи с этим возникает необходимость введения таких методов (типа эвристического программирования), которые бы могли по каким-то признакам (гипотезам) из исходного множества элементов большую их часть отбрасывать и не рассматривать, как не имеющих элементов, которые могут быть использованы в качестве решений.

Одним из таких методов является метод, учитывающий жесткость условий, которые используются при решении. Если решение однозначно и есть такое требование, которое и определяет эту однозначность, то можно все остальные требования не рассматривать (если они совместны). Следует лишь отметить, что указанные здесь этапы процесса проектирования соответствуют как ручному проектированию, так и машинному с использованием ЭВМ. Отличие заключается в том, что все необходимые действия, которые необходимо осуществить машине вместо человека, теперь должны быть зафиксированы в алгоритме и соответственно в программе расчета на ЭВМ. Следовательно, основные трудности здесь будут заключаться в переводе действий человека (поиск элементов конструкции; образование сочетаний из отобранных элементов, дающих варианты конструкций; поиск вариантов, удовлетворяющих заданным требованиям; выбор оптимального варианта конструкции) в соответствующие формализованные операторы алгоритма.

Перевести на ЭВМ можно решение какой-либо частной задачи либо осуществить на ЭВМ весь процесс проектирования режущего инструмента. Естественно, что процесс перевода ручного проектирования на ЭВМ осуществлялся постепенно и начинался с решения наиболее простых задач. Наиболее простым был перевод на ЭВМ математических расчетов, т. е. выполнение машиной арифметических операций. В дальнейшем удалось создать алгоритмы расчета и проектирования режущего инструмента, в которые наряду с арифметическими операциями вошли и простейшие логические операции.

В первую очередь были решены задачи, где логические действия связаны с проверкой истинности или ложности различных высказываний, определяющих взаимосвязи характеристик объекта и этапов (операций) проектирования. Например, в работе [12] при разработке алгоритма проектирования круглых протяжек наряду с выполнением арифметических операций включены логические операторы при поиске нужного элемента конструкции или при определении расчетных зависимостей, когда они рассчитаны на использование их в определенной области применения (в последнем случае объектами выбора являются не элементы конструкции, а математические зависимости). В обоих случаях автор имел конечное множество (из малого числа элементов) или однозначное соответствие элемента с характеристикой (областью применения).

Сператор тогда записывался в алгоритме по схеме  
ЕСЛИ . . . . ТО

Например: определить тип передней направляющей круглой протяжки.

Если протягивается отверстие, предварительно обработанное сверлом, зенкером, протяжкой, разверткой, то ТИП I.

Если протягивается отверстие «по-черному», то ТИП II.

Более сложными логическими задачами являются задачи, связанные с поиском решений из множества известных вариантов на основе анализа множества условий, определяющих этот выбор.

Вариантами задачи поиска являются: а) выбор оптимального значения параметра (элемента) из множества его значений, т. е. решение задачи на экстремум (минимум или максимум значений); б) выбор оптимального сочетания значений нескольких параметров при задан-

ном условии оптимизации (целевая или целевая функция); в) выбор (поиск) решений из множества известных вариантов решений на основе анализа множества условий, определяющих этот выбор.

Первыми, кто в общем виде попытался дать математический метод поиска оптимального решения проектной задачи синтеза механизма, были авторы работы [19] Я. Ю. Шац, Р. В. Слоневский, Е. М. Шох, которые называли его методом последовательного исследования множеств.

Метод последовательного исследования множеств применительно к режущему инструменту сводится к следующему. Независимые параметры конструкции инструмента обозначаются  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  и называются исходными параметрами. Все остальные параметры конструкции, которые обозначаются  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$  являются функциями исходных параметров, т. е.

$$u_s = f_s(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где  $s = 1, 2, 3, \dots, m$ .

Схема конструкции инструмента накладывает свои ограничения на возможные пределы изменения исходных параметров. Эти ограничения назовем структурно-конструктивными условиями. Они позволяют выделить в  $n$ -мерном пространстве  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  некоторую область. В этой области каждая точка однозначно соответствует возможному варианту инструмента данной схемы, у которого значения исходных параметров равны соответствующим координатам точки. Указанную область называют областью существования инструментов рассматриваемой схемы.

Пусть для синтезируемого инструмента рассматриваемой схемы задан ряд следующих условий, которым он должен удовлетворять:

$$x_{k1} = A_{k1}; x_{k2} = A_{k2}; \dots x_{kp} = A_{kp} \quad (224)$$

и

$$u_{j1} = B_{j1}; u_{j2} = B_{j2}; \dots u_{jr} = B_{jr}, \quad (225)$$

где  $k_1, k_2, \dots, k_p$  и  $j_1, j_2, \dots, j_r$  — некоторые целочисленные значения, лежащие в интервале, соответственно удовлетворяющем условиям  $p \leq n; r \leq m$ , а  $A_{k1}, A_{k2}, \dots, A_{kp}$  и  $B_{j1}, B_{j2}, \dots, B_{jr}$  — требуемые и заданные в условиях значения соответствующих параметров.

Если условия (224), (225) совместимы, то накладываемые ими ограничения позволяют выделить из области существования одну или несколько зон, которые в дальнейшем будем называть областями  $D$ . Если область  $D$  соответствует точке, то поставленная задача синтеза имеет единственное решение и является определенной. Если область  $D$  соответствует множеству точек, то поставленная задача синтеза имеет множество возможных решений и относится к недоопределенным. В этом случае из множества конструкций, удовлетворяющих заданным условиям, следует определить оптимальный вариант.

Пусть требуется определить вариант инструмента, оптимального по конечной последовательности параметров:

$$u_{оп1}, u_{оп2}, u_{оп3}, \dots, u_{опk}, \quad (226)$$

которые называются оптимизирующими параметрами.

Исследуя в области  $D$  функцию

$$u_{оп1} = f_{оп1}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (227)$$

на экстремум, определим область  $D_1$ , в которой  $u_{оп1}$  достигает оптимума. Проведя аналогичные расчеты по всем последующим оптимизирующим параметрам, получим конечную последовательность вписываемых друг в друга областей:

$$D \supseteq D_1 \supseteq D_2 \supseteq \dots \supseteq D_k.$$

Решение недоопределенной задачи заканчивается нахождением области  $D_k$ , так как любая точка, взятая из этой области, соответствует определенному варианту инструмента, удовлетворяющему условиям (224), (225), одновременно являющимся оптимальным по конечной последовательности (226) оптимизирующих параметров.

Количество расчетов, связанных с поиском оптимального варианта, можно сократить, если учесть различную жесткость условий, которые накладывает отдельные оптимизирующие параметры. В том случае, когда в последовательности (226) нет окончательных оптимизаторов, расчет следует продолжить с привлечением новой последовательности оптимизирующих параметров, указанных в формуле (226).

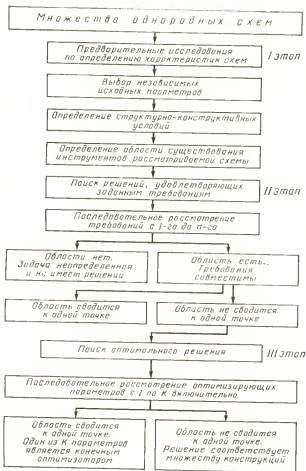


Рис. 93. Последовательность расчетов при синтезе оптимального варианта схемы конструкции металлорежущего инструмента

Задачи типа II, в которых схема конструкции неизвестна, решаются сложнее, однако их решения осуществляются по той же методике, что и задачи типа I. Для каждой рассматриваемой схемы определяют оптимальный вариант инструмента, а затем из полученного мно-

жества оптимальных вариантов отбирают наиболее оптимальный.

Последовательность расчетов при синтезе оптимального варианта схемы (в нашем случае это применимо к 1-му этапу проектирования, когда обосновывается выбор вида инструмента или выбор кинематической схемы обработки; ко 2-му этапу проектирования, когда обосновывается выбор конструктивной схемы инструмента, т. е. на этапе эскизного проектирования, и на 3-м этапе, если окончательное конструктивное оформление решается на основе принципа поэлементного проектирования), проводимых по предложенному методу, показан на рис. 93. Последовательность расчетов: состоит из трех этапов: а) предварительных исследований по определению характеристик рассматриваемых схем; б) поиска решений, удовлетворяющих заданным требованиям; в) поиска оптимальных решений.

Следует однако отметить, что приведенный метод последовательного исследования множеств является в данном изложении скорее логической схемой, на основе которой осуществить разработку алгоритма затруднительно.

Подробно основные вопросы теории автоматизации синтеза машиностроительных конструкций разработаны в работах д-ра техн. наук Г. К. Горанского. В работе [2] задача поиска сводится к следующему: имеется множество элементов  $Y\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ , из которого необходимо выбрать конкретный элемент  $y_i$ ; каждый из элементов множества  $Y$  определяется набором характеристик  $x$ , образующих, в свою очередь, множество  $X\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ ; для конкретного набора характеристик требуется подобрать из множества  $Y$  соответствующие элементы  $y_i$ , удовлетворяющие этим характеристикам. Поиск решения осуществляется по схеме (табл. 24).

В приведенной табл. 24 принято отмечать через нуль отсутствие связи между данной характеристикой  $x_j$  и данным элементом  $y_i$  и через единицу — наличие связи. Решением будет такая совокупность элементов множества  $Y$ , которая удовлетворяет по всем заданным характеристикам, т. е. в табл. 24 в столбце  $y_i$  находятся лишь одни единицы.

Решается задача поиска на основе математической логики и теории множеств. Задача поиска оптимального выбора решений возникает на различных этапах проектирования режущего инструмента. На 1-м этапе при обо-



Элементы множеств и их характеристики

Характеристики (множества $x$ )	Элементы множества							
	$y_1$	$y_2$	$y_3$	...	$y_l$	...	$y_{n-1}$	$y_n$
$x_1$	0	0	0		1		1	1
$x_2$	1	0	1		1		0	1
$x_3$	0	1	1		1		1	1
$\vdots$	0	0	1		1		0	0
$x_j$	0	1	0		1		0	1
$x_{m-1}$	1	0	0		1		0	0
$x_m$	1	1	0		1		0	0

сновании вида инструмента, основанном на рассмотрении кинематических схем резания; на 2-м этапе, когда ведется выбор оптимальной конструктивной схемы инструмента и определение параметров конструкции (обоснование типа инструмента), т. е. на этапе эскизного проектирования; на 3-м этапе, когда осуществляется выбор оптимального варианта конструктивного оформления инструмента, т. е. при рабочем проектировании. Для того чтобы задачи конструирования были сведены к задаче поиска, был использован принцип поэлементного конструирования, о котором было сказано выше.

Используя общую методику решения задач проектирования, изложенную выше, разработаны общие схемы проектирования специального инструмента (рис. 94), нормализованного или стандартного инструмента (рис. 95) и общая схема осуществления выбора (поиска) конкретного типоразмера инструмента из числа имеющих в нормальных и стандартах (рис. 96).

Из изложенного можно сделать следующие выводы.

1. В основе конструирования режущего инструмента лежит принцип поэлементного конструирования.

2. В зависимости от характера задачи конструирования в качестве элементов, на основе комбинации которых создается искомая конструкция, могут быть: а) плоские линии, комбинация которых определяет конструктивные формы и размеры, например, сечения зуба инст-

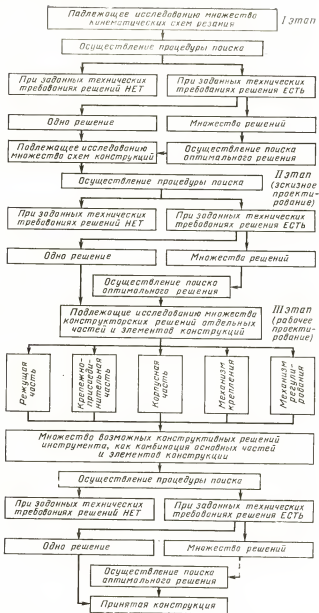


Рис. 94. Общая схема проектирования специального металлорежущего инструмента

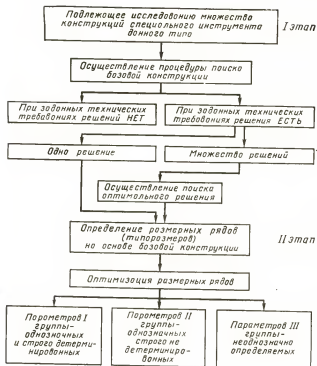


Рис. 95. Общая схема проектирования стандартного инструмента

румента, стружечной канавки, корпусной (державочной) части инструмента и т. д.; в качестве указанных линий обычно берут наиболее простые (прямые, дуги окружности, эвольвента окружности, архимедова и логарифмическая спирали, кривые 2-го порядка и их сочетания); б) поверхности, комбинация которых определяет конструктивные формы и размеры всех частей и элементов конструкции любого инструмента; в) известные конструктивные решения частей и элементов конструкции инструмента (режущей корпусной, крепежно-присоединительной частей и т. д.).

3. Основная задача, которая решается при конструировании, представляет задачу типа «поиск».

4. Решение задачи типа «поиск» (как и других задач) осуществляется методами анализа и синтеза.

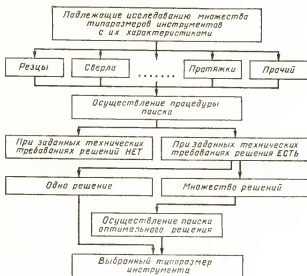


Рис. 96. Общая схема осуществления выбора (поиска) конкретного типоразмера инструмента из числа имеющихся в нормалях и стандартах

5. Способами осуществления анализа и синтеза являются: а) при ручном проектировании — математические, графические, словесные (логические) и интуитивные (по конструкторским соображениям); б) при машинном проектировании с помощью ЭВМ можно использовать только математические и логические (математическая логика) способы.

6. Математические способы решения задач на ЭВМ сводятся к выполнению четырех арифметических действий. При этом вычислительные задачи могут быть: простыми, разветвляющимися и циклическими, в том числе вариантными с оптимизацией.

При решении разветвляющихся и циклических вычислительных задач приходится решать логические задачи, связанные с проверкой истинности или ложности различных высказываний, определяющих взаимосвязи процесса решения вычислительной задачи.

7. При решении задачи типа «поиск» кроме вычислительных задач имеет место решение логических задач, которые связаны с выбором элемента из множества изве-

стных элементов конструкции на основе анализа множества условий, определяющих этот выбор. При малых множествах элементов конструкций и множествах условий их применения задача типа «поиск» решается последовательным перебором всех вариантов. Однако этот процесс может быть слишком длительным (при больших множествах) или вообще невыполнимым (при бесконечном множестве). В этом случае рекомендуется использовать решение задачи типа «поиск» с помощью метода построения минимизированных граф-схем.

Задача типа «поиск» резко упрощается, если в качестве элементов конструкции берутся основные части инструмента и при этом их области применения однозначны. Тогда задача поиска сводится к решению логической задачи типа «ЕСЛИ . . . ТО».

### **Алгоритмизация процесса расчета и проектирования режущего инструмента**

**Алгоритм и его свойства.** Процесс проектирования режущего инструмента с помощью ЭВМ возможен только при условии правильной подготовки задач, т. е. при соответствующей формализации и построении алгоритмов. Понятие алгоритма возникло в области математики и первоначально определялось, как точное общепонятное предписание, определяющее процесс преобразования исходных данных в искомый результат. При этом предполагалось, что алгоритм обладает тремя свойствами: а) определенностью, т. е. точностью, не оставляющей места для произвола, и общепонятностью; б) массовостью, т. е. возможностью исходить из любых исходных данных, принадлежащих некоторому, довольно обширному (иногда даже бесконечному) множеству исходных данных; в) результативностью, т. е. свойством определять процесс, который для любых допустимых исходных данных (т. е. принадлежащих вышеупомянутому множеству) приводит к получению искомого результата.

В простейших случаях алгоритм является совокупностью элементарных предписаний. Приведенные определения алгоритма для решения технических задач с помощью ЭВМ вполне приемлемы и определяют суть и содержание процесса алгоритмизации.

Помимо общего определения понятия алгоритма необходимо указать ряд конкретных требований, которые желательно выполнить при его разработке, имея в виду

решение инженерных задач в области проектирования вообще и режущего инструмента в частности. Исходя из определения, что алгоритм включает предписание, определяющее процесс преобразования исходных данных, возникает вопрос — что должно быть использовано в качестве предписаний при решении задач проектирования режущего инструмента.

В качестве предписаний, определяющих процесс преобразования исходных данных в искомый результат, при проектировании режущего инструмента могут быть:

- а) расчетные математические зависимости (например, при решении задач профилирования режущих кромок, при определении ряда размеров инструмента и т. д.);
- б) конкретные рекомендации, построенные по принципу «ЕСЛИ... ТО», т. е. если выдерживаются такие-то условия, то рекомендуется взять искомую величину такой-то;
- в) логические правила.

Возникает вопрос — где должны быть взяты логические правила? Ответ на этот вопрос имеется в технической литературе, посвященной задачам проектирования, например, в работе [19] при разработке математического поиска оптимального решения проектной задачи авторы берут в основу существующий опыт конструкторов.

Все известные в настоящее время работы по применению ЭВМ при проектировании режущего инструмента основаны на использовании существующего богатого опыта конструирования, зафиксированного в технической и учебной литературе.

**Определенность алгоритма.** Из определения алгоритма следует, что он должен обладать определенностью. Это свойство применительно к проектированию режущего инструмента впервые рассмотрено в работе [12]. Здесь отмечен случай неопределенности — наличие правил, в которых определяемые величины даются в пределах «от» и «до». При разработке алгоритма в этом случае подобные правила должны быть сформулированы однозначно или должна быть сформулирована вариантная задача с оценкой оптимальности.

Следует отметить, что неоднозначность чаще всего возникает при определении искомых величин в недоопределенной задаче, т. е. когда число неизвестных превышает число ограничивающих зависимостей (уравнений). Эта неоднозначность устраняется дополнением недостающих ограничений, в качестве которых чаще всего выступают экономические ограничения, которые служат кри-

териями оптимизации выбора искомых величин. Наконец, неоднозначность возникает в силу отсутствия каких-либо сформулированных правил и положений для определения искомой величины. Спределение этих величин конструктор осуществляет субъективно, исходя из своего опыта, либо на основе вычерчивания. В этом случае необходимо формализовать такие действия проектанта в виде соответствующих правил, формул и предписаний.

**Массовость алгоритма.** Рассматривая это свойство, т. е. возможность с помощью алгоритма решать не одну, а целую группу задач, отличающихся исходными данными, необходимо определить границы массовости алгоритма. Обычно стремятся разрабатывать алгоритм с наиболее широкими границами массовости. Однако существуют оптимальные границы, которые определяются в каждом конкретном случае.

Расширение границ массовости алгоритма возможно лишь при наличии разработанных в пределах этих границ правил, положений, предписаний, определяющих процесс преобразования исходных данных в искомый результат. Таким образом, первым и главным ограничением для расширения границ массовости алгоритма служит достигнутый уровень (степень обобщения) научно-технических знаний в той области, в которой решается данная задача. Например, в настоящее время не существует общей теории профилирования режущих кромок инструмента. В таких условиях бессмысленно ставить задачу разработки одного алгоритма, рассчитанного на определение профиля режущих кромок для любого инструмента. С расширением наших знаний всегда появляется объективная возможность соответственного расширения границ массовости соответствующих алгоритмов. В связи с этим вытекает важное требование — возможности осуществления соответствующих изменений без коренной переработки алгоритма.

Для решения задачи с затратой малого количества времени программа или ее часть, представляющая полное окончательное решение какого-то вопроса, должна уменьшаться в оперативной памяти машины. Увеличение универсальности алгоритма может привести к увеличению затрат времени при проектировании. В связи с этим возникает условие, определяющее границы массовости алгоритма — разрабатываемые алгоритмы должны быть рассчитаны на заполнение оперативной памяти наиболее часто эксплуатируемых в СССР ЭВМ. При разработ-

ке алгоритма недопустимы неясности, неоднозначности, непоследовательности и другие моменты, имеющие место при ручном проектировании, рассчитанном на некоторые «догадки» человека. Это приводит к тому, что правильно разработанные алгоритмы проектирования режущего инструмента: а) являются лучшими методиками и инструкциями для ручного проектирования; б) дадут возможность обнаружить недостатки в существующих расчетах и отсутствие соответствующей информации, необходимой для качественного проектирования.

**Принятые способы изложения алгоритмов.** К алгоритму предъявляется требование записи в наглядной и компактной форме, удобной для практического использования. Используются три способа изложения алгоритмов.

**Первый способ** — запись алгоритма в обычном виде, где каждый пункт (оператор) соответствует определенному этапу решения задачи. В содержание пункта входят текстовое краткое пояснение и формулы, которые используются при вычислениях. Пункты нумеруются сквозной нумерацией. Здесь затруднительно указывать словесно взаимосвязь пунктов.

**Второй способ** — запись алгоритма в виде блок-схемы. При этом способе запись алгоритма представляется в виде последовательности прямоугольников-блоков. Каждый блок, по сути дела, соответствует оператору в первом способе изложения алгоритмов. Блоки соединяются стрелками, указывающими связь между различными этапами (операторами). Эта форма записи более наглядна и особенно выгодна при наличии разветвляющегося и циклически повторяющегося вычислительного процесса.

**Третий способ** — запись алгоритмов в операторной форме. Здесь каждый этап вычислительного процесса изображается с помощью специального символа-оператора. Каждый оператор изображается определенной буквой и получает название, соответствующее тому этапу, который он изображает.

При записи алгоритмов в операторной форме руководствуются следующими правилами: 1) операторы имеют сквозную порядковую нумерацию независимо от их назначения; 2) если символы двух операторов стоят рядом, то это означает, что стоящий справа оператор получает управление от соседнего слева оператора; 3) если оператор, стоящий справа, не получает управление от оператора, стоящего слева, то между этими операторами



ставится точка с запятой; 4) передача управления к оператору, не стоящему справа рядом, обозначается стрелкой.

Операторная схема более компактна, чем блок-схема, но менее наглядна и требует расшифровки значения каждого оператора.

**Исходная информация и ее формализация, классификация и кодирование.** Формы представления и способы хранения информации, присущие неавтоматизированному проектированию, неприемлемы при автоматизированном проектировании с помощью ЭВМ. Исходные данные, относящиеся к обрабатываемой детали, станку, приспособлениям и оснастке, инструменту предварительно должны быть классифицированы, а затем закодированы.

В том случае, если исходные данные определяются по таблицам других исходных данных, а также когда расчет заменяется табличными данными, то для упрощения программирования все таблицы целесообразно представить в стандартной форме — в виде структурных таблиц. В структурных таблицах все условия, проверяемые при выборке из таблицы, представлены в виде двух списков: условий выборки строки и столбца. Для каждой строки и каждого столбца на специальных полях указываются крестиками те условия, которые должны выполняться при выборке данной строки или данного столбца.

Использование структурных таблиц позволяет вводить их в ЭВМ без дополнительной шифровки.

**Оптимизация алгоритмов.** Алгоритм проектирования представляет совокупность последовательно изложенных логических и вычислительных действий. Эта совокупность разбивается на этапы, каждый из которых предназначен для решения определенной задачи всего процесса проектирования. Первичная информация, переработанная на основе первого этапа, служит внешней информацией для осуществления последующего этапа и т. д. Для оптимизации алгоритма необходимо использовать наиболее качественные основы его составления, т. е. современные научно-технические данные, имеющиеся у специалистов данной отрасли. Кроме этого желательно само построение алгоритма осуществлять в виде сочетания стандартных операторов с добавлением специальных, присущих решению данной задачи.

Стандартным оператором является оператор, используемый неоднократно при разработке различных алгоритмов. Выявление повторяющихся этапов алгоритмов

проектирования режущего инструмента является одним из основных мероприятий его оптимизации.

В связи с указанным возникает необходимость: а) изучить и в кратком виде изложить имеющиеся основные правила проектирования режущего инструмента; б) обобщив эти правила, свести их к решению типовых задач; в) найти общие этапы решения задач и свести их к стандартным операторам (подпрограммам); г) унифицировать расчетные формулы при определении аналогичных параметров конструкции различных типов инструментов.

В связи с отсутствием общей теории расчета и конструирования режущего инструмента на ЭВМ переводились решения отдельных частных задач, о чем было сказано выше.

Проведенный анализ методов решения задач проектирования режущего инструмента позволяет сделать вывод, что так как в основе процесса проектирования лежит один общий принцип поэлементного проектирования и при этом решается один общий тип задач — поиск, возможно перевести эту задачу в разряд стандартных. При этом рассматривать ее в виде трех разновидностей: а) при наличии у каждого элемента множества однозначной области применения задача поиска сводится к решению логической задачи «если... то»; б) при малых множествах элементов конструкций и множества условий их применения задача поиска сводится к последовательному перебору всех вариантов; в) при больших множествах решать задачу поиска методом построения минимизированных граф-схем.

Из частных задач проектирования режущего инструмента можно перевести в разряд стандартных программ решение задач формообразования поверхностей инструментами на основе обобщенных теоретических разработок.

В настоящей работе такие обобщенные теоретические разработки на основе единого метода выполнены для всех дисковых, реечных и червячных инструментов. Стандартные программы для решения различных вопросов формообразования поверхностей оформлены в виде отдельных стандартных операторов (блоков).

Пользование стандартными блоками проиллюстрируем на примере расчета червячной фасонной фрезы.

Исходными данными являются координаты  $r$ ,  $\delta$  и углы  $\xi$  профиля детали, винтовой параметр  $p$ , конструк-

Перечень стандартных блоков, используемых при расчете  
дискового, реечного и червячного инструментов

№ п/п	Наименование блока	Параметры	
		входные	выходные
1	Определение профиля дискового инструмента, предназначенного для обработки винтовой поверхности	$p, m, \varepsilon, \psi, r, \delta, \xi$	$x_n, y_n, z_n, R_n, \sigma_n$
2	Определение участка профиля дискового инструмента, контактирующего с заданной винтовой линией	$p, r_j, \delta_j, m, \varepsilon, \psi, z$	$x_n, y_n, z_n, R_n, \sigma_n$
3	Определение профиля винтовой поверхности, образованной дисковым инструментом с заданным профилем	$p, m, \varepsilon, \psi, R_n, z_n, \sigma_n$	$r, \delta, \xi$
4	Определение профиля винтовой поверхности, образованного точкой излома профиля дискового инструмента	$p, R_{нК}, z_{нК}, m, \varepsilon, \psi, y_n$	$r, \delta, \xi$
5	Определение профиля инструментальной рейки, предназначенной для обработки винтовой поверхности	$p, r_n, \varepsilon_p, \psi_p, r, \delta, \xi$	$x_p, z_p, \alpha_p$
6	Определение участка профиля инструментальной рейки, контактирующей с заданной винтовой линией	$p, r_j, \delta_j, r_n, \varepsilon_p, \psi_p, z$	$x_p, z_p, \alpha_p$
7	Определение профиля винтовой поверхности, образованной реечным инструментом с заданным профилем	$p, \varepsilon_p, r_n, \psi_p, x_p, z_p, \alpha_p$	$r, \delta, \xi$
8	Определение профиля винтовой поверхности, образованного точкой излома профиля реечного инструмента	$r_n, p, x_{пК}, z_{пК}, \varepsilon_p, \psi_p, \varphi$	$r, \delta, \xi$

№ п/п	Наименование блока	Параметры	
		входные	выходные
9	Определение основного червяка по заданной инструментальной рейке	$p_r, r_{qn}, \lambda_n, \psi_q,$ $x_q, z_p, a_p$	$r_q, \delta_q, \xi_q$
10	Определение профиля основного червяка, образованного точкой излома инструментальной рейки	$p_q, r_{qn}, \lambda_n, \psi_q, x_{pK},$ $z_{pK}, \varphi_q$	$r_q, \delta_q, \xi_q$
11	Определение профиля инструментальной рейки по заданному основному червяку	$p_q, r_{qn}, \lambda_n, \psi_q,$ $r_q, \delta_q, \xi_q$	$x_p, z_p, a_p$
12	Определение участка профиля инструментальной рейки, образованного точкой излома профиля основного червяка	$p_q, r_{qK}, \delta_{qK},$ $r_{qn}, \lambda_n, \psi_q, z_q$	$x_p, z_p, a_p$
13	Определение координат режущей кромки червячной фрезы с винтовой передней поверхностью	$p_q, r_{qe}, \gamma_{qe},$ $p_k, r_q, \delta_q, \xi_q$	$x_{qL}, y_{qL}, z_{qL}, x_{qS},$ $z_L, \beta_a, \beta_s$
14	Определение координат режущей кромки червячной фрезы с плоской передней поверхностью	$p_q, r_{qe}, \gamma_{qe}, \Omega,$ $r_q, \delta_q, \xi_q$	$x_{qL}, y_{qL}, z_{qL}, x_{qS},$ $z_L, \beta_a, \beta_s$
15	Определение профиля затылованной поверхности червячной фрезы (кривая затылования — дуга окружности)	$r_{qno}, r_{6n}, a_0, p_q,$ $p_6, p_k, x_{qL},$ $y_{qL}, z_{qL}, \varphi_{qL}, \beta_a, \beta_s$	$r_6, \delta_6, \xi_6$
16	Определение профиля резца для затылования червячных фрез (кривая затылования — дуга окружности)	$r_6, \delta_6, \xi_6, p_6, r_{6s},$ $\alpha^*, \gamma^*, \gamma^*, \lambda^*, \delta_{6s}$	$x_6^*, y_6^*, z_6^*, x_L^*,$ $y_L^*, x_N^*, y_N^*$
17	Определение профиля резца для затылования червячных фрез с помощью архимедова кулачка	$p_6, \lambda^*, \alpha^*, \gamma^*, a,$ $x_{qL}, y_{qL}, z_{qL}, x_{qLS},$ $y_{qLS}, z_{qLS}$	$x_L^*, y_L^*, x_N^*, y_N^*$

№ п/п	Наименование блока	Параметры	
		входные	выходные
18	Определение профиля шлифовального круга для затылования червячных фрез с помощью архимедова кулачка	$p_6, a, m, \epsilon, \psi,$ $x_{ч1}, y_{ч1}, z_{ч1}$	$x_{ш}, y_{ш}, z_{ш}, R_{ш}$
19	Определение координат режущей кромки и параметров торцового профиля боковой затылованной поверхности червячных фрез для эвольвентных зубчатых колес	$m_d, a_p, S_p,$ $r_{чe}, r_{чн}, Z_{ч}, Z_{ф},$ $\gamma_{чe}, p_k, k, r_{ч}$	$x_{ч1}, y_{ч1}, z_{ч1},$ $z_{ч6}, \delta_6, \xi_6$
20	Определение величины отклонения расчетных точек теоретически точной боковой затылованной поверхности червячной фрезы от режущей кромки затылованного резца	$p_6, r_{ч}, \delta_{ч}, y_{чQ}$	$\Delta z_{ч6}$
21	Определение технологических параметров установки шлифовального круга при затыловании червячных фрез для эвольвентных зубчатых колес	$p_6, r_{ч1}, \gamma_{6J},$ $\xi_{6J}, R_{шJ}, a_{ш}, y_{чQ}$	$m, \epsilon, \psi$
22	Определение технологических параметров установки шлифовального круга на станке при затыловании червячных фрез для эвольвентных зубчатых колес	$m, \epsilon, \psi, r_{чJ}, z_{6OJ},$ $\xi_{6Q}, a_{ш}, \xi, \nu,$ $\beta, t_J, z_{шJ}$	$h, \zeta_B, \zeta_r, T$
23	Определение параметров утолщений головки профиля зуба инструментальной рейки для обработки зубчатых колес под шевингование	$r_n, r_F, \delta_F, \xi_F,$ $f, \Delta f, d_p, S_{\Delta}, h_p'$	$d_y, Q_p, h_{y1}, h_{y2}$
24	Определение радиуса начального цилиндра детали	$p, r, \delta, \xi, m,$ $\psi, Q$	$r_n$

№ п/п	Наименование блока	Параметры	
		входные	выходные
25	Определение профиля дискового инструмента, затылованного шлифовальным кругом, при заданной величине стачивания режущей части	$\alpha, m, R_{ш}, \zeta$	$R_n$
26	Аппроксимация теоретической кривой технологическими кривыми	$R_n, z_n, \sigma_n$	$q, t, \varrho_n$
27	Определение параметров установки конического шлифовального круга для заточки червячных фрез	$D_{чз}, d_{чз}, p_k, \gamma, h, D_n, \sigma_n, r_{чл}$	$m, z, \psi$

тивные параметры фрезы  $r_{чн}, \gamma_{чс}, z_{ч}, \lambda_n, p_k, \psi_{ч}$ . В случае, если профиль детали задан другими параметрами, то необходимо заданные параметры пересчитать и для каждой расчетной точки на профиле детали определить  $r, \delta, \xi$ . Для этого в алгоритм расчета должен быть введен специальный блок.

Для расчета червячной фрезы необходимо разработать управляющую программу, с помощью которой должен осуществляться расчет на основе использования стандартных блоков из указанного выше перечня. В данном примере последовательность использования блоков такова: а) с помощью блока 24 (см. табл. 25) определяется радиус  $r_n$  начального цилиндра; предварительно вводятся условия на выбор; б) с помощью блока 5 определяются координаты профиля инструментальной рейки и профильные углы в каждой расчетной точке; в) с помощью блока 9 определяются координаты и профильные углы торцового профиля основного червяка; г) с помощью блока 13 (или 14) определяются координаты режущей кромки червячной фрезы; предварительно вводятся данные о характере передней поверхности фрезы (винтовая или плоская) и соответствующие конструктивные параметры ( $r_{чс}, \gamma_{чс}, p_k$ ); д) с помощью блока 15 определяются координаты и профильные углы торцового профиля боковой затылованной поверхности червячной фрезы, если линия затылования — дуга окружности;

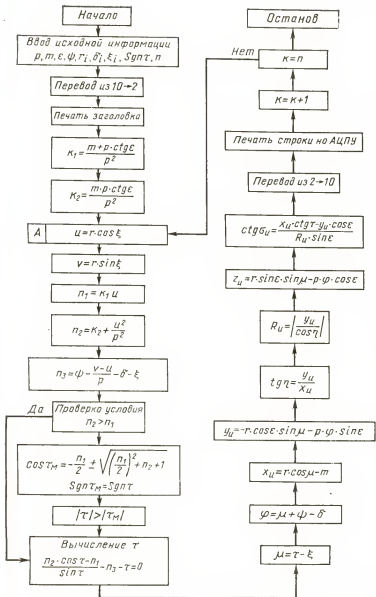


Рис. 97. Блок-схема программы «Расчет профиля инструмента»

е) с помощью блока 16 (если линия затылования — дуга окружности) или блока 17 (если линия затылования — архимедова спираль) определяются координаты профиля затыловочного резца; ж) с помощью блоков 15 и 1 (если линия затылования — дуга окружности) или блока 18 (если линия затылования — архимедова спираль) определяются координаты профиля шлифовального круга для затылования фрезы.

Для удобства составления программы расчета применительно к конкретной модели ЭВМ перечисленные выше блоки расчетов оформляются в виде блок-схем. На рис. 57 приведена блок-схема решения зависимостей табл. 1 (блок I).

В некоторых задачах, связанных с формообразованием поверхностей инструментами, возникает необходимость решения трансцендентных задач. При ручном расчете решение таких уравнений затруднительно и требует относительно большой затраты времени. При расчетах на ЭВМ существуют операторы, обеспечивающие решения таких уравнений с любой точностью. Наиболее простым методом решения, на основе которого разрабатывается программа, является метод последовательного деления отрезка, внутри которого определяются корни уравнения.

Таким образом, используя приведенные выше стандартные блоки, можно решать различными задачами формообразования деталей дисковыми, реечными и червячными инструментами, т. е. очень большую группу инструментов, включающую разнообразные фасонные фрезы, предназначенные для фрезерования стружечных канавок у инструментов; резьбовые гребенчатые фрезы; дисковые фрезы для обработки червяков; дисковые и пальцевые фрезы для обработки зубчатых колес и винтов; зуборезные гребенки; зуборезные долбяки, червячные фрезы для обработки зубчатых колес, шлицевых валиков, звездочек цепных передач и других зубчатых деталей и т. д.

Во втором разделе книги будут рассмотрены примеры расчетов указанных инструментов, осуществленные с помощью ЭВМ.

---



## Раздел II

### Расчеты дисковых, реечных и червячных инструментов

---

Ниже приведены некоторые общие замечания, касающиеся выполнения конкретных расчетов дисковых, реечных и червячных инструментов.

При решении большинства задач по формообразованию деталей по заданным параметрам в нескольких так называемых расчетных точках ее профиля надо определить параметры  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$ . Для каждого типа детали и способа задания ее профиля схема расчета параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  будет отдельная. Количество расчетных точек выбирается в зависимости от способа оформления профиля инструмента. Если профиль инструмента будет строиться по координатам отдельных точек, то чем больше их будет взято на профиле детали, тем точнее будет профиль инструмента. Если же теоретический профиль инструмента будет заменен системой дуг окружностей или отрезков прямой, то число и место расчетных точек на профиле поверхности детали выбирается в зависимости от принятой схемы оформления профиля инструмента. Применение ЭВМ для решения этой задачи оправдывает себя только в том случае, если принятая схема расчета параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  охватывает большое количество однотипных деталей с различными размерами (сверл, фрез, зубчатых колес, шлифовых валиков и др.). Иногда (например, при расчете радиуса  $r_n$  начального цилиндра) параметры  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  можно определять графически, измеряя их на тщательно выполненном чертеже зубчатой детали.

В частных случаях обработки конкретных деталей при решении задачи о возможности обработки заданного профиля, выборе рациональных значений параметров установки инструмента относительно детали, при расчете параметров режущей части инструмента расчетные зависимости, выведенные в I разделе книги, могут упрощаться. Этими упрощениями следует пользоваться только в том случае, если расчет ведется на обычных

счетных устройствах. В случае применения ЭВМ программа решения должна быть составлена для общего вида указанных зависимостей, что позволит для решения задач по формообразованию различных деталей иметь минимум программ.

Способ замены теоретического профиля инструмента системой дуг и отрезков прямых зависит от точности, которая предъявляется к профилю обрабатываемой детали или к его отдельным участкам. Поэтому схема замены определяется в каждом конкретном случае обработки и только частично может быть распространена на группу однотипных деталей. Чтобы не усложнять методику расчетов и тем самым предупредить возможные ошибки при изменении знаков у параметра  $p$  деталей с винтовым зубом и параметра  $p_{\text{ч}}$  основного червяка, желательно все расчеты инструмента проводить для правой винтовой поверхности. Если же в действительности будет обрабатываться левая винтовая поверхность или будет левый основной червяк инструмента, то это надо учесть только при оформлении рабочего чертежа и установке инструмента на рабочем месте, так как профиль инструмента будет одинаковым для правой и левой винтовой поверхности.

Точность вычислений, проводимых в процессе решения конкретной задачи, зависит как от самой задачи, так и от точности, которая предъявляется к деталям. Если решение задачи по формообразованию деталей производится на ЭВМ, то точность всех вычислений определяется только возможностями машины. При решении этих задач с помощью обычных счетных устройств точность расчета должна находиться в зависимости от вида задачи. В частности, при расчете радиуса начального цилиндра детали, когда требуется выполнять условия, определяемые неравенствами, точность расчета параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ ,  $q$  и  $r_{\text{н}}$  может быть значительно ниже, чем при расчете профиля инструмента.

Для определения некоторых параметров, характеризующих процесс формообразования деталей, расчетные зависимости имеют форму трансцендентных уравнений или уравнений выше третьей степени. В настоящей работе они решаются методом последовательных приближений. Этот метод решения уравнений изучается при прохождении элементарного курса дифференциального исчисления и широко известен в литературе, поэтому из-

положение его опущено и даны только ссылки на справочную литературу.

В каждом конкретном случае обработки поверхности детали предполагается, что ось  $z$  системы координат  $xyz$  детали всегда совпадает с осью детали. Положение же профиля винтовой поверхности в этой системе координат может быть принято любым, наиболее удобным в каждом отдельном случае для определения параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  в расчетных точках этого профиля или параметров установки инструмента.

Окончательное оформление профиля инструмента приходится делать в зависимости от принятой схемы замены его теоретической формы и расположения на его корпусе базовых поверхностей. Поэтому в каждом конкретном случае оформления профиля инструмента наряду с рассчитанными ранее параметрами  $R_{\Pi}$ ,  $z_{\Pi}$ ,  $\sigma_{\Pi}$ ,  $\varrho_{\Pi}$ ,  $x_p$ ,  $z_p$ ,  $\alpha_p, \dots$ , имеющими свои знаки в системе координат инструмента, возникает необходимость вводить новые параметры, характерные только для данного типа инструмента. Знаки последних принято считать положительными в соответствии с построениями схемы окончательного оформления профиля. Таким образом, в расчетных зависимостях, выведенных для замены теоретической формы профиля дугами кривых или отрезками прямых, параметры  $R_{\Pi}$ ,  $z_{\Pi}$ ,  $\sigma_{\Pi}$  имеют знаки, принятые в системе координат инструмента, а остальные — те знаки, которые им предписываются принятой схемой оформления профиля.

Ниже приведены примеры решения различных задач, связанных с формообразованием винтовых поверхностей и зубчатых деталей дисковыми, реечными и червячными инструментами. Каждая задача представляет собой большую или меньшую часть полного расчета инструмента. Поэтому перед решением конкретной задачи перечисляются параметры, которые должны быть известны для решения этой задачи и определены ранее. Чтобы при ограниченном объеме настоящей книги можно было отразить специфику решения большинства вопросов формообразования поверхностей, встречающихся на практике, подробные численные решения примеров изложены только для нескольких типовых и наиболее распространенных задач. Для части задач приведены только схемы и результаты решения.

Решение большинства задач осуществлялось с помощью ЭВМ «Минск-22» и «Минск-32» с точностью до седь-

мого знака. Результаты, которые помещены в числовых расчетах примеров, были частично округлены в зависимости от их назначения.

## Глава I

### РАСЧЕТЫ ДИСКОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ВИНТОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Здесь рассмотрены примеры решения вопросов формообразования различных по форме и назначению винтовых поверхностей дисковыми фрезами и шлифовальными кругами. Полученные результаты, естественно, распространяются и на другие дисковые инструменты — ролики и резцы-летучки, а также те детали машин, у которых имеет место сопряжение винтовых поверхностей с поверхностями вращения.

#### Расчет профиля фрез для обработки винтовых канавок сверл

Профиль винтовой канавки спирального сверла очерчивается участками  $BK$  и  $СК$  двух кривых (рис. 98). Участок  $BK$  является профилем линейчатой винтовой поверхности, образованной винтовым движением прямой  $BK'$ , совпадающей с главной режущей кромкой  $BG$  сверла. Участок  $СК$  принимается в виде дуги окружности, центр которой находится на линии  $GO$ , проходящей через конечную точку  $K$  кривой  $BK$ . Точка  $K$  является точкой касания кривых  $BK$  и  $СК$  с окружностью диаметра  $d_0$  сердцевин. Участок  $СК$  является нерабочим и следовательно, менее ответственным, чем участок  $BK$ , который формирует главную режущую кромку сверла, поэтому требования к точности выполнения каждого из них различны.

Для определения профиля фрезы задают значения следующих параметров, характеризующих винтовую канавку сверла:  $D$  — диаметр сверла;  $\varphi_c$  — угол наклона главной режущей кромки к оси сверла;  $H$  — шаг винтовой канавки;  $d_0$  — диаметр сердцевин сверла в исходной плоскости, проходящей через точку  $B$  (сердцевина спирального сверла имеет некоторое утолщение по мере перемещения к хвостовику сверла, однако при расчете фрез этим утолщением пренебрегают);  $v_k$  — центральный

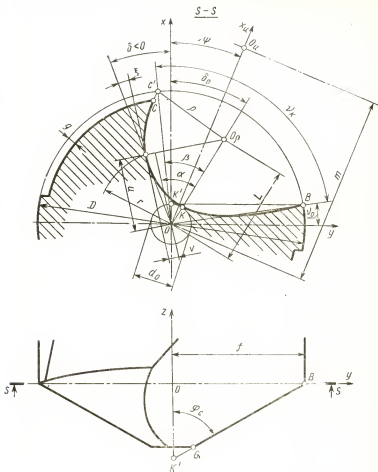


Рис. 98. Схема для определения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  профиля стружечной канавки спирального сверла

угол, определяющий ширину канавки;  $g$  — величина понижения спинки относительно направляющей ленточки.

**Определение значений параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  в расчетных точках профиля канавки.** Параметры профиля канавки определяются отдельно для участка  $BK$  и участка  $CK$ .

**Участок  $BK$ .** Проведем плоскость  $xOy$  через точку  $B$  (см. рис. 98). В этой плоскости параметры  $\delta$  и  $\xi$  профиля  $BK$  передней поверхности сверла, как линейчатой

Определение значений параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в расчетных точках  
профиля винтовой канавки спирального сверла

Дано:							
$D=20$ мм; $\varphi_c=62^{\circ}30'$ ; $t=62,8$ мм; $d_0=2,86$ мм; $\nu_k=90^{\circ}$ ; $g=0,6$ мм							
Вспомогательные величины							
$p = \frac{t}{2\pi} \left  \frac{\sin \nu_0}{\frac{d_0}{D}} \right  = \frac{D \cos \nu_0 \operatorname{ctg} \varphi_c}{2p} \left  \frac{0,143}{0,51548} \right  \quad \beta = \nu_k + \nu_0 + \delta_0 - \frac{\pi}{2} = 0,65897$							
$q = \frac{D^2 - 2Dd_0 \cos \beta + d_0^2}{4(D \cos \beta - d_0)}$		6,13189		$L = \frac{d_0}{2} + q = 7,56189$			
Значения $r$ , $\delta$ , $\xi$ в расчетных точках участка $BK$							
Точка профиля канавки	$r$	$\sin \nu = -\frac{d_0}{2r}$	$\delta = \frac{\pi}{2} + \nu + \delta_0 - \frac{r \operatorname{ctg} \varphi_c \cos \nu}{p}$	$\operatorname{tg} \xi = -\operatorname{tg} \nu - \frac{r \operatorname{ctg} \varphi_c}{p \cos \nu}$	$\xi$		
$B$	10	0,143	1,42730	-0,38175	-0,3647		
$F$	5	0,286	1,54668	0,02670	0,0267		
$K$	1,43	1	0,51894	$\infty$	1,5708		
Значения $r$ , $\delta$ , $\xi$ в расчетных точках участка $CK$							
Точка профиля канавки	$\alpha^{\circ}$	$u = L \cos \alpha$	$\frac{v - \varphi}{L \sin \alpha}$	$\operatorname{tg} \xi = \frac{v}{u}$	$\xi$	$\delta = \delta_0 - \alpha - \xi$	$\frac{u}{r \cos \xi}$
$E$	$54^{\circ}11'$	4,4252	0	0	0	-0,43023	4,4252
$C$	$3^{\circ}58'16''$	7,54372	5,60822	0,74343	0,64047	-0,19321	9,4

винтовой поверхности, определяются по формулам (21), (22) и (23). В данном случае  $\xi_0 = \frac{\pi}{2} - \varphi_c$ ,  $r_0 = \frac{d_0}{2}$ , образующая  $BK'$  располагается в плоскости, которая параллельно оси  $y$ , а не  $x$ , как на рис. 10. Учитывая последнее, величина  $z_0$ , входящая в формулу (21), определится так:

$$-z_0 = \frac{\pi}{2} + \frac{f \operatorname{ctg} \varphi_c}{p},$$

где

$$f = \frac{d_0}{2} \cos \nu_0; \quad a \sin \nu_0 = \frac{d_0}{D}.$$

Расчетные зависимости для определения параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  участка  $BK$  сведены в табл. 26. Положение расчетных точек на участке  $BK$  задается радиусом  $r$ . При анализе положения оси фрезы относительно заготовки сверла в специальных случаях в точках участка  $BK$  могут потребоваться значения радиуса  $\rho$  кривизны. Эти значения  $\rho$  можно определить по формуле (24).

Участок  $CK$ . Этот участок очерчивается дугой окружности. Определим параметры  $\rho$  и  $L$ , характеризующие дугу  $CK$ . Из рис. 98 следует, что

$$L = \frac{d_0}{2} + \rho \quad \text{и} \quad \beta = \nu_k + \nu_0 - \frac{\pi}{2} + \delta_0;$$

$$\left( \frac{D}{2} \cos \beta - L \right)^2 + \left( \frac{D}{2} \sin \beta \right)^2 = \rho^2.$$

Решая первое и последнее уравнения путем исключения  $L$ , получим

$$\rho = \frac{D^2 - 2Dd_0 \cos \beta + d_0^2}{4(D \cos \beta - d_0)}.$$

Положение расчетной точки задается углом  $\alpha$ . Значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  определяются следующим образом. По рис. 98 видно, что

$$u = L \cos \alpha; \quad v = \rho - L \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{v}{u}; \quad \delta = \delta_0 - \alpha - \xi;$$

$$r = \frac{u}{\cos \xi}.$$

В точке профиля, для которой  $v=0$ , угол  $\xi$  также равен нулю. Для этой точки

$$\sin \alpha = \frac{q}{L}. \quad (228)$$

Значения угла  $\alpha$ , соответствующего точке  $C$ , можно определить из треугольника  $CO_0O$  по известной из геометрии формуле

$$\sin \alpha_C = \frac{L^2 + q^2 - \left(\frac{D}{2} - g\right)^2}{2qL}. \quad (229)$$

Все зависимости для расчета параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в точках участка  $CK$  сведены в табл. 26.

**Определение положения оси фрезы относительно заготовки сверла.** При выборе положения оси фрезы относительно заготовки сверла нужно, с одной стороны, обеспечить возможность получения заданной формы канавки, а с другой — обеспечить наиболее рациональную форму фрезы. Обычно при практически удобных значениях параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  установки оси фрезы получить канавку сверла без частичного подрезания ее профиля в районе точек  $C$  или  $B$  нельзя (подрезание возникает вследствие невыполнения второго или третьего условий формообразования винтовой поверхности). Это нужно иметь в виду и выбирать положение оси фрезы так, чтобы наверняка исключить подрезание участка  $BK$ , образующего главную режущую кромку сверла, а подрезание участка  $CK$  свести до минимума.

На участке  $BK$  профиля канавки наиболее трудной для формообразования является зона, прилегающая к точке  $B$ , лежащей на наружном цилиндре. Поэтому расчет параметров установки фрез для обработки винтовых канавок сверл начинается с безусловного выполнения всех трех условий формообразования в точке  $B$  ( $r_B$ ,  $\delta_B$ ,  $\xi_B$ ,  $q_B$ ) профиля канавки.

Как показал анализ условий формообразования винтовых канавок сверл дисковыми инструментами: а) при увеличении межосевого расстояния  $m$  возможность выполнения всех трех условий формообразования винтовых канавок несколько уменьшается, причем влияние угла  $\epsilon$  на условия формообразования возрастает, а угла  $\psi$  — убывает; при  $m=\infty$  параметр  $\psi$  на условия формообразования не влияет; б) при увеличении угла  $\epsilon$  возмож-



ность выполнения второго условия формообразования для точек участка  $СК$  увеличивается, возможность выполнения третьего условия формообразования для участка  $СК$  увеличивается, а для участка  $ВК$  — уменьшается; в) при увеличении угла  $\psi$  — возможность выполнения условий формообразования участка  $ВК$  уменьшается, а участка  $СК$  — увеличивается.

Оптимальные значения параметров установки фрезы зависят от численных значений параметров сверла (которые на практике изменяются в очень широких границах) и поэтому могут быть определены только в каждом конкретном случае обработки винтовой канавки. Особенно на выполнение условий формообразования винтовых канавок у сверл влияют диаметр  $d_0$  сердцевины сверла и угол наклона винтовой канавки  $\omega$ . При увеличении угла  $\omega$  возможность выполнения третьего условия формообразования в точке  $В$  снижается. При увеличении отношения  $\frac{d_0}{D}$  (что имеет место для сверл малого диаметра) резко снижается возможность выполнения второго и третьего условий формообразования участка  $СК$  профиля канавки, почему на практике очень часто у сверл малого диаметра канавка получается «разваленной».

Для сверл диаметром свыше 12—15 мм параметры  $m$ ,  $\varepsilon$  и  $\psi$  установки фрезы относительно заготовки сверла рекомендуется определять следующим образом.

Межосевое расстояние  $m$  определяют по формуле

$$m \approx \frac{D_\phi + d_0}{2}, \quad (230)$$

где  $D_\phi$  — ориентировочное значение диаметра фрезы;  $d_0$  — диаметр сердцевины сверла.

Угол  $\psi$  принимается в пределах 25—45°. На рис. 99, а показан характер изменения профиля фрезы при изменении угла  $\psi$  от  $-10^\circ$  до  $+40^\circ$ . Значение угла  $\varepsilon$  при выбранных  $m$  и  $\psi$  должно быть принято таким, чтобы оно удовлетворяло всем трем условиям формообразования. Значение  $\varepsilon$ , удовлетворяющее первому условию формообразования, подсчитывается по формуле (74):  $\rho \operatorname{ctg} \varepsilon \geq 0$ . В точке  $В$  профиля канавки значение параметра  $u$  всегда больше, чем в какой-либо другой точке этого профиля. Поэтому, если неравенство (74) будет выполнено для точки  $В$ , то оно будет выполнено для всех точек профиля канавки. Таким образом, расчет угла  $\varepsilon$  по

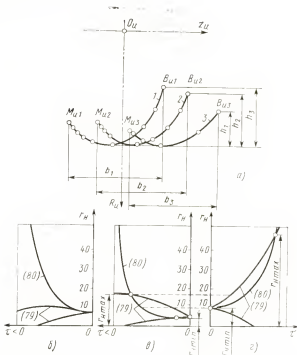


Рис. 99. Влияние угла  $\psi$  установки фрезы на ее профиль и определение границ угла  $\epsilon$  для спирального сверла (параметры сверла указаны в табл. 23):

1— $\psi=40^\circ$ ; 2— $\psi=20^\circ$ ; 3— $\psi=13^\circ$

формуле (74) следует вести по параметрам профиля канавки в его точке  $B$ . Как следует из неравенства (74), диапазон значений  $\epsilon$  (а также —  $r_n$ , так как  $r_n = p \operatorname{ctg} \epsilon$ ), удовлетворяющих первому условию формообразования, очень велик:  $r_{n \min} = u_B$ ,  $r_{n \max} = \infty$ .

На рис. 99 показаны границы  $r_{n \min}$  и  $r_{n \max}$  значений  $r_n$ , допустимых для точек  $B$ ,  $E$  и  $C$  профиля канавки вторым условием формообразования. Расчет границ  $r_n$  производился по зависимостям (79) и (80) (значения параметров канавки сверла — в табл. 26, значения параметров  $m$  и  $\psi$  — в табл. 28). Графики этих зависимостей показывают, что для точки  $B$  (рис. 99,  $z$ ) границы значений  $r_n$ , допустимых вторым условием формообразования, довольно широкие; для точки  $E$  (рис. 99,  $b$ ) они уже, а для точки  $C$  они отсутствуют: система уравнений (79) и

(80) не дает действительных корней. Зона значений  $r_n$ , при которых будет выполнено второе условие формообразования одновременно в точках  $B$  и  $E$ , определяется значением  $r_{n \min}$  для точки  $B$  и  $r_{n \max}$  для точки  $E$  (на рисунке она показана штриховыми линиями). Эта зона уже, чем зона значений  $r_n$ , допускаемых первым условием формообразования. Чем большим будет принято значение  $r_n$ , тем для точек большего участка в зоне точки  $C$  не будет выполнено второе условие формообразования.

Учитывая сказанное, угол  $\varepsilon$  рекомендуется определять по формуле (74), имея в виду, что а) разность между правой и левой сторонами неравенства (74) должна быть больше нуля, чтобы округления при расчетах  $u_B$  и  $\rho$  не смогли нарушить это неравенство; б)  $r_{n \min}$ , допустимый для точки  $B$  вторым условием формообразования, несколько больше  $r_{n \min} = u_B$ , допустимого первым условием; в) при увеличении разности между правой и левой сторонами неравенства увеличиваются профильные углы в крайних точках профиля фрезы, облегчается выполнение третьего условия формообразования, уменьшается ширина фрезы и затрудняется выполнение второго условия формообразования. Для практических расчетов рекомендуется угол  $\varepsilon$  принимать меньше на  $2-4^\circ$  максимального значения подсчитанного по формуле (74).

Рекомендуемые выше значения параметров  $m$ ,  $\varepsilon$  и  $\psi$  обычно для всех точек профиля канавки от точки  $B$  до точки  $E$  ( $\xi=0$ ) обеспечивают выполнение всех трех условий формообразования. Для точки  $C$  и прилегающего к ней участка профиля канавок второе, а иногда и третье условия не выполняются. Поэтому в зоне точки  $C$  профиль канавки всегда подрезается, хотя величина этого подрезания практически незначительна. При увеличении значения параметра  $\psi$  появляется опасность невыполнения второго и третьего условий формообразования для точки  $B$  участка  $BK$  профиля канавки. Поэтому, если значение угла  $\psi$  будет превышать указанные выше границы, а также при назначении величин углов  $\varepsilon$  и  $\psi$  для специальных сверл (особенно для сверл с большими углами  $\omega$  и утолщенной сердцевинной) необходимо для точки  $B$  профиля канавки сделать проверку выполнения второго и третьего условий формообразования.

Для сверл малого диаметра (до 10 мм), а также для специальных сверл, у которых отношение  $\frac{d_0}{D}$  имеет боль-

шую величину, третье условие формообразования для большинства точек участка  $CE$  не выполняется. На рис. 100, а показан профиль фрезы для сверла  $D=5$  мм ( $\varphi_c=59^\circ$ ,  $\omega=26^\circ$ ,  $d_0=0,85$  мм,  $m=26$  мм), рассчитанный при значениях параметров  $\psi$  и  $\varepsilon$ , рекомендованных для сверл большого диаметра ( $\psi=25^\circ$ ,  $\varepsilon=63^\circ$ ). На рисунок нанесен и профиль  $C_{\phi 1}C_{\phi 2}$  поверхности  $\Phi_{\text{н}}$ , построенный для точки  $C$  профиля канавки. Профиль  $C_{\phi 1}C_{\phi 2}$  внедрился в площадь, ограниченную профилем фрезы, и пересекается последним; третье условие формообразования профиля канавки в зоне точки  $C$  не выполняется. Значит, при обработке винтовой канавки фрезой ее профиль будет подрезан.

Для увеличения возможности выполнения третьего условия формообразования винтовых канавок в зоне точки  $C$  надо увеличить угол  $\varepsilon$  [вплоть до максимального значения, определяемого неравенством (74)] и угол  $\psi$  (до величины, при которой сохраняется условие формообразования для точки  $B$  профиля канавки).

**Расчет профиля фрезы.** Профиль фрезы для канавки сверла, построенный по рассчитанным координатам  $R_{\text{н}}$  и  $z_{\text{н}}$ , на практике обычно заменяют тремя (реже двумя) дугами окружностей. Поэтому положение и количество расчетных точек на профиле канавки сверла нужно выбирать так, чтобы потом удобнее было построить указанные дуги окружностей. Для случая, когда профиль фрезы заменяется тремя дугами, в качестве расчетных рекомендуется на участке  $BK$  брать три точки:  $B$  ( $r=0,5 D$ ),  $F$  ( $r=0,25 D \div 0,3 D$ ),  $K$  ( $r=0,5 d_0$ ), а на участке  $CK$  — одну точку  $E$  ( $\sin \alpha = \frac{q}{L}$ ). Порядок расчета координат  $R_{\text{н}}$  и  $z_{\text{н}}$  профиля фрезы устанавливается зависимостями табл. 1.

Замену теоретического профиля фрезы дугами окружностей удобнее производить по способу, когда каждая дуга окружности строится по двум расчетным точкам и положению касательной к профилю фрезы в одной из них. Как показала практика, точность замены получается выше, если положение этой касательной принять в точке  $F_{\text{н}}$  профиля фрезы. В табл. 27 сведены зависимости для расчета радиусов  $q_{\text{н}}$  указанных дуг и координат  $q$  и  $t$  их центров. Зависимости выведены по рис. 101 и предусматривают замену теоретического профиля фрезы дугами окружностей от точки  $B_{\text{н}}$  до точки  $E_{\text{н}}$ .

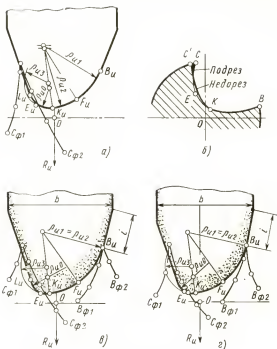


Рис. 100. Схема замены дугами окружностей теоретического профиля дискового инструмента для спирального сверла

Неформообразующая часть по обе стороны профиля фрезы определяется профилями поверхностей  $\Phi_n$ . За точкой  $B_n$  профиль поверхности  $\Phi_n$  обычно не определяют, а назначают величину  $l$  перекрытия, которая устанавливается практически. Перекрытие оформляется отрезком касательной, проведенной в точке  $B_n$  к дуге радиуса  $\rho_{n1}$ . Угол  $\sigma_{nB}$  наклона этого отрезка определяется по рис. 101:

$$\sigma_{nB} = \sigma_{nF} + 2\gamma_1.$$

Однако для специальных сверл (с большим значением угла наклона винтовой канавки  $\omega$  и с очень малыми углами  $\varphi_c$  при вершине режущей части), а также при значениях параметров  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\psi$ , отличных от рекомендованных, в зоне точки  $B_n$  профиль фрезы надо оформить в зависимости от формы и положения профиля  $B_{\phi 1}B_{\phi 2}$  по-

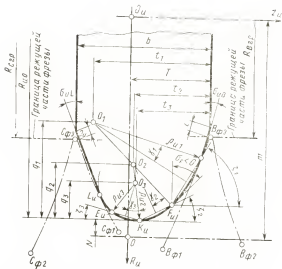


Рис. 101. Оформление профиля дискового инструмента для обработки стружечных канавок у спиральных сверл при невыполнении третьего условия формообразования

верхности  $\Phi_{II}$ , построенной для этой точки. Для определения профиля фрезы за точкой  $E_{II}$  надо знать профиль  $C_{\Phi I} C_{\Phi 2}$  поверхности  $\Phi_{II}$  на этом участке, построенный для крайней точки  $C$  профиля канавки.

Координаты  $R_{II}$  и  $z_{II}$  профиля поверхности  $\Phi_{II}$  для данной точки  $(r, \delta)$  профиля винтовой поверхности определяются по зависимостям табл. 2. Для того чтобы воспользоваться этими зависимостями, надо задаться рядом значений координаты  $z$  в зоне от  $z_{нач}$  до  $z_{кон}$  с некоторым шагом  $\Delta z$ . Для построения профиля поверхности  $\Phi_{II}$  для точки  $B_{II}$  эта зона должна располагаться в районе значений координаты  $z_B = r_{\Phi B}$  (угол  $\Phi_B$  будет известен при расчете координат  $R_{II}$  и  $z_{II}$  профиля фрезы для точки  $B$  по формулам табл. 1), а для построения профиля поверхности  $\Phi_{II}$  для точки  $C_{II}$  эта зона должна располагаться в районе значений координаты  $z_C = r_{\Phi C}$  (угол  $\Phi_C$  будет известен при расчете координат  $R_{II}$  и  $z_{II}$  профиля фрезы для точки  $C$  по формулам табл. 1).

Участок за точкой  $E_{II}$  профиля фрезы должен быть оформлен так, чтобы он не пересекал профиль поверхно-

Определение параметров  $q, q, t$  дуг окружностей, очерчивающих профиль фрезы для винтовых канавок сверла

$\sigma_F$	-0,77175	$Q_{H2} = \frac{z_{HF} - z_{HK}}{2 \cos \zeta_2 \sin \gamma_2}$	4,9610
$\operatorname{tg} \zeta_1 = \frac{R_{HF} - R_{HB}}{z_{HB} - z_{HF}}$	1,7321	$Q_{H3} = \frac{z_{HK} - z_{HE}}{2 \cos \zeta_3 \sin \gamma_3}$	3,3500
$\operatorname{tg} \zeta_2 = \frac{R_{HV} - R_{HF}}{z_{HF} - z_{HK}}$	0,52107	$t_1 = Q_{H1} \sigma_{HF} + t \sin \sigma_{HF}$	10,517
$\operatorname{tg} \zeta_3 = \frac{R_{HV} - R_{HF}}{z_{HK} - z_{HE}}$	0,29186	$t_2 = t_1 - (Q_{H1} - Q_{H2}) \times \times \sin (\zeta_1 - \gamma_1)$	6,8393
$\gamma_1 = \zeta_1 - \left( \frac{\pi}{2} + \sigma_{HF} \right)$	0,25612	$t_3 = t_2 - (Q_{H2} - Q_{H3}) \times \times \sin (\zeta_2 - \gamma_2)$	6,5674
$\gamma_2 = \frac{\pi}{2} + \sigma_{HF} - \zeta_2$	0,31075	$q_3 - Q_{H3}$	3,500
$\gamma_3 = \zeta_2 + \zeta_3 - \gamma_2$	0,45355	$q_2 = q_3 + (Q_{H2} - Q_{H3}) \times \times \cos (\zeta_2 - \gamma_2)$	4,9378
$Q_{H1} = \frac{z_{HB} - z_{HF}}{2 \cos \zeta_1 \sin \gamma_1}$	10,133	$q_1 = q_2 + (Q_{H1} - Q_{H2}) \times \times \cos (\zeta_1 - \gamma_1)$	8,5696

сти  $\Phi_H$ . В этом случае гарантируется выполнение третьего условия формообразования канавки для точки  $C$ , т. е. в этом случае гарантируется отсутствие подреза профиля канавки в районе точки  $C$  в результате невыполнения третьего условия формообразования. Участок профиля фрезы за точкой  $E_H$  оформляется прямолинейным отрезком, касательным к дуге радиуса  $Q_{H3}$  и проводится таким образом, чтобы он не пересекал профиля  $C_{\Phi 1} C_{\Phi 2}$  поверхности  $\Phi_H$ . Однако при некоторых значениях параметров сверла и установки фрезы профиль поверхности  $\Phi_H$  мо-

жет пересекать дугу радиуса  $\varrho_{из}$  и, следовательно, при этом оформленный указанным способом профиль фрезы будет подрезать профиль канавки. Если величина подрезания ожидается большой (об этом можно судить по положению профиля  $C_{ф1}C_{ф2}$  относительно профиля фрезы), то при окончательном оформлении профиля фрезы надо радиус  $\varrho_{из}$  заменить радиусом  $\varrho_{и0}$ , величину которого назначить такой, чтобы профиль фрезы касался профиля  $C_{ф1}C_{ф2}$  или пересекал его на небольшую величину. Оформление рабочего профиля фрезы ведется так (см. рис. 100, а): от точки  $B_{и}$  до точки  $K_{и}$  сохраняется профиль, образованный дугами  $\varrho_{и1}$  и  $\varrho_{и2}$ ; от точки  $K_{и}$  дугой некоторого радиуса  $\varrho_{и0}$  очерчивается вершина профиля далее, выше точки  $L_{и}$  профиль оформляется прямой линией, касательной в точке  $L_{и}$  дуги радиуса  $\varrho_{и0}$ . Величина радиуса  $\varrho_{и0}$  выбирается такой, чтобы профиль фрезы проходил примерно посередине между дугой радиуса  $\varrho_{из}$  и профилем  $C_{ф1}C_{ф2}$ . В этом случае подрез профиля в зоне точки  $C$  канавки сверла и недорез профиля в зоне точки  $E$  будет иметь вид, показанный на рис. 100, б.

В том случае, если возникнет необходимость определить величину подрезания, расчет такого подрезания можно сделать с помощью уравнений табл. 3. Для этого на участке профиля  $E_{и}L_{и}$  фрезы надо взять несколько расчетных точек, определить для них значения  $R_{и}$ ,  $z_{и}$ ,  $\sigma_{и}$ , а затем по формулам табл. 3 подсчитать координаты  $r$  и  $\delta$  действительного профиля канавки, получаемого спроектированной фрезой.

Граница режущей части профиля фрезы перекрывается величиной прямолинейного отрезка  $l$ , которая назначается на основании практических рекомендаций в зависимости от диаметра сверла. Собычно  $l=2\div 4$  мм.

**Установка фрезы.** Для установки фрезы относительно оси заготовки нужно знать размер  $T$  от базового торца до линии межосевого расстояния и размер  $N$  от оси заготовки до окружности наибольшего радиуса  $R_{и0}$  фрезы. Как видно из рис. 101:

$$\left. \begin{aligned} T &= z_{иB} - i \sin(\alpha_{иF} + 2\gamma_1); \\ N &= m - R_{и0}; \\ R_{и0} &= R_{иK} + \varrho_{из} [1 - \cos(\gamma_3 - \zeta_3)]. \end{aligned} \right\} \quad (231)$$

**Пример расчета.** Рассчитаем профиль фрезы для обработки винтовой канавки сверла при следующих значениях ее параметров (см.



рис. 98):  $D=20$  мм;  $\varphi_c=62^\circ30'$ ;  $t=62,8$  мм;  $d_0=2,86$  мм;  $g=0,6$  мм.

1. По заданным параметрам сверла рассчитываем значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  для трех расчетных точек ( $B$ ,  $F$ ,  $K$ ) участка  $BK$  и для одной точки  $E$  участка  $CK$ . Формулы и результаты расчета сведены в табл. 26.

2. По формуле (229) подсчитываем значение угла  $\alpha_c$ , соответствующего точке  $C$  канавки. Затем по формулам табл. 26 для этой точки определяем параметры  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$ .

3. Определяем положение оси фрезы относительно заготовки сверла: а) выбираем значение параметра  $\psi$ . Примем  $\psi=25^\circ$ ; б) межосевое расстояние  $m$  подсчитываем по формуле (230). Пусть величина  $D_\phi$  будущей фрезы будет около 60 мм. Тогда  $m=31,43$ , примем  $m=32$  мм; в) по формуле  $u_B=r_B \cos \xi_B$  определяем значение параметра  $u$  в точке  $B$  участка  $BK$  канавки; по формуле (74) определяем максимальное, допустимое первым условием формообразования значение угла  $\varepsilon$ . Получим  $\varepsilon=46^\circ57'$ . В целях получения увеличенных профильных углов на фрезе примем  $\varepsilon=43^\circ$ .

Т а б л и ц а 28

Определение координат точек профиля фрезы  
для обработки винтовых канавок спирального сверла

Дано: $m=32$ мм; $\varepsilon=43^\circ$ ; $\psi=25^\circ$ ; $k_1=0,427616$ ; $k_2=3,43332$				
Искомые параметры	Точки профиля канавки сверла			
	$B$	$F$	$K$	$E$
$u$	9,3432	4,9972	0	4,4224
$v$	-3,5645	0,1335	1,4300	0
$n_1$	3,9918	2,1369	0	1,8894
$n_2$	4,3046	3,6833	3,4333	3,6273
$n_3$	-0,2937	-1,1437	-1,6534	0,8663
$\tau$	0,3669	0,9932	1,5879	-0,9893
$\mu$	0,7314	0,9665	0,0171	-0,9893
$\varphi$	-0,2598	-0,1438	-0,0654	-0,1231
$x_n$	-24,558	-29,159	-30,570	-29,571
$y_n$	3,1251	-3,8576	-0,4949	-3,5423
$R_n$	24,756	29,229	30,573	29,782
$z_n$	6,4555	2,0285	-0,4279	-1,6203
	$B_n$	$F_n$	$K_n$	$E_n$
	Точки профиля фрезы			

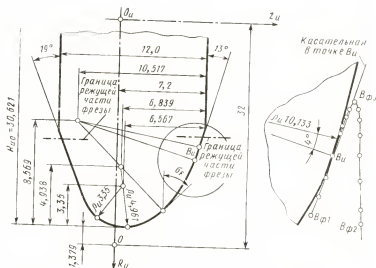


Рис. 102. Профиль фрезы для обработки винтовой канавки спирального сверла (параметры сверла в табл. 23)

4. По зависимостям табл. 1 рассчитываем координаты  $R_n$  и  $z_n$  для расчетных точек  $B_n$ ,  $F_n$ ,  $K_n$ ,  $E_n$  профиля фрезы, а также значение угла  $\sigma_n$  в точке  $F_n$ . Результаты расчета сведены в табл. 28.

5. По зависимостям табл. 27 подсчитываем величины радиусов  $q_n$  и координаты  $q$  и  $t$  центров окружностей, заменяющих формообразующую часть теоретического профиля фрезы. Результаты расчета сведены в табл. 27.

6. Учитывая, что рассматриваемое сверло является специальным ( $\omega = 45^\circ$ ), построим профили  $J_{\phi 1} J_{\phi 2}$  поверхности  $\Phi_n$  для точек  $B$  и  $C$ . Для этого в зоне значений  $z_B = r\varphi_B$  и  $z_C = r\varphi_C$  назначим ряд значений  $z$  и по формулам табл. 2 определим координаты  $R_n$  и  $z_n$  искомого профиля (значения  $\varphi_B$  и  $\varphi_C$  из табл. 28). На рис. 101 эти профили показаны. В зоне точки  $B_n$  инструмента неформообразующий участок нельзя осуществить отрезком касательной в точке  $B_n$ ; эта касательная пересечет профиль  $B_{\phi 1} B_{\phi 2}$  поверхности  $\Phi_n$  и таким образом подрежет профиль канавки в зоне точки  $B$ . Для того чтобы этого подрезания не было, надо дугу радиуса  $q_{n1}$  продлить за точку  $B_n$  и затем нанести касательную так, чтобы она не пересекала профиль  $B_{\phi 1} B_{\phi 2}$  поверхности  $\Phi_n$ . На рис. 101 видно также, что в зоне за точкой  $E_n$  третье условие формообразования полностью выполняется.

7. Окончательно оформляем профиль фрезы. Величину  $i$  в районе точки  $B_n$  принимаем такой, чтобы размер  $I$  был более округленным. Участок  $L_n J_n$  профиля оформляем прямолинейным, касательным к дуге окружности радиуса  $q_{n1}$  и проходящим рядом с точкой  $C_{\phi 2}$  ( $R_{\phi 2}$ ,  $z_{\phi 2}$ ). Получающийся при этом угол  $\sigma_n$  скругляется в меньшую сторону. Величину перекрытия режущей части в районе

точки  $C_{фз}$  принимаем такой, чтобы ширина  $b$  фрезы имела округленный размер.

8. По формулам (231) рассчитываем радиус  $R_{и0}$  наибольшей окружности фрезы и параметры  $T$  и  $N$  установки фрезы на станке. Получим:  $R_{и0} = 30,621$  мм,  $T = 7,2$  мм,  $N = 1,379$  мм.

На рис. 102 представлен профиль рассчитанной фрезы. Расчет профиля фрезы проведен на ЭВМ «Минск-32» по программе, в которую были включены блоки решения зависимостей табл. 26 и 27. Для проверки выполнения второго и третьего условий формообразования канавки сверла фрезой использованы две программы: одна для решения системы уравнения (79) и (80), а вторая для расчета координат  $R_{п}$  и  $z_{п}$  профиля поверхности  $\Phi_{п}$  по формулам табл. 2.

### Особенности профилирования шлифовальных кругов для обработки винтовых канавок сверл

Шлифовальные круги для обработки винтовых стружечных канавок по сравнению с дисковыми фрезами имеют большой (400—600 мм) диаметр. При таком большом диаметре инструмента: а) процесс формообразования винтовых поверхностей вообще и винтовых канавок сверл, в частности, становится более чувствителен к изменению параметра  $\epsilon$  и менее чувствителен к изменению параметра  $\psi$ ; б) зона допустимых значений  $r_n(\epsilon)$ , определяемая системой уравнений (79) и (80), для расчетных точек профиля канавки сверла от  $B$  до  $E$  сужается; для сверл малого диаметра второе условие формообразования не выполняется на всем участке  $CE$  и частично на участке  $EK$  профиля канавки; в) возможность выполнения третьего условия формообразования для участков профиля канавки, прилегающих к точкам  $B$  и  $C$ , уменьшается.

Таким образом, при обработке винтовых канавок сверл шлифовальными кругами большого диаметра практически управление формообразованием осуществляется только одним параметром  $\epsilon$ . Изменением параметра  $\psi$  заметно повлиять на условия формообразования нельзя. Границы оптимальных значений угла  $\epsilon$  чрезвычайно сужены, при изменении  $\epsilon$  результаты формообразования меняются очень резко. Это обстоятельство приводит к необходимости в каждом конкретном случае обработки винтовых канавок у сверл осуществлять поиск оптимального значения этого параметра. С помощью ЭВМ эта задача решается довольно просто.

Общие положения расчета профиля и параметров установки шлифовального круга для обработки винтовых канавок у сверл будут следующими.

1. Методика и программы для ЭВМ, разработанные для случая расчета профиля фрез, остаются теми же и для случая расчета профиля шлифовального круга.

2. Значения параметра  $\epsilon$  должны удовлетворять неравенству (74), примененному для точки  $B$  профиля канавки сверла. В пределах рекомендуемых значений параметра  $\epsilon$  назначается не одно значение этого параметра, а три.

3. Для каждого значения параметра  $\epsilon$  рассчитывается как теоретический профиль шлифовального круга, так и профили  $B_{\phi 1}B_{\phi 2}$  и  $C_{\phi 1}C_{\phi 2}$  поверхностей  $\Phi_{\text{ш}}$ . Выбирается тот вариант расчета, при котором профиль шлифовального круга за точкой  $B_{\text{ш}}$  может быть оформлен без пересечения профиля  $B_{\phi 1}B_{\phi 2}$ , а профиль  $C_{\phi 1}C_{\phi 2}$  отсекает наименьшую часть теоретического профиля шлифовального круга.

4. Оформление рабочего профиля шлифовального круга ведется так (рис. 100, в); от точки  $B_{\text{ш}}$  до точки  $K_{\text{ш}}$  сохраняется теоретический профиль; от точки  $K_{\text{ш}}$  дугой некоторого радиуса  $\rho_{\text{ш0}}$  очерчивается вершина профиля шлифовального круга; далее, выше точки  $L_{\text{ш}}$  профиль круга оформляется прямой линией, касательной в точке  $L_{\text{ш}}$  дуги радиуса  $\rho_{\text{ш0}}$ . Величина радиуса  $\rho_{\text{ш0}}$  выбирается такой, чтобы профиль шлифовального круга проходил примерно по середине между дугой радиуса  $\rho_{\text{ш3}}$  и профилем  $C_{\phi 1}C_{\phi 2}$ . За точкой  $B_{\text{ш}}$  рабочий профиль шлифовального круга должен быть оформлен так, чтобы он ни в коем случае не пересекал кривую  $B_{\phi 1}B_{\phi 2}$ .

Для определения профиля канавки сверла, который будет получен шлифовальным кругом, надо на профиле последнего в зоне дуги радиуса  $\rho_{\text{ш0}}$  взять две — три точки  $(R_{\text{ш}}, z_{\text{ш}}, \sigma_{\text{ш}})$  и по формулам табл. 3 определить координаты  $r$  и  $\delta$  соответствующих точек профиля канавки сверла. В том случае, если принятое значение  $\rho_{\text{ш0}}=0$ , расчет координат  $r$  и  $\delta$  ведется по формулам табл. 4.

На рис. 100, в показаны профили шлифовального круга, рассчитанные для сверла диаметром  $D=5$  мм ( $\varphi_c=59^\circ$ ,  $\omega=26^\circ$ ,  $d=0,85$  мм) при одинаковых значениях  $m=200$  мм,  $\psi=25^\circ$  при разных значениях угла  $\epsilon$ , равных соответственно  $63^\circ$  и  $65^\circ 30'$ . Во втором случае угол  $\sigma_{\text{ш}}$  в точке  $B_{\text{ш}}$  имеет меньшую величину, ширина шлифовального круга меньше, а зона, отсекаемая профилем  $C_{\phi 1}C_{\phi 2}$  от теоретического профиля шлифовального

круга вследствие невыполнения третьего условия формообразования практически осталась без изменения.

### Расчет профиля фрез для обработки винтовых канавок сверл со стружколомом

Профиль винтовой канавки сверла со стружколомом состоит из участков  $BK$ ,  $CK$  и  $CM$  (рис. 103). Участок  $BK$  является профилем линейчатой винтовой поверхности, образующей главную режущую кромку сверла; участок  $CK$  является отрезком вогнутой поднутренной кривой; участок  $CM$  является ломаной линией. В пересечении с кривой  $CK$  последний образует стружколом. Стружколом сверла должен быть выполнен таким образом, чтобы безусловно полностью был получен участок  $BK$  профиля канавки, а поднутрение участка  $CK$  и угол  $\delta_C$ , характеризующий положение точки  $C(r_C)$  стружколома, должны быть возможно большими. Обычно радиус  $r_C$ , на котором расположена точка  $C$  стружколома, назначают в пределах  $(0,25—0,3)D$ , где  $D$  — диаметр сверла. При такой величине  $r_C$  и при практически допустимых значениях диаметра  $D_\Phi$  дисковой фрезы угол  $\delta_C$  на профиле сверла удается получить не более  $4—6^\circ$ .

Форма участка  $BK$  профиля канавки сверла определяется параметрами  $D$ ,  $\varphi_C$ ,  $t$ ,  $d_0$ ,  $v$  и рассчитывается так же как и для обычного сверла. Форма участка  $CK$  не назначается. Как увидим ниже, она определяется технологическими возможностями формообразования стружколома фрезой и не может быть назначена заранее. Форма углового участка  $CM$  оговаривается только параметрами  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  в точках  $C$  и  $M$ . Этот участок является нерабочим и к его форме особых требований не предъявляется.

Как показал анализ условий формообразования винтовых кана-

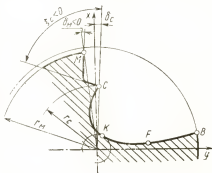


Рис. 103. Профиль винтовой канавки сверла со стружколомом

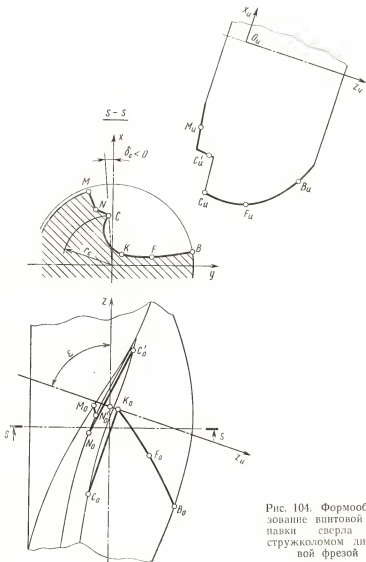


Рис. 104. Формообразование винтовой канавки сверла со стружколомом дисковой фрезой

вок сверл со стружколомами, метод расчета профиля и установки фрез, который был рассмотрен ранее для обычных спиральных сверл, можно применить лишь частично. Для получения винтовых канавок со стружколо-

мами угол  $\epsilon$  надо назначать больше величины угла  $\frac{\pi}{2} - \omega$  и значение угла  $\psi$  должно быть связано со значением угла  $\epsilon$  зависимостью (76). Профилирование участка  $СК$  канавки может быть осуществлено только одной точкой профиля фрезы (рис. 104).

Расчет профиля фрезы ведется по пяти расчетным точкам:  $B, F, K, C, M$ . Для точек  $B, F, K$  параметры  $r, \delta, \xi$  рассчитываются по формулам табл. 26. Для точек  $C$  и  $M$  они должны быть заданы на чертеже сверла (см. рис. 103). Расчет параметров установки фрезы ведется по двум расчетным точкам  $B$  и  $C$ .

Основная трудность обработки винтовой канавки со стружколомом заключается в необходимости получить стружколом с большим поднутрением участка  $СК$  и с большим углом  $\delta_C$ . При уменьшении диаметра фрезы, также при увеличении угла  $\epsilon$  ее установки относительно заготовки сверла поднутрение участка  $СК$  и угол  $\delta_C$  возрастают. Однако уменьшение диаметра фрезы ограничивается конструктивными и эксплуатационными характеристиками фрезы, а увеличение угла  $\epsilon$  — третьим условием формообразования участка профиля канавки, примыкающего к точке  $C$ . При увеличении угла  $\epsilon$  до значения, соответствующего неравенству (74), первое условие формообразования выполняется при любом значении угла  $\psi$ . При дальнейшем увеличении угла  $\epsilon$  для выполнения первого условия формообразования величина угла  $\psi$  должна быть связана с углом  $\epsilon$  зависимостью (76).

На рис. 105 показаны профили фрез, рассчитанные для одного и того же сверла ( $D=28$  мм,  $\varphi_C=59^\circ$ ,  $d_0=4$  мм,  $\nu_K=90^\circ$ ,  $g=0,7$  мм,  $p=23,4$ ) при одном и том же значении параметра  $m$ , но при разных значениях углов  $\epsilon$  и  $\psi$ . На рис. 105, *в* изображен профиль фрезы, рассчитанный при  $\epsilon=75^\circ$  и  $\psi=-23^\circ$ , а на рис. 105, *а* — профиль канавки сверла, который будет получен этой фрезой и, в частности, показан участок  $KK_i$ , который образует точка  $K_i$  профиля фрезы. На окружности радиуса  $r_C=9$  мм для точки  $C$  угол  $\delta_C=0,13$  рад. На рис. 105, *в* на профиль фрезы наложен профиль  $C_{\phi 1}, C_{\phi 2}$  поверхности  $\Phi_{\phi}$ , подсчитанный по зависимостям табл. 2 для точки  $C(r_C, \delta_C)$ . Профиль  $C_{\phi 1}C_{\phi 2}$  пересекается профилем  $B_iK_i$  фрезы. Поэтому при обработке винтовой канавки в зоне точки  $C$  профиль стружколома будет подрезан.

На рис. 105, *г* показан профиль фрезы, рассчитанный при  $\epsilon=66^\circ$  и  $\psi=0$ , а на рис. 105, *б* — профиль канавки

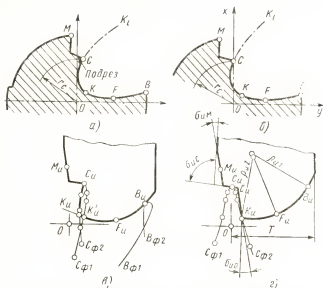


Рис. 105. Форма профиля фрезы и канавки сверла при различных значениях параметров установки фрезы

сверла. На последнем показан участок  $KK_i$ , который образует точка  $K_n$  профиля фрезы. На окружности радиуса  $r_c = 8$  мм для точки  $C$  угол  $\delta_c = 0$ . На рис. 105, г на профиль фрезы наложен профиль  $C_{\phi 1}C_{\phi 2}$  поверхности  $\Phi_n$  для точки  $C(r_c, \delta_c)$ . Профиль  $C_{\phi 1}C_{\phi 2}$  располагается вне профиля  $B_nK_n$  фрезы и поэтому стружкой подрезан не будет.

Предельными значениями углов  $\varepsilon$  и  $\psi$  будут такие, при которых угол  $\sigma_{n0}$  наклона участка  $K_nK'_n$  профиля фрезы будет иметь минимальную допустимую величину. При прямом затыловании фрезы для получения величин задних углов, необходимых для резания, угол  $\sigma_{n0}$  не должен быть меньше  $10-15^\circ$ . Но при таком значении угла  $\sigma_{n0}$  угол  $\delta_c$  на профиле канавки не будет максимальным, допустимым установкой фрезы. Если принять  $\sigma_{n0} = 0$ , то тогда фреза должна быть выполнена с косым затылованием. Применение косого затылования фрезы приведет к усложнениям в ее установке после переточки: размер  $T$  после каждой переточки фрезы будет уменьшаться. С другой стороны, участок  $K_nK'_n$  фрезы будет участво-



вать в резании (в формообразовании профиля канавки он не участвует) только в том случае, если подача фрезы будет направлена в сторону хвостовика сверла. Как показал анализ величин срезов, снимаемых режущими кромками фрезы при различных направлениях подачи фрезы, в случае, если подача фрезы будет направлена в сторону от хвостовика сверла (фреза предварительно должна врезаться в заготовку на глубину профиля канавки), то весь участок  $K_n K'_n$  будет выведен из контакта с обрабатываемым материалом. Здесь фреза может иметь обычное прямое затылование и величина получающихся задних углов на участке  $K_n K'_n$  профиля фрезы не играет роли.

Таким образом, при очень малых значениях угла  $\sigma_{n0}$  и прямом затыловании фрезы последняя должна иметь подачу от хвостовика сверла. При значениях  $\sigma_{n0} > 10^\circ$  или при косом затыловании фрезы допустима обычная подача к хвостовику. Если пренебречь кривизной участка  $C_n K_n$  профиля  $C_{\phi 1} C_{\phi 2}$ , то с некоторым приближением можно считать, что

$$\operatorname{tg} \sigma_{n0} = \frac{z_{nK} - z_{nC}}{R_{nK} - R_{nC}}.$$

Этой формулой воспользуемся при расчете положения фрезы относительно заготовки сверла. Для расчета профиля и параметров установки фрезы должны быть известны параметры  $D$ ,  $d_0$ ,  $\varphi_c$ ,  $t$ ,  $v_n$  сверла (рис. 98), параметры  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  для точек  $C$  и  $M$  профиля его канавки (рис. 103), диаметр  $D_f$  фрезы, а также минимально допустимые значения угла  $\sigma_{n0 \min}$  профиля фрезы.

Общий порядок расчета профиля и параметров установки фрез для сверл со стружколодами будет следующим.

1. По формулам табл. 26 определяются величину винтового параметра  $p$  и значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в расчетных точках

$$B\left(r_B = \frac{D}{2}\right), \quad F\left(r_F = \frac{D}{4}\right), \quad K\left(r_K = \frac{d_0}{2}\right).$$

2. Определяются параметры установки фрезы: а) по формуле (230) определяется межосевое расстояние  $m$ ; б) назначается величина угла  $\varepsilon$ ; в) по семи первым формулам табл. 1 для точки  $B$  ( $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ ) определяют значения

величин  $n_1$  и  $n_2$ , по формуле (72) определяют величины  $t_m$  по формуле (75) —  $n_{3m}$ , по формуле (76) значение угла  $\psi$  (округление — в меньшую сторону).

3. По формулам табл. 1 для точек  $K$  и  $C$  профиля канавки рассчитывают координаты  $R_n$  и  $z_n$  точек  $K$  и  $C$  профиля фрезы.

4. По приведенной выше формуле определяют величину угла  $\sigma_{н0}$ . Если полученное значение  $\sigma_{н0}$  меньше заданной величины  $\sigma_{н0 \min}$ , то расчет надо повторить при меньшем значении параметра  $\epsilon$ . Если полученное значение больше  $\sigma_{н0 \min}$ , то расчет продолжается в следующем порядке.

5. По формулам табл. 1 рассчитывают координаты  $R_n$ ,  $z_n$  и величины углов  $\sigma_n$  для точек  $B_n$ ,  $F_n$ ,  $K_n$ ,  $C_n$ ,  $M_n$  профиля фрезы.

6. По формулам табл. 27 рассчитывают радиусы  $\rho_{n1}$  и  $\rho_{n2}$  дуг окружностей, заменяющих теоретическую кривую участка  $B_n K_n$  профиля фрезы.

7. По формулам табл. 2 рассчитывают координаты  $R_n$  и  $z_n$  участка  $K_n C_n$  профиля фрезы.

8. Оформляют профиль фрезы. Криволинейный участок  $C_n K_n$  заменяют прямолинейным участком  $C_n K'_n$ , который не должен касаться кривой  $K_n C_n$ . Участок от точки  $C_n$  до точки  $M_n$  строят по координатам  $R_n$  и  $z_n$  точек  $C_n$  и  $M_n$  и отрезками прямых, проведенных под углами  $\sigma_{нс}$  и  $\sigma_{нм}$  к торцу фрезы от точек  $C_n$  и  $M_n$ . За точками  $B_n$  и  $M_n$  профиль фрезы оформляют отрезками прямых линий, обеспечивающих необходимую величину  $i$  перекрытия. Значения угла  $\epsilon$ , при которых удается получить профиль стружечной канавки со стружколомом, лежат от

$$\frac{\pi}{2} - \omega + 0,05 \text{ рад до } \frac{\pi}{2} - \omega + 0,2 \text{ рад.}$$

### Расчет профиля фрез для обработки винтовых канавок цилиндрических фрез

Профиль стружечной канавки у цилиндрических фрез состоит из трех участков (рис. 106): прямолинейного  $BK$ , являющегося профилем передней поверхности зуба фрезы, спинки  $CE$  зуба (которая может быть прямой, ломаной или кривой линией) и дуги  $EK$ , сопрягающей спинку и переднюю поверхность. Профиль канавки задан следующими параметрами:  $D$  — диаметр фрезы;  $z$  — число

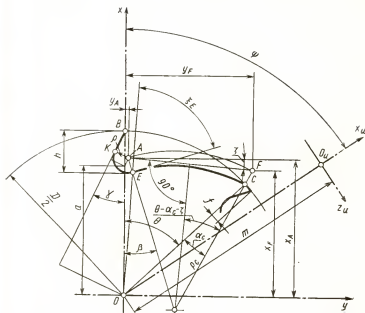


Рис. 106. Профиль винтовой канавки цилиндрической фрезы с крупным зубом

зубьев;  $h$  — глубина зуба;  $\gamma$  — передний угол;  $\alpha_c$  — угол наклона касательной к спинке зуба в точке  $C$ ;  $\rho$  — радиус скругления дна канавки;  $f$  — величина фаски. Для расчета профиля дисковой фрезы по значениям этих параметров определяют значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в расчетных точках профиля канавки.

Ниже будет приведен расчет, когда теоретический профиль дисковой фрезы будет заменен дугами окружностей. Для построения последних на профиле винтовой канавки достаточно взять четыре расчетные точки: две крайние  $B$  и  $C$  и две точки  $K$  и  $E$  сопряжения участков  $BK$  и  $CE$  с дугой радиуса  $\rho$ .

Определение значений параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в расчетных точках профиля стружечной канавки. Расчетные зависимости, необходимые для определения параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  в точках  $B$ ,  $K$ ,  $C$ ,  $E$  выведены по рис. 106 и помещены в табл. 29. Здесь  $\theta$  — центральный угол между точками  $B$  и  $C$ ;  $x_A$  и  $y_A$  — координаты центра  $A$  дуги радиуса  $\rho$ ;

Таблица 29

Определение значений параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в расчетных точках  
профиля винтовой канавки цилиндрической фрезы

Дано: $D = 75$ мм, $\gamma = 20^{\circ}45'$ ; $\alpha_C = 20^{\circ}$ ; $h = 10$ мм; $f = 0,5$ мм; $Z = 8$ ; $q = 3,5$ мм; $p = 37,5$			
Вспомогательные величины			
$\theta = \frac{2\pi}{z} - \frac{2f}{D}$	0,77201	$\beta = \theta - \alpha_C - 2\zeta$	0,35160
$x_A = \frac{D}{2} - h + q$	31	$x_E = x_A - q \cos \beta$	27,596
$y_A = (q - h) \operatorname{tg} \gamma + \frac{q}{\cos \gamma}$	1,2802	$y_E = y_A + q \sin \beta$	2,4857
$x_F = \frac{D}{2} \cos \theta + q \cos (\theta - \alpha_C)$	30,060	$x_K = x_A + q \sin \gamma$	32,240
$y_F = \frac{D}{2} \sin \theta + q \sin (\theta - \alpha_C)$	27,596	$y_K = y_A - q \cos \gamma$	-1,9928
$\operatorname{tg} \zeta = \frac{x_A - x_F}{y_F - y_A}$	0,03571		
Значения $r_A$ , $\delta_A$ , $\omega_A$			
$\operatorname{tg} \delta_A = \frac{y_A}{x_A}$	0,41296	$r_A = \frac{x_A}{\cos \delta_A}$	$\left  \begin{array}{l} 33,538 \\ \operatorname{tg} \omega_A = \frac{r_A}{p} \end{array} \right  0,89434$
Значения $r$ , $\delta$ , $\xi$ в расчетных точках			
Точки профи- ля канавки	$\delta$	$r$	$\xi$
$B$	—	0	$r = \frac{D}{2}$ 37,5 $\xi = \gamma$ 0,36216
$K$	$\operatorname{tg} \delta = \frac{y_K}{x_K}$	-0,06174	$r = \frac{x_K}{\cos \delta}$ 32,301 $\xi = \gamma - \delta$ 0,42390
$C$	$\delta = \theta$	0,77207	$r = \frac{D}{2}$ 37,5 $\xi = \frac{\pi}{2} - \alpha_C$ 1,2217
$E$	$\operatorname{tg} \delta = \frac{y_E}{x_E}$	0,08982	$r = \frac{x_E}{\cos \delta}$ 27,708 $\xi = \frac{\pi}{2} - \beta - \delta$ 1,1294

$x_F, y_F$  — координаты точки  $F$  пересечения прямой, проведенной из центра  $O_C$  в точку  $C$ , и дуги окружности радиуса  $(\rho_C + \rho)$ , проведенной из того же центра;  $\xi$  — угол наклона хорды  $AF$  к оси  $y$ ;  $\beta$  — угол между осью  $x$  и линией  $AO_C$ ;  $x_E, y_E$  — координаты точки  $E$ ;  $x_K, y_K$  — координаты точки  $K$ .

Для расчета параметров установки дисковой фрезы необходимо знать еще координаты  $r_A$  и  $\delta_A$  центра  $A$  дуги скругления впадины обрабатываемой стружечной канавки. Расчетные зависимости для определения этих параметров выведены также по рис. 106 и сведены в табл. 25. Если форма стенки зуба будет очерчена дугой кривой, а не дугой окружности, то расчетные зависимости для точек  $C$  и  $E$  будут другими.

**Определение положения оси дисковой фрезы относительно заготовки.** Оптимальные значения параметров,  $m, \epsilon$  и  $\psi$  должны: а) удовлетворять трем условиям формообразования, гарантирующим получение всего профиля канавки без переходных кривых и подрезов, и б) обеспечить у дисковой фрезы возможно большую величину радиуса  $\rho_{\text{но}}$  округления вершины профиля и такие значения профильных углов  $\sigma_n$  и ширины  $b$ , которые удовлетворяют требованиям его прочности и жесткости.

Предлагается следующий порядок расчета параметров  $m, \epsilon, \psi$ . Угол  $\epsilon$  рассчитывается по участку  $CE$  профиля канавки. Этот участок является выпуклым, поэтому для него второе и третье условия формообразования выполняются наверняка. Угол  $\epsilon$  рассчитывается исходя из необходимости выполнения первого условия, которое определяется неравенством (74). Согласно формулам (57) значение параметра  $u$  для расчетной точки  $C$  будет:  $u_C = r_C \cos \xi_C$ , а для точки  $E$  —  $u_E = r_E \cos \xi_E$ . Угол  $\epsilon$  рассчитывается по той из этих двух расчетных точек, для которой значение параметра  $u$  будет наибольшим.

Тогда неравенство (74) для данного случая запишется так:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ctg} \epsilon &> \frac{u_C}{p}; \\ \operatorname{ctg} \epsilon &> \frac{u_E}{p}. \end{aligned} \right\} \quad (232)$$

Параметры  $\psi$  и  $m$  рассчитываются по участкам  $BK$  и  $EK$  профиля канавки. Участок  $BK$  — прямолинейный, по-

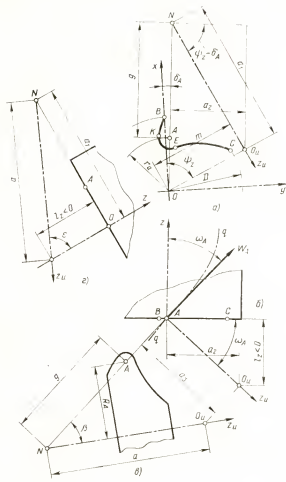


Рис. 107. Схема для расчета параметров установки дисковой фрезы для обработки винтовой канавки цилиндрической фрезой

этому для него второе условие формообразования выполняется наверняка. Но он поднутрен, поэтому для него необходима проверка выполнения третьего условия. Расчет параметра  $\psi$  производится по точке  $B$  (для которой значение параметра  $u$  будет наибольшим), используя для этого формулу (77). Для точки  $B$ , профиля  $\delta_B = 0$

а  $\xi_B = \gamma$ . Поэтому для точки  $B$  формула (77) будет иметь вид

$$\psi \geq n_{3M} + \frac{uv}{p^2} + \gamma. \quad (233)$$

Здесь  $n_{3M}$  определяется с помощью семи первых формул табл. 1, формул (75) и (72).

Выпуклый участок  $KE$  будет обработан без искажений при наибольшей ширине вершины профиля дисковой фрезы, если ось последней будет располагаться в плоскости, нормальной к винтовой линии, проходящей через центр  $A$  дуги  $KE$  профиля канавки. На рис. 107 представлена схема такого расположения дисковой фрезы. Здесь  $\vec{w}_A$  — единичный вектор, касательный к винтовой линии  $qq$ , проходящей через точку  $A$ . Угол  $\omega_A$  наклона этого вектора на рис. 107, б определится по формуле

$$\operatorname{tg} \omega_A = \frac{r_A}{p}.$$

На проекции б ось  $z$  дисковой фрезы перпендикулярна вектору  $\vec{w}_A$ ; на рис. 107, в она совпадает с плоскостью чертежа и находится на расстоянии  $R_A$  от точки  $A$ .

Определим связь между параметрами  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  при таком расположении оси инструмента.

На рис. 107, а имеем

$$m = (g + r_A) \cos(\psi_z - \delta_A);$$

$$\cos(\psi_z - \delta_A) = \frac{a_2}{a_1};$$

$$a_1 = m \operatorname{tg}(\psi_z - \delta_A);$$

на рис. 107, б

$$\sin \omega_A = \frac{l_z}{a_3}; \quad \operatorname{tg} \omega_A = \frac{l_z}{a_2};$$

на рис. 107, в

$$\sin \beta = \frac{a_3}{a}; \quad g = \frac{R_A}{\sin \beta};$$

на рис. 107, г

$$a_1 = l_z \operatorname{tg} \epsilon; \quad a = \frac{l_z}{\cos \epsilon}.$$

Решая эти зависимости путем исключения величин  $a, a_1, a_2, a_3$  и  $\beta$ , получим

$$\left. \begin{aligned} m &= \left( \frac{R_A \sin \omega_A}{\cos \varepsilon} + r_A \right) \frac{\operatorname{ctg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \omega_A}; \\ \psi_z &= \arccos \frac{\operatorname{ctg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \omega_A} + \delta_A; \\ -l_z &= m \operatorname{tg}(\psi_z - \delta_A) \operatorname{ctg} \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (234)$$

Параметры  $\psi_z$  и  $l_z$  связаны с параметром  $\psi$  формулой (47). Подставляя в формулу (47) значения  $\psi_z, l_z$  и  $m$  из последних уравнений, после преобразования, получим

$$\psi = \arccos \frac{\operatorname{ctg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \omega_A} + \delta_A + \frac{m}{p} \sqrt{\operatorname{tg}^2 \omega_A - \operatorname{ctg}^2 \varepsilon}. \quad (235)$$

Таким образом, в предлагаемом методе расчета параметров  $m, \varepsilon, \psi$  параметр  $m$  определится по формуле (234), параметр  $\varepsilon$  по неравенствам (232), а параметр  $\psi$  должен одновременно удовлетворять неравенству (233) и уравнению (235). Если не будет выполнено неравен-

ство (233), то профиль обрабатываемой винтовой канавки будет подрезан в зоне его точки  $B$ ; если не будет выполнено уравнение (235), то профиль дисковой фрезы будет иметь радиус  $\rho_{\text{во}}$  скругления вершины (рис. 108) меньше его мак-

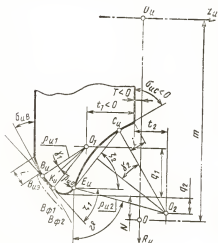


Рис. 108. Схема замены дугами окружностей теоретического профиля дисковой фрезы для обработки винтовых канавок у цилиндрических фрез



симально возможной величины. Поскольку участок профиля винтовой канавки в зоне точки  $B$  является наиболее ответственным, неравенство (233) должно быть выполнено обязательно. Невыполнение же равенства (235) допустимо.

Сбозначим значение параметра  $\psi$ , подсчитанное по неравенству (233), через  $\psi_{BK}$ , а значение  $\psi$ , подсчитанное по уравнению (235), через  $\psi_{KE}$ . Оптимальной установка дисковой фрезы будет, если

$$\psi_{KE} \geq \psi_{BK}. \quad (236)$$

При расчете оптимальной установки дисковой фрезы два параметра — угол  $\varepsilon$  и диаметр  $D_\Phi$  фрезы должны быть выбраны. Ст того, какими будут приняты угол  $\varepsilon$  и  $D_\Phi$ , в значительной степени будет зависеть конструкция профиля фрезы. Угол  $\varepsilon$  скрещивания осей дисковой фрезы и заготовки выбирается в пределах выполнения неравенств (232). Максимальное значение угла  $\varepsilon$ , соответствующее этим неравенствам, обозначим через  $\varepsilon_{\max}$ . При  $\varepsilon < \frac{\pi}{2} - \omega_A$  формула (235), по которой

определяется  $\psi_{KE}$ , не имеет действительного решения (пол радикалом будет отрицательное число), поэтому при таком значении  $\varepsilon$  неравенство (236) заведомо не может быть выполнено. Невыполнение этого неравенства допустимо в тех случаях, когда профиль канавки имеет большое значение радиуса  $q$ , а число зубьев малое. При  $\varepsilon$ , отвечающем неравенству  $\operatorname{ctg} \varepsilon > \frac{u_B}{P}$ , не имеет

действительного решения уравнение (72), по которому подсчитывается угол  $\tau_M$ , входящий в формулу (75) для определения величины  $n_{3M}$  ( $\cos \tau$  получается больше единицы). Это значит, что неравенство (233), ограничивающее минимальное значение угла  $\psi$  величиной  $\psi_{BK}$  отпадает, и участок  $BK$  профиля стружечной канавки может быть получен при любом значении угла  $\psi$ .

При уменьшении угла  $\varepsilon$  в пределах выполнения неравенств (232) уменьшается возможность выполнения неравенства (236), профильные углы  $\sigma_n$  на участке  $B_n K_n$  профиля фрезы уменьшаются, а на участке  $C_n E_n$  увеличиваются, ширина  $b$  дисковой фрезы увеличивается.

На рис. 109 показано, как изменяется форма профиля дисковой фрезы, рассчитанная при различных значениях угла  $\varepsilon$ . При  $\varepsilon = \varepsilon_{\max}$  профиль фрезы получается узким,

профильные углы на участке  $B_{и}K_{и}$  — очень большие, а на участке  $C_{и}E_{и}$  — очень малые, радиус  $\rho_{и0}$  имеет максимальную величину (рис. 109, а). При  $\varepsilon \approx \frac{\pi}{2} - \omega_A$  ширина фрезы увеличивается, профильные углы с обеих сторон выравниваются, радиус  $\rho_{и0}$  уменьшается (рис. 109, б, в). При  $\varepsilon$ , отвечающем неравенству  $\text{ctg } \varepsilon > \frac{u_B}{p}$ , теоретический профиль фрезы приобретает форму (рис. 109, г), которую практически можно осуществить только частично, что повлечет за собой образование переходных кривых на профиле обрабатываемой ка-

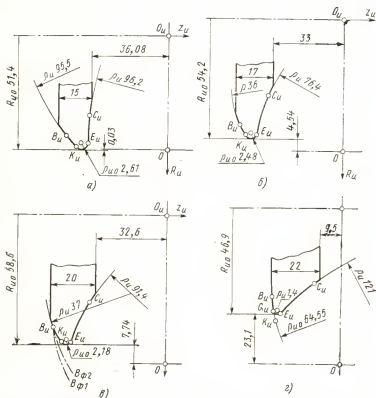


Рис. 109. Профили дисковой фрезы для обработки винтовых канавок у цилиндрических фрез, рассчитанные при различных значениях параметров ее установки

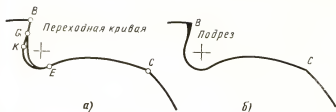


Рис. 110. Переходные кривые и подрезы на профиле зубьев цилиндрической фрезы

навки (рис. 110, а). Профильные углы на фрезе для этого случая на участке  $B_n K_n$  профиля — очень малые, на участке  $C_n E_n$  — очень большие. В целях сокращения величины переходной кривой, величина радиуса  $q_{н0}$  делается малой.

Угол  $\varepsilon$  надо назначать в зависимости от параметров обрабатываемой канавки. При больших значениях углов  $\omega_A$ , больших значениях переднего угла  $\gamma$ , большом числе зубьев, малых значениях  $q$ , большом прямолинейном участке  $BK$  профиля канавки угол  $\varepsilon$  рекомендуется назначать в пределах  $\varepsilon_{\max}$  и  $\varepsilon \approx \frac{\pi}{2} - \omega_A$ . При малых значениях углов  $\omega_A$ ,  $\gamma$ , малом числе зубьев и больших  $q$  — в пределах  $\varepsilon \approx \frac{\pi}{2} - \omega_A$  до  $\varepsilon = \operatorname{arctg} \frac{u_B}{p} - (2 + 5^\circ)$ .

Отличительной чертой обработки винтовых стружечных канавок у цилиндрических фрез с малым (2—4) числом зубьев является то, что на всех участках их профиля довольно легко выполняются все условия формообразования. Поэтому при выборе положения оси дисковой фрезы можно в большей степени руководствоваться конструктивными требованиями, предъявляемыми к ее профилю: величинами профильных углов, высотой профиля, шириной фрезы. При значениях  $\varepsilon < \operatorname{arccctg} \frac{u_B}{p} \psi$  не рассчитывается, а назначается. Обычно  $\psi = 45 \div 90^\circ$ . Когда назначают угол  $\varepsilon$ , то имеют в виду также, что при увеличении  $\varepsilon$  уменьшается угол поворота стола фрезерного станка. Это обстоятельство позволяет при фрезеровании винтовых канавок с очень большим углом  $\omega$  использовать станки, которые имеют ограниченную величину угла поворота стола станка.

Ориентировочное значение диаметра  $D_{\phi}$  дисковой фрезы назначается по конструктивным соображениям. Радиус  $R_A$  фрезы до точки  $A$  определяется по формуле

$$R_A \approx \frac{D_{\phi}}{2} - (0,8 \div 1) q. \quad (237)$$

При увеличении диаметра фрезы возможность выполнения неравенства (236) несколько ухудшается.

Общий порядок расчета параметров  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\psi$  установки дисковых фрез будет следующим: а) по заданным параметрам профиля винтовой канавки определяются величины  $r_B$ ,  $\xi_B$ ,  $r_C$ ,  $\xi_C$ ,  $r_E$ ,  $\xi_E$ ,  $r_A$ ,  $\delta_A$ ,  $\omega_A$  (формулы для расчета в табл. 26); б) назначается диаметр  $D_{\phi}$  дискового инструмента и по формуле (237) определяется радиус  $R_A$  до точки  $A$  его профиля; в) в пределах выполнения неравенства (232) назначается величина угла  $\epsilon$ ; г) по формуле (234) определяется величина  $m$  межосевого расстояния; д) по формуле (235) определяется величина  $\psi_{ЕК}$ ; е) используя первые восемь формул табл. 1 и формулы (72), (75) и (233), по значениям параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  точки  $B$  профиля канавки определяется величинами  $\psi_{БК}$ ; ж) проверяется выполнение неравенства (236).

Если по данным расчета неравенство (236) выполняется, то угол  $\psi$  принимается равным  $\psi_{КЕ}$ ; профиль стружечной канавки будет полностью обработан без переходных кривых при максимальной величине радиуса  $q_{\text{по}}$  скругления вершины профиля и заданном диаметре  $D_{\phi}$  дисковой фрезы. Если по данным расчета неравенство (236) не выполняется, то угол  $\psi$  принимается равным  $\psi_{БК}$ . Это делается для того, чтобы гарантировать отсутствие подрезов на участке  $BK$  профиля канавки. При небольшой разнице  $\psi - \psi_{КЕ}$  профиль стружечной канавки будет обработан без переходных кривых, но на профиле инструмента радиус  $q_{\text{по}}$  будет меньше своей максимальной величины, а диаметр инструмента будет больше заданной величины  $D_{\phi}$ . При большей разнице  $\psi - \psi_{КЕ}$  появляется опасность образования на профиле канавки переходных кривых. Разность  $\psi - \psi_{КЕ}$  уменьшается при увеличении угла  $\epsilon$  и уменьшении диаметра  $D_{\phi}$ . Поэтому при обработке винтовых канавок с очень большими углами  $\omega_A$  и  $\gamma$  у фрез с большим числом зубьев, когда опасность образования переходных кривых особенно велика, угол  $\epsilon$  надо назначать ближе к его максимальному, допустимому неравенствами (232) значению, а диаметр  $D_{\phi}$  фрезы назначать возможно меньшим.

При невыполнении неравенства (236) диаметр дискового инструмента при рассчитанной уже величине межосевого расстояния получается всегда больше выбранной величины  $D_{\phi}$ . Это обстоятельство надо иметь в виду, и если увеличение диаметра инструмента против выбранной заранее  $D_{\phi}$  является нежелательным, надо проделать повторный расчет параметров  $m$ ,  $e$ ,  $\psi$ , уменьшив соответственно начальную величину  $D_{\phi}$  (или  $R_A$ ).

**Расчет профиля дисковой фрезы.** Порядок расчета координат расчетных точек профиля дисковой фрезы устанавливается зависимостями табл. 1. По схеме расположения оси дисковой фрезы видно, что для точек участка  $BK$  знак угла  $\tau$  — минус, а для  $CE$  — плюс. При указанном выше способе расчета параметров  $m$ ,  $e$  и  $\psi$  установки дисковой фрезы для участка  $BK$  имеет место неравенство  $n_2 < n_1$ , а для участка  $CE$  —  $n_2 > n_1$ . В соответствии с этим назначается начальное значение  $\tau$ , с которого надо вести приближение к корням  $\tau$  уравнения (67) (см. стр. 62).

Теоретический профиль дисковой фрезы обычно аппроксимируется дугами окружностей. Построение дуги окружности, заменяющей ветвь  $B_{и}K_{и}$  теоретического профиля производится по координатам  $R_{и}$  и  $z_{и}$  точек  $B_{и}$  и  $K_{и}$  и положению касательной в точке  $B_{и}$  (рис. 108). Такая замена теоретического профиля дисковой фрезы позволяет получить точно заданный угол  $\gamma$  наклона передней поверхности. Построение дуги радиуса  $q_{и2}$ , заменяющей ветвь  $C_{и}E_{и}$  теоретического профиля производится по координатам  $R_{и}$  и  $y_{и}$  точек  $C_{и}$  и  $E_{и}$  и положению касательной в точке  $C_{и}$ . Это позволяет получить точно заданный угол  $\alpha_c$  на спинке зуба. Вершина профиля от точки  $E$  скругляется дугой радиуса  $q_{и0}$ . Все зависимости для определения радиусов  $q_{и1}$ ,  $q_{и2}$ ,  $q_{и0}$ , а также координат их центров помещены в табл. 30. В этой таблице  $R_{и1}$ ,  $z_{и1}$  и  $R_{и2}$ ,  $z_{и2}$  являются координатами центров дуг окружностей в системе координат  $R_{и}O_{и}z_{и}$ , а размеры  $q$  и  $t$  — соответствующие расстояния от базовых поверхностей фрезы до указанных центров. Участок  $C_{и}E_{и}$  профиля фрезы обрабатывает выпуклый участок  $CE$  профиля канавки. Поэтому в зоне точки  $C$  третье условие формообразования всегда выполняется. Учитывая это, в зоне точки  $C_{и}$  профиль поверхности  $\Phi_{и}$  строить не надо, а оформить профиль фрезы за точкой  $C_{и}$  или дугой окружности радиуса  $q_{и2}$  или отрезком касательной в точке  $C_{и}$ , проведенным под углом  $\sigma_{иc}$  к торцу фрезы. Величина

Определение значений параметров  $Q_n, q, t$  дуг окружностей, очерчивающих профиль дисковой фрезы для винтовых канавок цилиндрической фрезы

$R_{нВ}, R_{нК}, R_{нЕ}, R_{нС}, z_{нВ}, z_{нК}, z_{нЕ}, z_{нС}, \sigma_{нВ}, \sigma_{нС}$			
$\operatorname{tg} \zeta_1 = \frac{R_{нК} - R_{нВ}}{z_{нК} - z_{нВ}}$	1,835766	$Q_{н0} = \frac{Q_{н1}^2 - (R_{нЕ} - R_{н1})^2 - 2[Q_{н1} - (R_{нЕ} - R_{н1}) \times (z_{нЕ} - z_{н1})^2] \times \cos \theta - (z_{нЕ} - z_{н1}) \sin \theta}{2}$	2,180
$\operatorname{tg} \zeta_2 = \frac{R_{нЕ} - R_{нС}}{z_{нЕ} - z_{нС}}$	2,1486536		
$\gamma_1 = \frac{\pi}{2} - \sigma_{нВ} - \zeta_1$	0,09299		
$\gamma_2 = \zeta_2 - \sigma_{нС} - \frac{\pi}{2}$	0,10661	$t_1 = z_{н1} - z_{нС} + i \sin \sigma_{нС}$	15,938
$Q_{н1} = \frac{R_{нК} - R_{нВ}}{2 \sin \zeta_1 \sin \gamma_1}$	95,490	$t_2 = Q_{н2} \cos \sigma_{нС} + i \sin \sigma_{нС}$	76,035
$Q_{н2} = \frac{R_{нЕ} - R_{нС}}{2 \sin \zeta_2 \sin \gamma_2}$	96,176	$q_2 = (Q_{н2} + Q_{н0}) \times \cos \theta - Q_{н0}$	27,355
$z_{н1} = Q_{н1} \cos \sigma_{нВ} + z_{нВ}$	-16,64072	$q_1 = R_{н2} - R_{н1} - q_2$	23,002
$R_{н1} = R_{нВ} - Q_{н1} \sin \sigma_{нВ}$	35,577146	$R_{н0} = R_{н1} + q_1$	58,577
$R_{н2} = R_{нС} - Q_{н2} \sin \sigma_{нС}$	85,927703	$N = m - R_{н0}$	7,738
$\theta = \gamma_2 + \zeta_2$	1,241800	$T = + z_{нС} - i \sin \sigma_{нС}$	32,578

$i$  перекрытия границы режущей части назначается на основании практических рекомендаций в зависимости от диаметра фрезы, обычно  $i = 2 \div 4$  мм.

Участок  $B_n K_n$  профиля фрезы обрабатывает поднутренный участок  $BK$  профиля канавки. Поэтому в зоне точки  $B_n$  желательно построить профиль  $B_{ф1} B_{ф2}$  поверхности  $\Phi_n$ . Расчет координат  $R_n$  и  $z_n$  этого профиля производится по формулам табл. 2. Значения  $z_{нач}$  и  $z_{кон}$  выбираются в зоне значения  $z = r_{фв}$ , а  $r_{фв}$  — из результата расчета профиля фрезы по табл. 1. Профиль фрезы за точкой  $B_n$  надо оформить так, чтобы он не пересекал профиль поверхности  $\Phi_n$  и перекрывал границу режущей части фрезы на величину  $i$ . При пересечении профиля фрезы профилем  $B_{ф1} B_{ф2}$  профиль обрабатываемой канавки в зоне точки  $B$  будет подрезан (рис. 110, б). При малом числе зубьев, малых углах  $\omega_A$  и  $\gamma$  на профиле обрабатываемой канавки третье условие формообразования выполняется наверняка (см. рис. 108). Для этих случаев расчет профиля поверхности  $\Phi_n$  можно опустить и участок профиля фрезы за точкой  $B$  оформлять или дугой радиуса  $q_{н1}$  на длине принятого значения перекрытия  $i$ , или отрезком касательной, проведенной в точке  $B$ .

Иногда радиусы  $q_{н1}$  и  $q_{н2}$  получаются большими, и у конструктора появляется возможность заменить дуги окружностей прямыми линиями. Отклонения, которые получаются при этом на профиле канавки, можно подсчитать по зависимостям табл. 3.

**Установка фрезы.** Для установки фрезы относительно заготовки необходимо знать технологические параметры  $T$  и  $N$  (см. рис. 108):

$$\left. \begin{aligned} T &= z_{нс} - i \sin \sigma_{нс}; \\ N &= m - R_{н0}, \end{aligned} \right\} \quad (238)$$

где

$$R_{н0} = R_{н1} + q_1.$$

**Пример расчета.** Рассчитаем профиль дисковой фрезы для обработки винтовой канавки цилиндрической фрезы при следующих значениях ее параметров (см. рис. 106):  $D = 75$  мм,  $\gamma = 20^\circ 45'$  (передний угол в нормальном сечении  $15^\circ$ )  $\alpha_c = 20^\circ$ ,  $h = 10$  мм,  $f = 0,5$ ,  $Z = 8$ ,  $q = 3,5$  мм,  $\omega = 45^\circ$  ( $p = 37,5$ ).

1. По формулам табл. 29 определяем значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в расчетных точках  $B$ ,  $K$ ,  $E$ ,  $C$  профиля канавки, а также значения параметров  $r_A$ ,  $\delta_A$  и  $\omega_A$  для центра  $A$  дуги радиуса  $\rho$ . Результаты расчета приведены в табл. 29.

2. Определяем положение оси дисковой фрезы относительно заготовки:

а) назначаем ориентировочную величину диаметра  $D_\phi$  дисковой фрезы. Примем  $D_\phi = 100$  мм. Тогда по формуле (237)  $R_A = 47,5$  мм;

б) назначаем угол  $\varepsilon$  скрещивания осей. В точке  $C$   $u_C = r_C \cos \xi_C = 12,826$  мм, в точке  $B$   $u_E = r_E \cos \xi_E = 11,837$  мм. Так как  $u_C > u_E$ , то расчет  $\varepsilon_{\max}$  по неравенствам (232) производим для точки  $C$ . Получим  $\operatorname{ctg} \varepsilon = 0,34203$ ,  $\varepsilon_{\max} = 71^\circ 5'$ . Минимальное значение  $\varepsilon$ , при котором может быть выполнено неравенство (236), равно  $\frac{\pi}{2} - \omega_A$ . Примем три значения  $\varepsilon$ , лежащих в пределах от  $\varepsilon_{\max}$  до

$\frac{\pi}{2} - \omega_A$ :  $\varepsilon = 71^\circ$ ,  $\varepsilon = 64^\circ$ ,  $\varepsilon = 58^\circ$ . Для каждого значения  $\varepsilon$  рассчита-

ем профиль дисковой фрезы, пример изложим только для случая, когда  $\varepsilon = 58^\circ$ ;

в) по формуле (234) определяем межосевое расстояние  $m$ . Получим:  $m = 66,316$  мм;

г) по формулам (233) определяем  $\psi_{BK}$ , а по формуле (235) —  $\psi_{KE}$  и проверяем выполнение неравенства (236). Неравенство (236) не выполняется, поэтому диаметр дисковой фрезы будет превышать заданную величину  $D_\phi = 100$  мм. Если такое увеличение не желательно, то надо уменьшить значение  $R_A$  и повторить расчет. Принимаем значение угла  $\psi = \psi_{BK} = 2,199$  рад.

3. По формулам табл. 1 рассчитываем координаты  $R_{и}$  и  $z_{и}$  расчетных точек профиля дисковой фрезы и профильные углы  $\sigma_{и}$  в точках  $B$  и  $C$ . Получим  $R_{иB} = 50,192$  мм,  $R_{иK} = 56,228$  мм,  $R_{иE} = 56,407$  мм,  $R_{иC} = 38,773$  мм,  $R_{иB} = -50,658$  мм,  $z_{иK} = -47,370$  мм,  $z_{иE} = -43,020$  мм,  $z_{иC} = -34,813$  мм,  $\sigma_{иB} = 23^\circ 15'$ ;  $\sigma_{иC} = -31^\circ 04'$ .

4. По формулам табл. 30 определяем величины радиусов  $Q_{и1}$ ,  $Q_{и2}$  и координаты  $q$  и  $t$  центров окружностей, заменяющих теоретический профиль дисковой фрезы. Результаты расчета приведены в табл. 30.

5. По формулам (238) определяем значения технологических параметров  $I$  и  $N$  установки дисковой фрезы. Получим  $R_{и0} = 58,579$  мм,  $T = -32,578$  мм,  $N = 7,737$  мм. Величина перекрытия  $i$  принята равной 4,33 мм.

6. Оформляем профиль дисковой фрезы (см. рис. 109, в). По формулам табл. 2 для точки  $B$  ( $r_B$ ,  $\delta_B$ ) определяем профиль  $B_{\phi1}B_{\phi2}$  поверхности  $\Phi_{и}$ . Профиль  $B_{\phi1}B_{\phi2}$  пересекает участок профиля фрезы за точкой  $B_{и}$ : третье условие формообразования выполняется.

Рассмотренный выше метод расчета профиля фрез для обработки винтовых стружечных канавок у фрез запрограммирован для ЭВМ «Минск-22». Программа включает в себя блоки решения зависимостей табл. 29, 1 и 33. Для проверки выполнения третьего условия формообразования использована отдельная программа решения зависимостей табл. 2. В программе предусмотрено, что ЭВМ выдает на печать результаты расчетов профилей фрез при трех значениях параметра  $\varepsilon$ , лежащих в диапазоне рекомендуемых значений этого параметра. Констан-



руктору предоставляется возможность выбора желаемого варианта профиля проектируемой фрезы. На рис. 111 представлен профиль дисковой фрезы, рассчитанный на ЭВМ «Минск-22» для обработки стружечных канавок концевых фрез при следующих значениях параметров канавок:  $D = 11,5$  мм;  $\gamma = 15^\circ$ ;  $\alpha_c = 14^\circ$ ;  $h = 3$  мм;  $f = 1$  мм;  $Z = 3$ ,  $q = 1,5$ ,  $\omega = 35^\circ$ . Угол  $\varepsilon$  выбран с учетом получения одинаковых значений минимальных профильных углов.

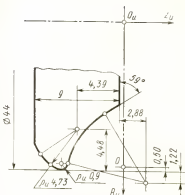


Рис. 111. Профиль дисковой фрезы для обработки винтовых канавок у цилиндрической фрезы

### Расчет профиля фрез и шлифовальных кругов для обработки винтовых канавок шнековых сверл

Профиль винтовых стружечных канавок шнекового сверла задается в осевой плоскости. Он состоит из прямолинейного радиального участка  $B_a K_a$ , прямолинейного участка  $C_a E_a$  и дуги  $K_a E_a$ , сопрягающей первые два (рис. 112, а). Профиль канавки задается следующими параметрами:  $D$  — наружный диаметр сверла;  $d_0$  — диаметр сердцевин;  $q_a$  — радиус скругления дна канавки;  $t$  — шаг винтовой канавки (или винтовой параметр  $p$ );  $f_a$  — ширина ленточки. По этим параметрам определяется угол  $\beta$  наклона участка  $C_a E_a$  профиля канавки. С достаточной для практики точностью этот угол может быть определен по формуле

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{t - 2(f_a + q_a)}{D - d_0 + 0,2q_a}. \quad (239)$$

Для расчета профиля и параметров установки дисковых фрез и шлифовальных кругов принимаются пять расчетных точек  $B_a$ ,  $C_a$ ,  $E_a$ ,  $K_a$ ,  $A_a$ . В осевой плоскости  $xOz$  сверла положение этих точек характеризуется координатами  $x$ ,  $z$  и углом  $\xi_a$  наклона касательной, проведенной к профилю канавки в этих точках.

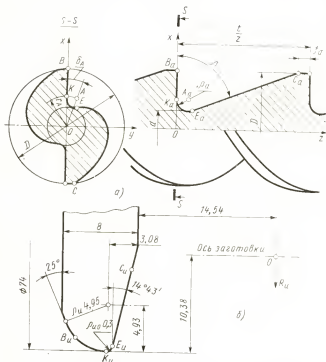


Рис. 112. Профиль винтовых канавок у шнековых сверл (а) и профиль дисковой фрезы для этих канавок (б)

Имеем  $x_B = \frac{D}{2}$ ,  $z_B = 0$ ;  $\xi_{aB} = 0$ ;  $x_K = \frac{d_0}{2} + \rho_a$ ;  $z_K = 0$ ;

$\xi_{aK} = 0$ ;  $x_E = \frac{D}{2} + \rho_a (1 - \sin \beta)$ ;

$z_E = \rho_a (1 + \cos \beta)$ ;  $\xi_{aE} = \beta$ ;  $x_C = \frac{D}{2}$ ;

$z_C = \frac{t}{2} - f_a$ ;  $\xi_{aC} = \beta$ .

Спецификой профиля винтовых канавок у шнековых сверл являются малая величина радиуса  $\rho_a$  скругления дна канавки и очень большой угол  $\omega$  наклона зуба (до  $65^\circ$ ). Поэтому установка дисковых фрез и шлифовальных кругов должна быть такой, чтобы весь профиль канавки был обработан без переходных кривых и подрезов

Определение значений параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в расчетных точках торцового профиля шнекового сверла

Дано:

$$D = 12,6 \text{ мм}; d_0 = 3,75 \text{ мм}; Q_a = 1,75 \text{ мм}; t = 13,85 \text{ мм}; p = 2,2; f_a = 1,8 \text{ мм}$$

Угол  $\beta$  наклона участка  $CE$  профиля

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{t - 2(f_a + Q_a)}{D - d_0 + 0,2Q_a}$$

0,733596

Значения параметров  $r_A$ ,  $\delta_A$ ,  $\omega_A$  для центра  $A$  дуги  $E_d K_a$

$$r_A = \frac{d_0}{2} + Q_a \quad 3,625 \quad \delta_A = -\frac{Q_a}{p} \quad -0,795454 \quad \operatorname{tg} \omega_A = \frac{r_A}{p} \quad 1,647727$$

Значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в расчетных точках профиля канавки

Точки профиля канавки	$r$	$\delta$	$\xi$
$B$	$r = \frac{D}{2}$	—	—
$K$	$r = \frac{d_0}{2} + Q_a$	—	—
$E$	$r = \frac{d_0}{2} + (1 - \sin \beta) Q_a$	$\delta = -\frac{Q_a(1 + \cos \beta)}{p}$	$\operatorname{tg} \xi = -\frac{r}{p} \operatorname{tg} \beta$
$C$	$r = \frac{D}{2}$	$\delta = \frac{\frac{t}{2} - f_0}{p}$	$\operatorname{tg} \xi = -\frac{r}{p} \operatorname{tg} \beta$

при максимальной ширине вершины профиля инструмента. Такие требования к определению параметров установки дисковых инструментов удовлетворяет метод расчета, который был нами рассмотрен при обработке винтовых стружечных канавок у цилиндрических фрез. Чтобы использовать этот метод, необходимо параметры  $x$ ,  $z$  и  $\xi_a$  для каждой расчетной точки осевого профиля канавки пересчитать на параметры  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  торцового профиля этой канавки. Пересчет осуществляется по зависимостям (13) и (17). В табл. 31 приведены все формулы для расчета искомых параметров.

Величина радиуса  $R_A = 0,5 (D_{\phi} - q_a)$ . Порядок расчета и программы для ЭВМ будут те же, что и при расчете профиля дисковых фрез, предназначенных для обработки винтовых стружечных канавок цилиндрических фрез, только в программе для ЭВМ блок решения зависимостей табл. 29 заменен на блок решения зависимостей табл. 31. Для проверки выполнения третьего условия формообразования использована отдельная программа решения зависимостей табл. 2. В программе предусмотрено, что ЭВМ выдает на печать результаты расчетов профилей фрез при трех значениях параметра  $\epsilon$ , лежащих в диапазоне рекомендуемых значений этого параметра. Конструктору представляется возможность выбора желаемого варианта профиля проектируемой фрезы. На рис. 112, б представлен один из таких вариантов профиля дисковой фрезы, рассчитанный на ЭВМ «Минск-22» для шнекового сверла, параметры которого помещены в табл. 31. Участок  $C_{\pi}E_{\pi}$  теоретического профиля фрезы на чертеже выполнен прямолинейным, так как расчетная величина радиуса  $q_{m2}$  дуги, очерчивающей этот участок, очень велика — 147,621 мм. Значения технологических параметров  $T$  и  $N$  установки фрезы указаны на рисунке; угол  $\epsilon$  скрещивания осей фрезы и сверла равен  $61^\circ$ .

### Расчет профиля фрез для обработки канавок у инструментов под винтовые пластинки твердых сплавов

Особенностью профиля канавок цилиндрического инструмента под винтовые твердосплавные пластинки является угловой участок  $BKE$ , очерченный прямыми  $BK$  и  $KE$  и имеющий точку  $K$  излома (рис. 113). От точности выполнения этого участка зависит точность прилегания



табл. 32. В точках  $K$  и  $E$  углы  $\xi$  взяты из расчета, что эти точки принадлежат соответственно участкам  $BK$  и  $KE$ . При расчете величины переходной кривой в зоне точки  $K$  излома профиля эту точку следует рассматривать сначала как точку, принадлежащую участку  $BK$ , а затем как точку  $K'$ , принадлежащую участку  $KE$ . Участок профиля около точки  $E$  всегда будет скругляться небольшой переходной кривой, так как установка дисковой фрезы будет рассчитываться из соображений получения точки  $K$  излома профиля, а не точки  $E$  излома. Практического значения это скругление на условия работы инструмента не имеет.

Таблица 32

Определение значений параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в расчетных точках профиля винтовых канавок под твердосплавные пластинки

Дано: $D_0 = 47$ мм; $Z = 6$ ; $a = 5,2$ мм; $a_1 = 2,5$ мм; $a_2 = 17$ мм; $\alpha_\gamma = 18^\circ$ ; $p = 31,051$						
Точки профиля		$\delta$		$r$		$\xi$
$B$	$\sin \delta = -\frac{2a_1}{D}$	$-0,10660$	$r = \frac{D_0}{2}$	$23,5$	$\xi = -\delta$	$0,10660$
$K$	$\operatorname{tg} \delta = -\frac{a_1}{a_2}$	$-0,14603$	$r = \frac{a_2}{\cos \delta}$	$17,183$	$\xi = -\delta$	$0,14603$
$E$	$\operatorname{tg} \delta = \frac{a-a_1}{a_2}$	$0,15760$	$r = \frac{a_2}{\cos \delta}$	$17,213$	$\xi = \frac{\pi}{2} - \delta$	$1,4131$
$C$	$\delta = \frac{2\pi}{z} + \delta_K$	$0,90117$	$r = \frac{D_0}{2}$	$23,5$	$\xi = \frac{\pi}{2} - \alpha$	$1,2566$
$K'$	$\operatorname{tg} \delta = -\frac{a_1}{a_2}$	$-0,14603$	$r = \frac{a_2}{\cos \delta}$	$17,183$	$\xi = \frac{\pi}{2} - \delta$	$1,7168$

Определение положения оси фрезы относительно заготовки. Связь между параметрами  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  установки оси фрезы относительно заготовки для случая, когда необходимо получить на профиле детали точку излома, определяется уравнением (82). Если обе дроби, входящие в это уравнение, умножить и разделить на  $p$ , то оно примет вид формулы (235), так как  $p \operatorname{ctg} \epsilon = r_{\text{н}}$ , а  $p \operatorname{tg} \omega_A = r_A$ . Профиль канавки  $BKES$  на рис. 113 с точки зре-

ния расчета параметров установки фрезы подобен профилю *ВКЕС* стружечной канавки цилиндрической фрезы (рис. 106), если в последнем положить радиус  $\varrho$  равным нулю. Поэтому расчет параметров установки дисковых фрез для обработки винтовых канавок профиля, тип которых изображен на рис. 113, можно вести по тому же методу, что и для случая обработки винтовых канавок у цилиндрических фрез.

Общий порядок расчета параметров  $m$ ,  $\varepsilon$  и  $\psi$  установки дисковых фрез будет следующим: а) по формулам табл. 32 определяются величины  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  для каждой расчетной точки заданного профиля канавки и угол  $\omega_K$  для точки излома. При  $\varrho=0$  точка  $K$  на рис. 107 совпадает с точкой  $A$ . Поэтому при пользовании формулой (235) надо иметь в виду, что для точки  $A$  излома профиля канавки (рис. 113)  $r_K=r_A$ ,  $\delta_K=\delta_A$  и  $\omega_K=\omega_A$ ; б) назначается диаметр  $D_\Phi=2R_A$  дискового инструмента; в) в пределах выполнения неравенств (232) назначается величина угла  $\varepsilon$  с учетом следующего. При  $\varepsilon=\varepsilon_{\max}$  профиль фрезы получается узким и высоким. При  $\varepsilon < \frac{\pi}{2} - \omega_A$  формула (235), по которой определяется

величина  $\psi_{KE}$  не имеет действительного решения (под радикалом будет отрицательное число), поэтому при таком значении  $\varepsilon$  неравенство (236) заведомо не будет выполнено и как следствие — в зоне точки  $K$  будет образована переходная кривая. Таким образом, зона допустимых значений  $\varepsilon$  лежит в пределах от значения  $\varepsilon_{\max}$ , соответствующего неравенству (232), до значения  $\frac{\pi}{2} - \omega_A$ .

При приближении значения угла  $\varepsilon$  к  $\frac{\pi}{2} - \omega_A$  ширина фрезы увеличивается, профильные углы с обеих сторон профиля выравниваются; г) по формуле (234) определяется величина  $m$  межосевого расстояния; д) по формуле (235) определяется величина  $\psi_{KE}$ ; е) используя первые семь формул табл. 1, формулы (72), (75) и (233), по значениям параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в точке  $B$  профиля канавки определяется величина угла  $\psi_{BK}$ ; ж) проверяется выполнение неравенства (236).

Если по данным расчета неравенство (236) выполняется, то угол  $\psi$  принимается равным  $\psi_{KE}$ ; профиль канавки, включая зону точки  $K$  излома, будет полностью обработан без переходных кривых. Если неравенство

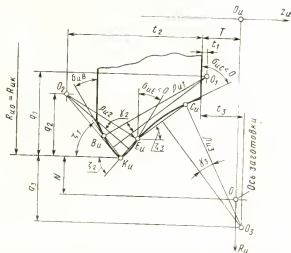


Рис. 114. Схема замены дугами окружностей теоретического профиля дисковой фрезы для обработки канавок под винтовые пластинки из твердых сплавов

(236) не выполняется, то угол  $\psi$  принимается равным  $\psi_{BK}$ . Это делается для того, чтобы гарантировать отсутствие подрезов на участке  $BK$  профиля канавки. Однако при этом на профиле фрезы произойдет разрыв теоретического профиля с образованием точки пересечения, которая на профиле детали нанесет переходную кривую. Если переходная кривая в зоне точки  $K$  не допускается (см. рис. 113), то надо уменьшать величину диаметра  $D_{\phi} = 2R_A$  фрезы и повторять расчет до тех пор, пока не будет выполнено условие (236).

**Расчет профиля дисковой фрезы.** Порядок расчета координат  $R_u$  и  $z_u$ , а также углов  $\sigma_u$  в расчетных точках устанавливается зависимостями табл. 1. По схеме расположения оси дисковой фрезы видно, что для точек участка  $BK$  знак угла  $\tau$  — минус, а для  $CE$  — плюс.

Построение дуг окружностей, заменяющих участки теоретического профиля фрезы, произведено по координатам  $R_u$  и  $z_u$  крайних точек этих участков и положению касательных к теоретическому профилю в его точках  $B_u$ ,  $E_u$ ,  $C_u$  (рис. 114). Зависимости, необходимые для расчета радиусов  $q_{u1}$ ,  $q_{u2}$ ,  $q_{u3}$  дуг заменяющих окружностей, а также координат их центров  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  помещены в табл. 33.



Определение значений параметров  $Q_n$ ,  $q$ ,  $t$  дуг окружностей, очерчивающих профиль дисковой фрезы для обработки канавок под винтовые твердосплавные пластинки

Дано: $R_{нВ}$ , $R_{нК}$ , $R_{нЕ}$ , $R_{нС}$ , $z_{нВ}$ , $z_{нК'}$ , $z_{нС}$ , $z_{нЕ}$ , $\sigma_{нВ}$ , $\sigma_{нЕ}$ , $\sigma_{нС}$ , $i$ , $m$			
$\operatorname{tg} \zeta_1 = \frac{R_{нК} - R_{нВ}}{z_{нК} - z_{нВ}}$	1,420533	$z_{н1} = Q_{н1} \cos \sigma_{нВ} + z_{нВ}$	1,636919
$\operatorname{tg} \zeta_2 = \frac{R_{нК'} - R_{нЕ}}{z_{нЕ} - z_{нК'}}$	0,88406	$z_{н2} = z_{нЕ} - Q_{н2} \cos \sigma_{нВ}$	-29,71663
$\operatorname{tg} \zeta_3 = \frac{R_{нЕ} - R_{нС}}{z_{нС} - z_{нЕ}}$	1,33530	$q_1 = R_{нК'} - R_{н1}$	16,56843
$\gamma_1 = \frac{\pi}{2} - \sigma_{нВ} - \zeta_1$	0,11349	$q_2 = Q_{н2}  \sin \sigma_{нК'} $	16,20158
$\gamma_2 = \frac{\pi}{2} + \sigma_{нЕ} - \zeta_2$	0,10784	$q_3 = R_{нС} - Q_{н3} \times \sin \sigma_{нС} - R_{нК'}$	8,126081
$\gamma_3 = \zeta_3 - \sigma_{нС} - \frac{\pi}{2}$	0,24731	$T = -z_{нС} + i \sin \sigma_{нС}$	4
$Q_{н1} = \frac{R_{нК} - R_{нВ}}{2 \sin \zeta_1 \sin \gamma_1}$	25,55362	$t_1 = T + z_{н1}$	5,63919
$Q_{н2} = \frac{R_{нК'} - R_{нЕ}}{2 \sin \zeta_2 \sin \gamma_2}$	20,70199	$t_2 = -z_{н2} - T$	25,71663
$Q_{н3} = \frac{R_{нЕ} - R_{нС}}{2 \sin \zeta_3 \sin \gamma_3}$	27,63817	$t_3 = Q_{н3} \cos \sigma_{нС} + i \sin \sigma_{нС}$	14,76728
$R_{н1} = R_{нВ} - Q_{н1} \sin \sigma_{нВ}$	13,43157	$N = m - R_{нК}$	9,2406
$R_{н2} = R_{нЕ} + Q_{н2} \sin \sigma_{нЕ}$	13,10476		

За точками  $B_n$  и  $C_n$  профиль фрезы оформляется дугами окружностей, имеющих соответственно радиусы  $q_{н1}$  и  $q_{н2}$ . При больших величинах размера желательно в зоне точки  $B_n$  проверить выполнение третьего условия формообразования. Для этого по формулам табл. 2 для точки  $B$  ( $r_B, \delta_B$ ) надо подсчитать и затем построить профиль поверхности  $\Phi_n$ . Профиль фрезы за точкой  $B_n$  должен быть оформлен так, чтобы он не пересекал профиль поверхности  $\Phi_n$ .

**Установка фрезы.** Установочные размеры  $T$  и  $N$  определяются по рис. 114:

$$\left. \begin{aligned} T &= -z_{nc} + i \sin \sigma_{nc}; \\ N &= m - R_{н0}, \end{aligned} \right\} \quad (240)$$

где  $i$  — перекрытие профиля фрезы за точкой  $C_n$ ;  $R_{н0}$  — радиус фрезы по ее вершине. Величина  $i$  назначается по практическим рекомендациям так, чтобы размер  $T$  имел округленную величину. Последние две формулы также помещены в табл. 33.

**Пример расчета.** Рассчитаем профиль дисковой фрезы для обработки ринтовой канавки цилиндрической фрезы, профиль которой изображен на рис. 113. Параметры канавки:  $D_0=47$  мм;  $Z=6$ ;  $a=5,2$  мм,  $a_1=2,5$  мм,  $a_2=17$  мм,  $\alpha_c=18^\circ$ ,  $p=31,051$ .

1. Определяем значения параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  в расчетных точках  $B$ ,  $K$ ,  $E$ ,  $C$ . В точке  $K$  величина угла  $\xi$  подсчитана для двух участков —  $BK$  и  $KE$  (в первом случае эта точка обозначена буквой  $K$ , а во втором —  $K'$ ). Результаты расчета приведены в табл. 32.

2. По формулам (57) определяем значения параметров  $u$  и  $v$  в расчетных точках  $B$  и  $C$ . Получим  $u_B=23,3666$  мм;  $v_B=2,5$  мм,  $u_C=7,263$  мм;  $v_C=22,350$  мм.

3. Определяем положение оси дисковой фрезы относительно заготовки: а) назначаем диаметр  $D_\phi=2R_A$  фрезы. Примем  $R_A=35$  мм;

б) определяем угол  $\omega_A$  ( $\omega_n$ ):  $\operatorname{tg} \omega_A = \frac{r_K}{p} = 0,5534$ ;  $\omega_A = 3,50537$  рад;

в) по неравенствам (232) определяем  $\epsilon_{\max}$ . Расчет ведем по значению параметра  $u=u_C$ . Получим  $\operatorname{ctg} \epsilon_{\max} = 0,234$ ;  $\epsilon_{\max} = 76^\circ 50'$ . Примем за угол  $\epsilon$  значение, лежащее между  $\epsilon_{\max}$  и углом  $\frac{\pi}{2} - \omega_A$ ;

$\epsilon = 70^\circ$ ; г) по формуле (234) определяем величину  $m$  межосевого расстояния. Получим  $m=29,2406$  мм; д) по формуле (235) определяем величину угла  $\psi_{KE}$ . Получим  $\psi_{KE}=1,23345$  рад; е) по формуле (233) определяется минимальное значение угла  $\psi_{KE}$ , при котором точка  $B$  профиля канавки будет обработана без подрезания. Перед этим по первым семи формулам табл. 1 определяют вспомогательные величины:  $u=23,367$  мм;  $v=2,5016$  мм;  $r_n=11,919$  мм;  $k_1=0,05242$ ;  $k_2=0,45997$ ;  $n_1=1,22490$ ;  $n_2=1,02625$ . Затем по фор-

Рис. 115. Профиль дисковой фрезы для обработки канавок под винтовые пластинки из твердых сплавов

5. Определяем величины радиусов  $q_{11}$ ,  $q_{12}$ ,  $q_{13}$  окружностей, заменяющих теоретический профиль фрезы, а также координаты  $q$  и  $t$  их центров. Формулы и результаты расчета помещены в табл. 33.

6. Определяем значения технологических параметров  $N$  и  $T$  установки дисковой фрезы. Величина  $i$  перекрытия принята равной 3 мм.

Профиль рассчитанной фрезы показан на рис. 115. Расчет произведен на ЭВМ «Минск-22» по программе, которая включает в себя блоки решения зависимостей табл. 27, 1 и 33.

### Расчет профиля винта и гайки шариковинтовой пары

При конструировании шариковинтовых механизмов приходится решать задачу по расчету профиля винтовых канавок на винтах и гайках, сопряженных с шариком. В литературе такие винтовые поверхности принято называть канальевыми [11]. Задача формулируется следующим образом: дан диаметр  $d_0$  цилиндра, на котором

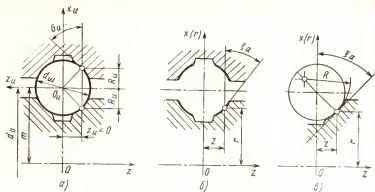


Рис. 116. Параметры профиля винта и гайки шариковинтовой пары

располагается центр шарика, диаметр  $d_{ш}$  шарика и винтовой параметр  $p$ ; требуется определить профили канавок винта и гайки, сопряженные с шариком (рис. 116).

Если положить, что шарик является производящей поверхностьюс дискового инструмента, то указанная задача решается с помощью зависимостей табл. 3, которые позволяют по заданной производящей поверхности определять параметры  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  точек профиля торцевой сопряженной винтовой поверхности. Однако, чтобы воспользоваться этими зависимостями, необходимо сначала выбрать положение оси шарика, как поверхности вращения. Осью шарика может служить любая прямая линия, проходящая через его центр. Свободу выбора оси шарика желательно использовать таким образом, чтобы расчетные зависимости для определения параметров профиля винта и гайки получить наиболее простыми. В связи с этим будем рассматривать поверхность шарика как производящую поверхность дискового инструмента, ось которого параллельна оси винта. В этом случае значение параметра  $\epsilon$  установки оси инструмента равна нулю.

Непосредственная подстановка  $\epsilon=0$  в зависимости табл. 3 приводит к неопределенности. Поэтому перел тем, как осуществить такую подстановку, необходимо зависимости табл. 3, содержащие  $\text{ctg } \epsilon$ , преобразовать. Для этой цели в квадратное уравнение табл. 3 подставим значения коэффициентов  $c_1$  и  $c_2$ , затем полученную зависимость разделим на  $\text{ctg}^2 \epsilon$  и только после этого положим  $\epsilon=0$ . После простых преобразований получим уравне-

ния, которые сведены в табл. 34. В эту же таблицу помещена формула, по которой определяется профильный угол  $\xi_a$  в точках осевого профиля винтовой поверхности, а также формула, по которой определяются координаты точек этого осевого профиля.

По рис. 116, а видно, что для каждой точки правой стороны (относительно оси  $x_n$ ) профиля шарика

$$\left. \begin{aligned} R_n &= \frac{d_w}{2} \sin |\sigma_n|; \\ z_n &= -\frac{d_w}{2} \cos \sigma_n. \end{aligned} \right\} \quad (241)$$

Таким образом, положение расчетных точек профиля шарика можно задавать величиной угла  $\sigma_n$  [знак угла  $\sigma_n$  назначается согласно принятому в настоящей работе правилу (см. стр. 43)].

Общий порядок расчета параметров  $r$ ,  $z$ ,  $\xi_a$  осевого сечения профилей винтовых поверхностей винта и гайки будет следующим.

1. Определяем параметры установки оси шарика. Имеем:  $m = \frac{d_0}{2}$ ,  $\psi = 0$ ,  $\varepsilon = 0$ .

2. Задаемся рядом значений  $\sigma_n$  и по формулам (241) определяем соответствующие значения координат  $R_n$  и  $z_n$ .

3. По формулам табл. 34 определяем значения  $r$ ,  $z$ ,  $\xi_a$  для каждой расчетной точки (рис. 116, б). При определении координаты  $x_n$  знак плюс перед радикалом соответствует профилю гайки, а знак минус — профилю винта. При определении координаты  $y_n$  знак плюс при правом винте берется для точек, расположенных на правой (относительно оси  $x_n$ ) стороне профиля шарика.

В шариковинтовых механизмах профили винтовых поверхностей винта и гайки строятся так, что шарик имеет касание с этими поверхностями в двух или четырех точках. В таких случаях указанный порядок расчета параметров  $r$ ,  $z$ ,  $\xi_a$  осуществляется только для этих точек, а затем по полученным значениям координат  $r$  и  $z$  точки контакта и углу  $\xi_a$  наклона касательной к осевому профилю винтовой поверхности строится нормаль к этому профилю, на которой выбирается центр дуги, оформляющей левое сечение профиля винта или гайки (см. рис. 116, в).

Зависимости для определения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$ ,  $z$ ,  $\xi_a$  профиля винтовой поверхности, получаемой дисковым инструментом с заданным профилем при  $\varepsilon=0$

Дано: $p$ , $m$ , $\psi$ и для каждой расчетной точки $R_n$ , $z_n$ , $\sigma_n$	
$x_n = \pm R_n \sqrt{1 - \frac{p^2}{m^2} \operatorname{ctg}^2 \sigma_n}$	$\delta = \mu + \psi - \varphi$
$y_n = \pm R_n \frac{p}{m} \operatorname{ctg} \sigma_n$	$\operatorname{ctg} \tau = - \frac{y_n}{x_n}$
$\operatorname{tg} \mu = - \frac{y_n}{x_n + m}$	$\xi = \tau - \mu$
$r = \frac{x_n + m}{\cos \mu}$	$\operatorname{tg} \xi_a = - \frac{p}{r} \operatorname{tg} \xi$
$\varphi = - \frac{z_n}{p}$	$z = - p \delta$

### Расчет профиля фрез для обработки винтов насосов с циклоидальным зацеплением

Профиль ведущего винта насосов с циклоидальным зацеплением изображен на рис. 117, а. Он симметричен относительно оси  $x$  и его правая сторона состоит из дуги  $KE$  окружности диаметром  $d_n$  и отрезков  $FK$  и  $BF$  эпициклоид [5]. Профиль ведомого винта изображен на рис. 117, б. Он также симметричен относительно оси  $x$  и его правая сторона состоит из дуги  $FE$  окружности диаметром  $\frac{1}{3} d_n$  эпициклоиды  $FK$  и отрезка  $BK$  радиальной прямой.

Особенностью проектирования фрез для обработки этих винтов является высокая точность, предъявляемая к их винтовым поверхностям, и наличие на их профилях точек  $K$  излома, в зоне которых не допускаются переходные кривые. Поэтому для каждой фрезы должна быть рассчитана точная установка, а ее профиль построен по большому количеству расчетных точек.

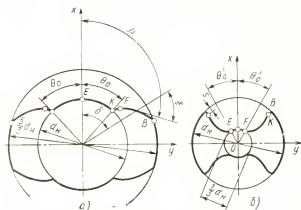


Рис. 117. Профили ведущего (а) и ведомого (б) винтов насоса с циклоидальным зацеплением

**Определение параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  в расчетных точках профиля ведущих винтов.** Для точек дуги  $KE$   $r = \frac{d_H}{2}$ ,

$\xi = \frac{\pi}{2}$ ; положение расчетных точек задается величиной угла  $\delta$  от нуля до 0,31756 рад. Уравнения эпициклоиды  $FK$  имеют вид

$$\left. \begin{aligned} x &= [0,75 \cos(\theta + \theta_0) - 0,25 \cos(3\theta + \theta_0)] d_H; \\ y &= [0,75 \sin(\theta + \theta_0) - 0,25 \sin(3\theta + \theta_0)] d_H. \end{aligned} \right\} \quad (242)$$

Параметр  $\theta_0$  в этих уравнениях является величиной постоянной и равной 0,80281 рад. Положение расчетных точек задается углом  $\theta$  от нуля (в точке  $K$ ) до 0,31756 рад (в точке  $F$ ). Уравнения эпициклоиды  $BF$  имеют вид

$$\left. \begin{aligned} x &= [\cos(\theta + \theta_0) - 0,475 \cos(2\theta + \theta_0)] d_H; \\ y &= [\sin(\theta + \theta_0) - 0,475 \sin(2\theta + \theta_0)] d_H. \end{aligned} \right\} \quad (243)$$

Положение расчетных точек задается углом  $\theta$  от 0,31756 рад (в точке  $F$ ) до 0,97745 рад (в точке  $B$ ). Значение угла  $\delta$  для эпициклоид определится по формуле

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{y}{x}, \quad (244)$$

а радиуса  $r$  — по формуле

$$r = \frac{x}{\cos \delta} . \quad (245)$$

Значение угла  $\xi$  в расчетных точках эпициклических кривых определится так. По рис. 117, а видно, что

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \beta - \delta; \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{dy}{dx} . \end{aligned} \right\} \quad (246)$$

Для точек участка  $KF$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\cos (\theta + \theta_0) - \cos (3\theta + \theta_0)}{\sin (3\theta + \theta_0) - \sin (\theta + \theta_0)} , \quad (247)$$

а для участка  $BK$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\cos (\theta + \theta_0) - 0,95 \cos (2\theta + \theta_0)}{0,95 \sin (2\theta + \theta_0) - \sin (\theta + \theta_0)} . \quad (248)$$

Определение параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  в расчетных точках профиля ведомых винтов. Для точек дуги  $EF$   $r_n = \frac{d_n}{6}$ ;  $\xi = \frac{\pi}{2}$ ; положение расчетных точек задается величиной угла  $\delta$  от нуля до  $0,09\pi$  рад. Уравнения эпициклоиды  $FK$  имеют вид

$$\left. \begin{aligned} x &= \left[ \cos (\theta + \theta'_0) - \frac{5}{6} \cos (2\theta + \theta'_0) \right] d_n; \\ y &= \left[ \sin (\theta + \theta'_0) + \frac{5}{6} \sin (2\theta + \theta'_0) \right] d_n. \end{aligned} \right\} \quad (249)$$

Параметр  $\theta'_0$  в этих уравнениях является величиной постоянной и равной  $0,09\pi$  рад. Положение расчетных точек задается углом  $\theta$  от нуля (в точке  $F$ ) до  $0,49221$  рад (в точке  $K$ ). Значения угла  $\delta$  в расчетных точках эпициклоиды  $FK$  определяются по формуле (244), значения радиуса  $r$  — по формуле (245), а значения угла  $\xi$  — по формуле (246). Угол  $\beta$ , входящий в формулу (246), определяется из уравнения

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\cos (\theta + \theta'_0) - \frac{5}{3} \cos (2\theta + \theta'_0)}{\frac{5}{3} \sin (2\theta + \theta'_0) - \sin (\theta + \theta'_0)} . \quad (250)$$



Для расчета параметров установки дисковых фрез при обработке ведомых винтов необходимо знать величину радиуса  $q$  кривизны в точке  $K$  профиля винта, принадлежащей его участку  $BK$ . Радиус  $q$  определяется по формуле [1]:

$$q = \frac{\left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}. \quad (251)$$

Величина  $\frac{dy}{dx}$  первой производной, входящая в эту формулу, равна  $\operatorname{tg} \beta$ , определяемому по формуле (250). Величина  $\frac{d^2y}{dx^2}$  второй производной определится при дифференцировании уравнений (249) и (250):

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{59 - 45 \cos \theta}{9 \left[ \frac{5}{3} \sin (2\theta + \theta'_0) - \sin (\theta + \theta'_0) \right]^3 d_n}. \quad (252)$$

**Определение положения оси фрезы относительно заготовки.** Межосевое расстояние  $m$  должно обеспечить жесткое крепление фрезы и прочность ее корпуса. Для ведущего винта

$$m = \frac{d_n}{2} + R_{и0}; \quad (253)$$

для ведомого винта

$$m = \frac{d_n}{6} + R_{и0}, \quad (254)$$

где  $R_{и0}$  — радиус фрезы в плоскости симметрии винта.

На заводах при изготовлении винтов насосов с циклоидальным зацеплением используют принцип подобия, согласно которому радиус  $R_{и0}$  дисковой фрезы назначается в зависимости от размера  $d_n$  винта. Принимают следующие соотношения  $R_{и0}$  и  $d_n$ :  $\frac{R_{и0}}{d_n} = 1; 1,35; 2; 4$ .

Угол  $\psi$  как для ведущего, так и для ведомого винтов принимается равным нулю, так как профиль винтов симметричен относительно оси  $x$ . Угол  $\epsilon$  для каждого винта надо рассчитать.

У профиля ведущего винта все участки выпуклые, по-

этому для их получения нужно выполнить только первое условие обработки винтовой поверхности: второе и третье условия для этих участков заведомо выполняются. Однако профиль имеет точку  $K$  излома во впадине, в зоне которой переходная кривая не допускается. Поэтому расчет угла  $\epsilon$  ведется из условия получения на профиле винта этой точки. Расчет состоит в определении угла  $\mu$  по формулам на стр. 75, определения  $r_n$  по уравнению (81) и определении угла  $\epsilon$  по формуле (48). Принятое значение угла  $\epsilon$  должно обеспечить для всех точек профиля винта выполнение первого условия формообразования винтовых поверхностей. В конструкциях винтов, которые в настоящее время применяются в промышленности, при  $\epsilon$ , подсчитанном из условия получения точки  $K$  излома, выполнение условий формообразования гарантируется для всех остальных точек профиля ведущего винта.

У профиля ведомого винта участок  $EF$  — выпуклый; для получения его на профиле винта достаточно выполнить первое условие формообразования: второе и третье заведомо выполняются. Участок  $FK$  профиля винта — вогнутый и поднутрен; для получения его на профиле винта необходимо рассчитать значение параметра  $\epsilon$ , соответствующее выполнению всех трех условий формообразования. Участок  $KB$  профиля винта — прямолинейный без поднутрения; для получения его на винте достаточно выполнить первое условие формообразования; второе условие заведомо выполняется, однако в виду того, что точка  $B$  этого участка является крайней точкой профиля, желательно для нее сделать проверку на выполнение третьего условия формообразования.

Устанавливается следующий порядок расчета параметра  $\epsilon$  установки фрезы при обработке ведомого винта: а) определяются значения параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  для точки  $B$  профиля винта и точки  $K$ , принадлежащей участку  $FK$  этого профиля; б) определяется значение угла  $\epsilon$ , соответствующее выполнению неравенства (74). Наибольшее значение параметра  $\mu$  профиль имеет в точке  $B$ . Поэтому расчет ведется по параметру  $\mu_B$ ; в) для точки  $K$  участка профиля винта по формулам (250), (251) и (252) определяется значением радиуса  $\rho$  кривизны; г) решением системы уравнений (79) и (80) определяются значения  $r_{n\max}$  и  $r_{n\min}$ ; д) по формуле (48) определяются границы  $\epsilon_{\min}$  и  $\epsilon_{\max}$  значений  $\epsilon$ , допустимых первым и вторым условиями формообразования профиля винта в его

точке  $K$  ( $FK$ );  $\epsilon$ ) принимается значение  $\epsilon$ , которое одновременно удовлетворяет неравенству (74) и лежит между значениями  $\epsilon_{\min}$  и  $\epsilon_{\max}$ . Желательно значение  $\epsilon$  принимать таким, чтобы оно было ближе к  $\epsilon_{\min}$ . В этом случае третье условие формообразования винта выполняется более свободно, а профиль приобретает большие профильные углы, хотя при этом величина неформообразующей части профиля фрезы возрастает.

**Расчет профиля фрез.** Профиль фрез для обработки винтов насосов строится по расчетным точкам. Координаты  $R_n$  и  $z_n$  этих точек определяют по формулам табл. 1. Если профиль фрезы рассчитывается по правой стороне профиля винтов, то во всех расчетных точках угол  $\tau$  имеет знак плюс.

Для ведомого винта значение параметра  $\epsilon$ , рассчитанное по указанному выше способу, удовлетворяет условиям формообразования всех участков его профиля, но не удовлетворяет условию (82) формообразования точки излома. Точка  $K$  находится на выступе, поэтому невыполнение для нее уравнения (82) приведет к образованию точек разрыва на теоретическом профиле фрезы. Для построения участка профиля фрезы, заполняющего этот разрыв, надо по формулам табл. 2 подсчитать профиль поверхности  $\Phi_n$  для винтовой линии, проходящей через точку  $K$  (см. рис. 117). Профиль фрезы должен быть оформлен таким образом, чтобы он пересекал профиль поверхности  $\Phi_n$ . В литературе [5] этот участок рекомендуется оформлять плавной линией, соединяющей точки  $K_n'$  и  $K_n$ . Однако соединение точек  $K_n'$  и  $K_n$  произвольной линией может привести к тому, что последняя пересечет кривую  $K_{\phi 1}K_{\phi 2}$  (рис. 118). Тогда профиль фрезы подрежет профиль винта в районе точки  $K$ .

**Пример расчета 1.** Рассчитаем профиль фрезы для обработки ведущего винта винтового насоса с циклондальным зацеплением. Параметры винта: диаметр начальной окружности  $d_n = 21,6$  мм, диаметр винта

$$D = \frac{5}{3} d_n; \text{ шаг винта } t = \frac{10}{3} d_n \quad (\rho = 11,45916) \quad (\text{рис. 117, а}).$$

1. По формулам (242) — (247) определяем значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в расчетных точках профиля винта. Результаты расчета параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  для 13 расчетных точек сведены в табл. 35 (расчет ведется для правой стороны профиля винта).

2. По формуле (253) определяем межосевое расстояние  $m$ . Прием  $R_{n0} = 1,35 d_n$ . Тогда  $m = 39,96$  мм.

3. Определяем угол  $\epsilon$  скрещивания осей. Для точки излома из табл. 35 имеем  $r_K = 10,8$  мм;  $\delta_K = 0,80281$  рад. Имея в виду, что

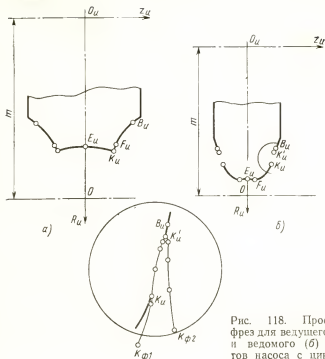


Рис. 118. Профили фрез для ведущего (а) и ведомого (б) винтов насоса с циклоидальным зацеплением

$\psi=0$ , по формуле на стр. 75 определяем значение угла  $\mu$ , соответствующее контакту фрезы с винтовой линией винта, несущей точку  $K$ .

Получим  $\mu=0,19972179$  рад. Тогда по формуле (81)  $r_n=10,58532$  мм, по формуле (50)  $\operatorname{ctg} \varepsilon=0,923743$  и  $\varepsilon=47^{\circ}12'20''$ . Полученное значение угла  $\varepsilon$  округлять нельзя, так как в противном случае в зоне точки  $K$  появится переходная кривая.

4. По формулам табл. 1 определяем координаты  $R_u$  и  $z_u$  точек профиля фрезы. Для 13 расчетных точек результаты расчета помещены в табл. 35. Для всех этих точек знак параметра  $\tau$  — плюс.

5. Оформляем профиль фрезы. Профиль строится по координатам  $R_u$  и  $z_u$ . За точкой  $B_u$  профиль фрезы перекрывается на величину  $i=3$  мм. Профиль рассчитанной фрезы показан на рис. 118, а.

**Пример расчета 2.** Рассчитаем профиль дисковой фрезы для обработки ведомого винта, имеющего следующие параметры:  $D=d_n=21,6$  мм, шаг винта  $t=\frac{10}{3}d_n$  ( $p=11,45916$ ); величина радиальной фаски  $S=0,025d_n$  (рис. 117, б). Расчет ведется по правой стороне профиля винта.

1. Определяем значение угла  $\psi$ . Ввиду того, что профиль винта симметричный, принимаем  $\psi=0$ .

Значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  профиля ведущего винта и параметров  $R_n$ ,  $z_n$ ,  $\sigma_n$  профиля фрезы для этого винта

№ точки	$\theta$	$r$	$\delta$	$\xi$	$R_n$	$z_n$	$\sigma_n$
1 (E)	—	10,8000	0	1,57080	29,1600	0	1,57080
2	—	10,8000	0,27125	1,57080	29,2129	2,18284	1,52241
3	—	10,8000	0,55851	1,57080	29,3711	4,36338	1,47443
4 (K)	—	10,8000	0,80281	1,57080	29,5951	6,26746	1,43312
4' (K)	0°	10,8000	0,80281	-0,01741	29,5951	6,26746	-0,12489
5	12°	11,4789	0,81973	0,40197	28,9929	6,45431	-0,37959
6	18°11'42"	12,2783	0,85639	0,58151	28,3010	6,78101	-0,49541
7	25°	13,0431	0,90026	0,67220	27,6622	7,14913	-0,55050
8	30°	13,7105	0,94291	0,74070	27,1019	7,51196	-0,59811
9	35°	14,4229	0,99303	0,80722	26,4985	7,95174	-0,65030
10	40°	15,2411	1,05345	0,86690	25,8117	8,49322	-0,69935
11	45°	16,0753	1,11998	0,92278	25,1100	9,11552	-0,75087
12	50°	16,9388	1,19297	0,97377	24,3845	9,82476	-0,80221
13 (B)	56°00'14"	18,0000	1,28205	1,02912	23,5136	10,7876	-0,86343

2. По формулам (249), (244), (250) и (246) определяем значения параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  в расчетных точках профиля винта. Результаты расчета сведены в табл. 36.

3. Определяем межосевое расстояние  $m$ . Принимаем  $R_{н0} = 1,35 d_n$  (так же как и для ведущего винта). Тогда по формуле (253)  $m = 32,76$  мм.

4. Определяем значение угла  $\epsilon$ . Сначала определяем значение  $u_B = r_B \cos \xi_B$ . Получим  $u_B = r_B = 10,8$  мм. По формуле (74) определяем значение  $r_n$ , при котором возможна обработка точки B профиля винта. Получим  $r_n > 10,8$  мм. По формулам (250), (252) и (251) определяем значение радиуса  $\rho$  кривизны профиля винта в точке K, принадлежащей криволинейному участку. Получим  $\rho = 7,75$  мм. Путем совместного решения уравнений (79) и (80) определяем значение  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$ , которое ограничивает зону значений  $r_n$ , удовлетворяющих первому и второму условиям формообразования криволинейного участка профиля винта. Получим  $r_{n \max} = 14,44$  мм,  $r_{n \min} = 9,28$  мм. Примем  $r_n = r_B = 10,8$  мм. Это значение  $r_n$  удовлетворяет двум первым условиям формообразования как прямолинейного участка BK, так и криволинейного участка EK (на практике для подобных винтов также принимают  $r_n = r_B$  [5]). Тогда по формуле (48)  $\epsilon = 0,723893$  рад ( $47^\circ 12' 20''$ ).

5. По формулам табл. 1 определяем координаты  $R_n$  и  $z_n$  расчетных точек теоретического профиля фрезы. Результаты расчета помещены в табл. 36. Профиль фрезы псказан на рис. 118, б. Профиль имеет точки K<sub>n</sub> и K'<sub>n</sub> разрыва.

Значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  профиля ведомого винта  
и параметров  $R_n$ ,  $z_n$ ,  $\sigma_n$  профиля фрезы для этого винта

Формообразующие участки $E_n K_n$ и $K'_n B_n$ профиля фрезы							
№ точки	$\theta$	$r$	$\delta$	$\xi$	$R_n$	$z_n$	$\sigma_n$
1 (E)	—	3,60000	0	1,57080	29,1600	0	1,57080
2	—	3,60000	0,17454	1,57080	29,1795	1,11267	1,53570
3 (F)	0	3,60000	0,28274	1,57080	29,2113	1,80276	1,51401
4	$-5^\circ$	3,98986	0,59958	0,95016	29,1203	2,58971	-1,28922
5	$-10^\circ$	4,97730	0,78717	0,46793	28,7600	3,35428	-0,98302
6	$-15^\circ$	6,28140	0,85650	0,11963	28,1446	4,05079	-0,72358
7	$-20^\circ$	7,73660	0,85391	-0,13825	27,3067	4,63814	-0,50931
8	$-25^\circ$	9,26364	0,80989	-0,33631	26,3042	5,08317	-0,33354
9 (K)	$-28^\circ 12' 05''$	10,2600	0,76799	-0,44054	25,6216	5,28336	-0,23892
9' (K)	—	10,2600	0,76799	0	23,1350	5,83935	-0,25486
10 (B)	—	10,8000	0,76799	0	22,4244	5,9953	-0,16470
Профиль $K_{\phi 1} K_{\phi 2}$ поверхности $\Phi_n$ для построения участка профиля фрезы							
№ точки	$z$	$R_n$	$z_n$	№ точки	$z$	$R_n$	$z_n$
1	-1,04720	25,2675	6,15136	5	-0,34907	23,3873	5,78054
2	-0,87266	23,9411	6,06252	6	-0,17453	24,3796	5,55214
3	-0,69813	23,1499	5,99744	7	0	25,8444	5,19653
4	-0,52360	22,9613	5,91649	8	0,17453	27,6667	4,68322

6. По формулам табл. 2 рассчитываем координаты  $R_n$  и  $z_n$  теоретического участка  $K_n K'_n$  профиля фрезы, который будет стягивать точки  $K_n$  и  $K'_n$  разрыва формообразующей части профиля фрезы. Результаты расчета помещены в табл. 36. Участок  $K_n$  и  $K'_n$  теоретического профиля фрезы принадлежит профилю  $K_{\phi 1} K_{\phi 2}$  поверхности  $\Phi_n$ . На рис. 118 профиль  $K_{\phi 1} K_{\phi 2}$  этой поверхности совместно с участком  $K_n K'_n$  нанесен на профиль фрезы. При окончательном оформлении профиля фрезы кривая  $K_n K'_n$  должна быть принята такой, чтобы она не пересекала профиль  $K_{\phi 1} K_{\phi 2}$  ни в одной точке.

Расчеты фрез для винтов насосов в обоих примерах произведены на ЭВМ «Минск-22» с помощью программ,

которые содержали блоки решения зависимостей табл. 1 и табл. 2. Численные значения, полученные в табл. 35 и 36, будут использованы ниже при расчете профиля шлифовального круга для затылования дисковой фрезы, а также при анализе точности формообразования винтов фрезами.

### Расчет профиля шлифовального круга для затылования дисковых фасонных фрез

В табл. 18 сведены зависимости, выведенные для расчета профиля шлифовального круга, предназначенного для затылования червячных фасонных фрез. Дисковые фасонные фрезы с прямым затылованием ( $\eta_c=0$ ) являются частным случаем червячных, когда значение винтового параметра  $p_b=0$ . В зависимостях табл. 18 предусмотрено, что червячная фреза выполнена с винтовыми канавками и имеет передний угол  $\gamma \neq 0$ . Дисковые же фасонные фрезы для точных работ делаются с прямыми канавками и с передним углом  $\gamma=0$ . Для прямых канавок при  $\gamma=0$  значение угла  $\delta_{ч.л.}$ , входящего в расчетные зависимости табл. 18, равно нулю.

Для затылования червячных фрез параметры  $\psi$  и  $\epsilon$  установки шлифовального круга назначаются. Для дискового инструмента примем  $\psi=0$  и  $\epsilon=0$  (ось шлифовального круга параллельна оси фрезы). Для такого частного, но наиболее распространенного на практике случая расположения оси шлифовального круга, зависимости табл. 18 значительно упростятся.

Таким образом, если в расчетные зависимости табл. 18 подставим  $p_b=0$ ,  $\delta_{ч.л.}=0$ ,  $\psi=0$ ,  $\epsilon=0$  и заменим  $r_{ч.л.}$  и  $z_{ч.л.}$  соответственно на  $R_n$  и  $z_n$ , то получим зависимости для расчета профиля шлифовального круга, предназначенного для затылования дисковых фасонных фрез, когда ось круга параллельна оси фрезы. После преобразования эти зависимости примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} (m - a\psi_l)(a - R_n \sin \psi_l) - R_n a \cos \psi_l &= 0; \quad z_m = z_n; \\ R_m &= \sqrt{(R_n \cos \psi_l - m + a\psi_l)^2 + R_n^2 \sin^2 \psi_l}. \end{aligned} \right\} \quad (255)$$

Здесь  $a$  — постоянная, определяемая по формуле

$$a = \frac{kZ_\phi}{2\pi}, \quad (256)$$

где  $Z_{\phi}$  — число зубьев фрезы;  $k$  — величина падения затыловочного кулачка;  $m$  — расстояние между осями шлифовального круга и осями фрезы перед началом затылования.

Величину  $m$  можно определить по формуле

$$m = R_{ш0} + \frac{R_{ш0}}{\cos \alpha_0}, \quad (257)$$

где  $R_{ш0}$  — ориентировочное значение диаметра шлифовального круга;  $R_{ш}$  — наименьшая координата  $R_{ш}$  профиля фрезы;  $\alpha_0$  — задний угол в точке  $(R_{ш0})$  профиля фрезы:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{kZ_{\phi}}{2\pi R_{ш0}}. \quad (258)$$

Первое из уравнений (255) является трансцендентным относительно параметра  $\psi_i$ , который является углом поворота фрезы при затыловании. Это уравнение решается методом последовательных приближений (методом Ньютона). Начальное значение параметра  $\psi_i$ , с которого надо вести приближение к корням решаемого уравнения, лежит в пределах 0,1—0,5 рад.

Для расчета профиля шлифовального круга должны быть известны следующие параметры дисковой фрезы и шлифовального круга:  $R_{ш0}$  — ориентировочное значение радиуса шлифовального круга;  $Z_{\phi}$  — число зубьев фрезы;  $k$  — величина падения затыловочного кулачка; координаты  $R_{ш}$  и  $z_{ш}$  профиля производящей поверхности фрезы.

Предлагается следующий порядок расчета профиля шлифовального круга: а) по формулам (256), (257), (258) определяются постоянные величины:  $a$  и  $m$ ; б) для каждой расчетной точки  $(R_{ш})$  профиля фрезы по первой формуле (255) определяется значение параметра  $\psi_i$ ; в) для каждой расчетной точки  $(R_{ш})$  профиля фрезы по третьей формуле (255) определяется величина радиуса  $R_{ш}$  шлифовального круга; г) по координатам  $R_{ш}$  и  $z_{ш} = z_{ш}$  строится профиль шлифовального круга.

В табл. 37 представлены результаты расчета координат  $R_{ш}$  пяти точек профиля шлифовальных кругов ( $R_{ш0} = 40$  мм) для затылования дисковых фрез ( $Z_{\phi} = 12$ ,  $k = 3,5$ ), предназначенных для обработки ведущего и ведомого винтов насосов с циклоидальным зацеплением



Определение координат  $R_{ш}$  профиля шлифовального круга для затылования дисковых фрез, обрабатывающих ведущий и ведомый винты насосов с циклоидальным зацеплением

Дано:  $R_{ш0}=40$  мм;  $Z_{ф}=12$ ;  $k=3,5$  мм и для каждой расчетной точки профиля фрезы значения  $R_{и}$  (табл. 35, 36)

Ведущий винт			Ведомый винт		
Точки профиля фрезы	$\psi_i$	$R_{и}$	Точки профиля фрезы	$\psi_i$	$R_{и}$
$E_{и}$	0,119471	34,98196	$E_{и}$	0,122357	36,86580
$K_{и1}$	0,116233	34,55712	$F_{и}$	0,121970	36,81576
$K_{и2}$	0,116233	34,55712	$K_{и1}$	0,152920	40,30785
$F_{и}$	0,126164	35,81986	$K_{и2}$	0,180189	42,70877
$B_{и}$	0,172718	40,46061	$B_{и}$	0,189137	43,39125

(координаты  $R_{и}$  и  $z_{и}$  профиля фрезы помещены в табл. 35 и 36). Расчетные профили шлифовальных кругов представлены на рис. 119, а для ведущего винта, а на рис. 119, б для ведомого винта. Расчет производился на ЭВМ «Минск-2» по программе, которая составлена для решения уравнений (255).

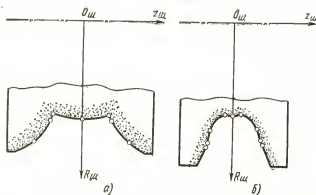


Рис. 119. Профили шлифовальных кругов для затылования дисковых фрез

**Расчет искажения профиля фасонной  
дисковой фрезы, затылованной шлифовальным кругом,  
после ее переточки**

Фасонные дисковые фрезы с передним углом  $\gamma=0$ , затылованные по архимедовой спирали резцом, после переточек по передней плоскости сохраняют свой профиль. У фрез, затылованных шлифовальным кругом, профиль после переточки получает искажения. Как правило, фасонные фрезы, затылованные шлифовальным кругом, предназначены для обработки сложных и точных поверхностей. Поэтому характер искажения профиля таких фрез после переточки должен быть известен на каждой ступени их эксплуатации.

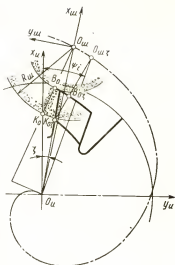
Система уравнений (171) и (172) определяет форму задней поверхности червячной фрезы, затылованной шлифовальным кругом. Если в эту систему уравнений подставить  $p_0=0$ ,  $\delta_{\text{чл}}=0$ ,  $\psi=0$ ,  $\varepsilon=0$  и заменить обозначения координат  $x_{\text{ч}}$  и  $z_{\text{ч}}$  на  $x_{\text{н}}$  и  $z_{\text{н}}$  (как это делается при расчете профиля шлифовального круга, предназначенного для затылования дисковых фасонных фрез), а затем полученные зависимости решить совместно, то после преобразования получим следующие зависимости для расчета координат  $x_{\text{н}}$  и  $z_{\text{н}}$  профиля задней поверхности дисковой фасонной фрезы, затылованной шлифовальным кругом:

$$\left. \begin{aligned} x_{\text{н}} &= m \cos \psi_i - \frac{R_{\text{ш}} (m \cos \psi_i - a \sin \psi_i)}{\sqrt{m^2 + a^2}}; \\ z_{\text{н}} &= m \sin \psi_i - \frac{R_{\text{ш}} (m \sin \psi_i + a \cos \psi_i)}{\sqrt{m^2 + a^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (259)$$

При затыловании зуба дисковой фрезы линия  $B_0K_0$  контакта шлифовального круга с задней поверхностью фрезы представляет собой плоскую кривую, форма которой в процессе затылования не меняется (рис. 123). При переточке фрезы по передней плоскости происходит поворот этой плоскости на некоторый угол  $\zeta$ , который связан с каждой расчетной точкой ( $x_{\text{н}}$ ,  $y_{\text{н}}$ ) профиля переточенной фрезы зависимостями

$$\left. \begin{aligned} \text{tg } \zeta &= \frac{z_{\text{н}}}{x_{\text{н}}}; \\ R_{\text{ш}} &= \frac{x_{\text{н}}}{\cos \zeta}. \end{aligned} \right\} \quad (260)$$

Рис. 120. Контакт шлифовального круга с затылуемым зубом дисковой фрезы



Поворот передней плоскости на угол  $\zeta$  приводит к изменению величины угла между передней плоскостью, в которой расположен профиль фрезы, и плоскостью контакта шлифовального круга с задней поверхностью фрезы, в которой располагается профиль шлифовального круга. Изменение этого угла после каждой переточки влечет за собой искажение профиля фрезы

Подставим в первую зависимость (260) значения  $x_u$  и  $z_u$  из уравнений (259). После преобразования получим

$$\frac{m - a\psi_i}{a} \sqrt{(m - a\psi_i)^2 + a^2 - R_w^2} - \frac{R_w}{\operatorname{tg}(\psi_i - \zeta)} = 0. \quad (261)$$

По этой формуле при заданном значении угла  $\zeta$  стачивания фрезы можно определить значение угла  $\psi_i$  поворота фрезы при ее затыловании, соответствующее контакту шлифовального круга ( $R_w$ ) с точкой  $(x_u, z_u)$  режущей кромки фрезы. Уравнение (261) является трансцендентным относительно искомого параметра  $\psi_i$ , которое решается методом последовательных приближений (методом Ньютона). За начальное значение угла  $\psi_i$ , с которого надо вести приближение к корню уравнения (261), можно принять величину  $\zeta = +0,15$  рад. Подставив полученное значение угла  $\psi_i$  в первую из зависимостей (259), определим координату  $x_u$  точки режущей кромки фрезы при заданной величине угла  $\zeta$  ее стачивания, а затем по второй зависимости (260) — значение координаты  $R_u$  ее профиля в передней плоскости. Если  $R_{u \max}$  — максимальное значение координаты профиля фрезы, а  $R_{u \min}$  — минимальное, то  $h = R_{u \max} - R_{u \min}$  — высота профиля. При переточке фрезы величина  $h$  меняется (увеличивается), а координаты  $z_u$  точек профиля сохраняют свое зна-

чение. В результате — профильные углы  $\sigma_{\text{н}}$  при переточке фрезы изменяются (уменьшаются):

$$\operatorname{tg} \sigma_{\text{н}} = \operatorname{tg} \sigma_{\text{ннов}} \cos \zeta, \quad (262)$$

где  $\sigma_{\text{н}}$  — значение профильного угла при данном угле  $\zeta$  сточенной фрезы;  $\sigma_{\text{ннов}}$  — значение этого угла для новой фрезы.

Для расчета координат  $R_{\text{н}}$  и профильного угла  $\sigma_{\text{н}}$  переточенной на величину  $\zeta$  дисковой фрезы необходимо знать: координаты  $R_{\text{ш}}$  расчетных точек профиля шлифовального круга, величину  $m$ , при которой рассчитывался шлифовальный круг, постоянную  $a$  архимедовой спирали, величину  $\zeta$  стачивания фрезы.

Расчет параметров  $R_{\text{н}}$  и  $\sigma_{\text{н}}$  профиля переточенной фрезы ведется в следующем порядке: а) по формуле (261) определяется значение угла  $\psi_i$ ; б) по первой формуле (259) — координата  $x_{\text{н}}$ ; в) по второй формуле (260) — координата  $R_{\text{н}}$ ; г) по формуле (262) — величина профильного угла  $\sigma_{\text{н}}$ .

В табл. 38 приведены значения параметров  $R_{\text{н}}$  и  $\sigma_{\text{н}}$  профиля дисковых фрез для обработки ведущего и ведомого винтов насосов циклоидального зацепления при различных значениях угла  $\zeta$  стачивания. Расчет производился на ЭВМ «Минск-22» по программе, составленной для решения уравнений (259), (260), (261) и (262). Из табл. 38 следует, что при переточке фрезы для ведущего винта на угол  $\zeta = 0,186629$  рад происходит увеличение высоты  $h$  профиля фрезы на 0,0187 мм; при переточке фрезы для ведомого винта на угол  $\zeta = 0,184927$  рад происходит увеличение высоты  $h$  профиля фрезы на 0,0229 мм. Как показал анализ погрешностей профиля фрез при различной степени их сточенности, погрешности профиля при увеличении  $\zeta$  нарастают примерно по линейному закону.

### Анализ точности формообразования винтовых поверхностей дисковыми инструментами

Точность формообразования винтовой поверхности дисковым инструментом зависит от точности изготовления инструмента, его установки относительно детали, точности механизма винтового движения, механизма деления и т. д. Каждая исходная погрешность  $\Delta_i$ , вносимая точкой ( $R_{\text{н}}$ ,  $z_{\text{н}}$ ,  $\sigma_{\text{н}}$ ) инструмента является источником возникновения некоторой погрешности  $\Delta f_i$  в соответ-

Значения параметров  $R_n$ ,  $\sigma_n$ ,  $h$  профиля дисковых фрез для обработки винтов насосов при различной величине угла  $\xi$  сточенности

Фреза для ведущего винта						
Точки профиля фрезы	$\zeta=0$ (новая фреза)		$\zeta=0,093506$ рад		$\zeta=0,186629$ рад	
	$R_n$	$\sigma_n$	$R_n$	$\sigma_n$	$R_n$	$\sigma_n$
$E_n$	29,16000	1,570796	28,55287	1,570796	27,94770	1,570796
$K_{1n}$	29,59507	1,433119	28,98840	1,432524	28,38371	1,430424
$K_{2n}$	29,59507	-0,124887	28,98840	-0,124362	28,38371	-0,122740
$F_n$	28,30095	-0,495411	27,69287	-0,493582	27,08668	-0,488121
$B_n$	23,51359	-0,863426	22,89793	-0,861216	22,28356	-0,854765
	$h=6,08148$ мм		$h=6,09047$ мм		$h=6,10015$ мм	

Фреза для ведомого винта						
Точки профиля фрезы	$\zeta=0$		$\zeta=0,092692$ рад		$\zeta=0,184927$ рад	
	$R_n$	$\sigma_n$	$R_n$	$\sigma_n$	$R_n$	$\sigma_n$
$E_n$	29,16000	1,570796	28,55798	1,570796	27,95835	1,570796
$F_n$	29,21126	1,514011	28,60930	1,513768	28,00972	1,513030
$K_{1n}$	25,62155	-0,238917	25,01494	-0,237929	24,41038	-0,234992
$K_{2n}$	23,13494	-0,254858	22,52363	-0,253810	21,91398	-0,250693
$B_n$	22,42441	-0,164704	21,81143	-0,164010	21,19997	-0,161945
	$h=6,78685$ мм		$h=6,79787$ мм		$h=6,80975$ мм	

ствующей точке профиля винтовой поверхности. Зависимость между  $\Delta_i$  и  $\Delta f_i$  устанавливается уравнениями табл. 3, связывающими параметры  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  точек профиля винтовой поверхности с параметрами  $R_n$ ,  $z_n$ ,  $\sigma_n$  профиля инструмента, параметрами  $m$ ,  $e$ ,  $\psi$  его установки и параметром  $b$  винтового движения. С помощью одной программы решения уравнений табл. 3 на ЭВМ можно определить влияние на точность профиля винтовой поверх-

ности: а) погрешности  $\Delta R_n$  изготовления фрезы по наружному диаметру (величина погрешности определяется допуском на наружный диаметр фрезы); б) погрешности  $\Delta f_n$  профиля инструмента, которая возникает вследствие отклонения координат точек профиля контршаблона от теоретических значений, определяемых допуском на его изготовление, неточности изготовления шаблона для профиля фрезы по эталону и, наконец, неточности шлифования профиля самой фрезы по шаблону; в) погрешности  $\Delta z_n$  положения плоскости симметрии фрезы относительно ее базового торца (величина погрешности определяется допуском на неточность расположения плоскости симметрии профиля фрезы, а также допуском на биение базового торца); г) погрешности  $\Delta f_{n,n}$  профиля фрезы, возникающей при ее переточке; д) погрешности  $\Delta R_{n,n}$ , вызванной уменьшением наружного диаметра фрезы после ее переточки; е) погрешности  $\Delta p$  вызванной неточностью механизма винтового движения; ж) погрешности  $\Delta \delta$ , вызванной неточностью механизма деления на заходы; з) погрешности  $\Delta \epsilon$ , вызванной неточной установкой угла  $\epsilon$  скрещивания осей детали и инструмента; и) погрешности  $\Delta m$ , вызванной неточной установкой межосевого расстояния  $m$ ; к) погрешности  $\Delta z_{n,y}$ , вызванной неточной установкой фрезы вдоль ее оси  $z_n$ .

Если формообразование винтовой поверхности осуществляется не фрезами, а шлифовальными кругами, то в этом случае погрешность  $\Delta f_{n,n}$  отпадает, так как при перезаправке шлифовального круга его профиль не изменяется. Чтобы установить влияние погрешности  $\Delta_i$  какого-либо из параметров инструмента, параметров его установки или движения на величину погрешности  $\Delta f_i$  профиля винтовой поверхности, надо сообщить этому параметру приращение, соответствующее возможной величине погрешности и по зависимостям табл. 3 определить получаемые при этом значения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  профиля винтовой поверхности. Сравнивая затем последние с теоретически точными значениями этих параметров, легко определить погрешность  $\Delta f_i$  в любой точке профиля винтовой поверхности.

Исследование влияния каждой исходной погрешности  $\Delta_i$  формообразования на погрешность  $\Delta f_i$  профиля винтовой поверхности показало, что зависимости  $\Delta f_i$  от  $\Delta_i$  с достаточной для практики точностью можно считать линейными. По своему характеру все погрешности  $\Delta_i$ , за исключением погрешности  $\Delta f_{n,n} = \Delta f_4$ , вызываемой пере-

точкой фрезы и правкой шлифовального круга, — случайные; погрешность  $\Delta f_4$  — систематическая. Поэтому уравнение для расчета математического ожидания величины  $\Delta f_2$  суммарной погрешности формообразования винтовой поверхности будет иметь вид

$$M(\Delta f_2) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 4}}^{i=10} \xi_i M(\Delta f_i) + \xi_4 \Delta f_{4\max},$$

где  $\xi_i$  — передаточное отношение между величинами  $\Delta f_2$  и  $\Delta f_i$ ;  $\xi_i = \frac{\partial \Delta f_2}{\partial \Delta f_i}$ ,

а уравнение для расчета поля рассеяния суммарной погрешности

$$\delta_{\Delta f_2} = \sqrt{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 4}}^{i=10} \delta_{\Delta f_i}^2}.$$

Анализ численных расчетов, проведенных, например, для случая обработки фрезами винтовых поверхностей винтов насосов с циклоидальным зацеплением, профили которых изображены на рис. 117, показывает, что на величину математического ожидания суммарной погрешности наибольшее влияние оказывает составляющая  $\Delta f_4$ , возникающая при обработке перегонными фрезами. На величину поля рассеяния  $\delta_{\Delta f_2}$  суммарной погрешности наиболее существенное влияние оказывает погрешность  $\Delta p$ , вызванная неточностью механизма винтового движения, а затем погрешность  $\Delta z_{xy}$ , возникающая при неточной установке фрезы вдоль ее оси. Заметим здесь, что влияние погрешностей  $\Delta z_x$  и  $\Delta z_{xy}$  на погрешность  $\Delta f$  профиля винтовой поверхности следует рассматривать в зависимости от того, от какой базы задано положение обработанной винтовой поверхности на детали. Если на детали имеется жесткая базовая поверхность, от которой задано положение винтовой поверхности (что встречается очень редко), то в этом случае величина погрешности  $\Delta f$  профиля последней намного превышает величины  $\Delta z_x$  и  $\Delta z_{xy}$ , вызывающие эту погрешность. Однако для большинства деталей (зубчатые колеса, винты насосов, инструменты и др.) винтовая поверхность связана только с осью детали и при эксплуатации этой детали допускается свободный поворот ее вокруг оси. В этом случае

большая часть погрешностей  $\Delta f$  профиля винтовой поверхности, вызываемой погрешностями  $\Delta z_x$  и  $\Delta z_{xy}$  компенсируется при повороте профиля детали вокруг оси. Для винтов насосов имелся в виду именно этот случай.

Установлено, что с увеличением диаметра дисковых фасонных инструментов влияние всех погрешностей, кроме погрешности  $\Delta \epsilon$ , вносимой неточной установкой угла  $\epsilon$ , уменьшается; в результате этого суммарная погрешность профиля винтовой поверхности также уменьшается. Если предположить, что диаметр дискового инструмента равен бесконечности, то погрешности обработки, уменьшающиеся при увеличении диаметра инструмента, будут равны нулю. Таким образом, процесс формообразования винтовых поверхностей режущими инструментами, которые рассматриваем как дисковые с бесконечно большим диаметром, с теоретической точки зрения лишены многих погрешностей, присущих дисковым инструментам.

Приведенная выше схема анализа точности формообразования винтовых поверхностей на ЭВМ с помощью программы решения зависимостей табл. 3 позволяет: а) определить пределы переточки фрез, затылованные резцами и шлифовальными кругами; б) выработать рекомендации по точности изготовления новых фрез для чистовой обработки, а также по расчету профиля черновых фрез для получения равномерного припуска под чистовую обработку; в) выработать рекомендации, позволяющие производить обоснованный выбор оборудования; г) дать рекомендации по точности установки фрез на станке; д) определить зазоры между обрабатываемыми винтовыми поверхностями, если они будут находиться в зацеплении; е) определить области рационального применения метода обработки винтовых поверхностей дисковыми инструментами.

На рис. 121, например, представлены поля рассеяния суммарной погрешности профиля ведущего и ведомого винтов насосов с циклоидальным зацеплением, определенные по указанной схеме (параметры винтов в табл. 35 и 36, допуски на элементы винтов и фрез в работе [5]). Наибольшего значения  $\Delta f_{\Sigma \max}$  суммарная погрешность профиля достигает на вершине зуба ведущего винта и на циклоидальном участке, прилегающем к фаске, ведомого, вызывая в этих местах питтинг вследствие интерференции профилей винтов при зацеплении



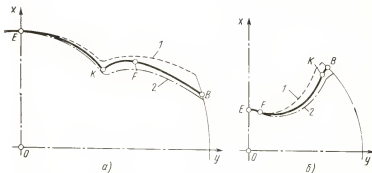


Рис. 121. Поля рассеяния суммарной погрешности профиля ведущего (а) и ведомого (б) винтов насосов с циклоидальным зацеплением, обрабатываемых дисковой фрезой, затылованной шлифовальным кругом:

1—профили винта при  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma \max}$ ; 2—профили винта при  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma \min}$

в корпуса насосом. При наименьших  $\Delta f_{\Sigma \min}$  значениях суммарной погрешности (особенно при обработке новыми непереточенными фрезами) возникает зазоры величиной до 0,1 мм, причем величина зазора — не равномерная. Наименьшая величина — у основания зуба ведущего винта и на его вершине. При наличии суммарной погрешности с лисбым знаком в зоне точки излома профиля ведущего винта появляется скругление, которое мешает контакту начальных цилиндров винтов при сборке. Последнее на практике устраняется припиливанием фаски, что приводит к увеличению зазоров в зацеплении винтов. Увеличение диаметра новой фрезы на величину максимально допустимой переточки, а также изменение допусков на внутренний диаметр винтов приводит к увеличению запаса на переточку фрез (при той же точности обработки) и к перераспределению суммарной погрешности профилей винтов (если поле допуска на внутренний диаметр ведущего винта отложить в минус от номинального размера, а не в плюс, как это было принято ранее, то точка излома профиля отодвигается в тело винта, что улучшит собираемость винтов в комплекты). Вероятность интерференции профилей винтов при зацеплении в этом случае снижается.

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ РЕЙКИ

Расчет параметров профиля и установки инструментальной рейки производится для инструментов, у которых инструментальная рейка является производящей поверхностью (абразивные бруски, шевьеры-рейки, плашки для накатывания резьб), поверхностью резания (зуборезные гребенки, резцы для строгания винтовых поверхностей), а также огибающей поверхностью производящих поверхностей дискового и червячного инструментов (шлифовальные круги, червячные фрезы, долбяки и др.). Ниже будут решены некоторые вопросы формообразования поверхностей инструментальными рейками независимо от вида инструмента.

**Расчет радиуса начального цилиндра  
зубчатых деталей  
сопряженных с инструментальной рейкой**

Радиус  $r_n$  начального цилиндра зубчатых деталей, профили которых не имеют поднутрений, рассчитываются по формулам (107) и (108), отражающим выполнение первого и второго условий формообразования. Радиус  $r_n$  начального цилиндра зубчатых деталей, профиль которых имеет поднутрение, рассчитывается по тем же формулам, но конкретное его значение принимается в зависимости от выполнения третьего условия формообразования поднутренного участка профиля детали. Поэтому для таких деталей определение радиуса  $r_n$  ведется совместно с расчетом профиля инструментальной рейки.

Ниже на конкретных примерах показана методика определения  $r_n$  по этим формулам. Одновременно показана техника определения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  по заданным параметрам профиля детали.

**Определение  $r_n$  для обработки зубьев звездочек.** На рис. 122 показан профиль зубьев звездочки для цепной передачи. Профиль задан следующими параметрами  $R_0$ ,  $R_0$ ,  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $\beta$ . Спределим для этого профиля границы допустимых значений радиуса начального цилиндра. Для определения  $r_n$  необходимо сначала на профиле звездочки выбрать несколько расчетных точек и по заданным параметрам профиля звездочки определить для этих точек значения параметров  $r$ ,  $\xi$  и  $\delta$ . Профиль  $BC$  звездочки симметричен относительно оси  $x$ . Сторона  $BK$  профиля

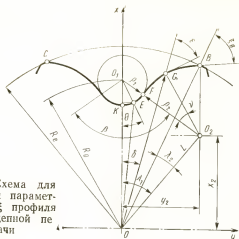


Рис. 122. Схема для определения параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  профиля звездочки цепной передачи

состоит из двух участков: вогнутого  $KF$  и выпуклого  $BF$ . В качестве расчетных примем крайние точки  $B$  и  $K$ , точку  $F$  сопряжения дуг, очерчивающих профиль звездочки, точку  $E$  на участке  $KF$  и точку  $G$  на участке  $BF$ . Положение расчетных точек на участке  $KF$  определяется значением угла  $\theta$ , а на участке  $BF$  — значением угла  $\varphi$ . При выборе положения расчетных точек  $E$  и  $G$  эти углы надо задать. Для обоих участков значения параметра  $q$  известны из чертежа. Значения параметров  $r$  и  $\xi$  определяются отдельно для участка  $KF$  и участка  $BF$ .

**Участок  $KF$ .** Задаваясь значениями угла  $\theta$  (рис. 122) в пределах  $0 - \frac{\beta}{2}$ , параметры  $r$  и  $\xi$  для каждой расчетной точки можно определить по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= \frac{q_1 \sin \theta}{R_0 - q_1 \cos \theta}; \\ r &= \frac{q_1 \sin \theta}{\sin \delta}; \quad \xi = \frac{\pi}{2} - \theta - \delta. \end{aligned} \right\} \quad (263)$$

**Участок  $BF$ .** По рис. 122 координаты  $x_2$  и  $y_2$  центра дуги радиуса  $q_2$  определяются так:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= R_0 - (q_1 + q_2) \cos \frac{\beta}{2}; \\ y_2 &= (q_1 + q_2) \sin \frac{\beta}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (264)$$

а координаты  $x$  и  $y$  текущей точки участка

$$\left. \begin{aligned} x &= x_2 + \varrho_2 \cos \left( \frac{\beta}{2} - \nu \right); \\ y &= y_2 - \varrho_2 \sin \left( \frac{\beta}{2} - \nu \right). \end{aligned} \right\} \quad (265)$$

Параметры  $r$  и  $\xi$  текущей точки:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= \frac{y}{x}; \\ r &= \frac{x}{\cos \delta}; \\ \xi &= \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} + \nu - \delta. \end{aligned} \right\} \quad (266)$$

Для точки  $B$ , лежащей на окружности выступов, параметр  $\xi_B$  надо определить отдельно. Как видно из рис. 122,

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \lambda_1 &= \frac{y_2}{x_2}; \\ L &= \frac{x_2}{\cos \lambda_1}. \end{aligned} \right\} \quad (267)$$

Из треугольника  $BO_2O$  определяют угол  $\lambda_2$ :

$$\left. \begin{aligned} \cos \lambda_2 &= \frac{a^2 + R_e^2 - \varrho_2^2}{2aR_e}, \\ \delta &= \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} - \lambda_2, \end{aligned} \right\} \quad (268)$$

и угол  $\xi_B$  в точке  $B$ :

$$\sin \xi_B = \frac{\varrho_2^2 + R_e^2 - L^2}{2R_e\varrho_2}. \quad (269)$$

В формулы (107) и (108) для расчета радиуса начального цилиндра входят параметры  $u$ ,  $v$  и  $\varrho$ . Параметры  $u$  и  $v$  для каждой расчетной точки подсчитывают по формулам:  $u = r \cos \xi$ ;  $v = r \sin \xi$ ; радиусы  $\varrho$  кривизны заданы;  $\varrho_1$  для участка  $KF$  и  $\varrho_2$  для участка  $BF$ .

При пользовании формулой (108) обязательно нужно учитывать знак радиуса  $\varrho$  кривизны. Согласно приня-

тому порядку определения знака  $q$  (см. стр. 29) на стороне  $BK$  профиля звездочки радиус  $q_1$  будет со знаком минус, а  $q_2$  — со знаком плюс.

**Пример расчета.** Определим границы допустимых значений радиуса  $r_n$  начального цилиндра для звездочки ( $R_e=38$  мм;  $R_0=35,67$  мм;  $q_1=5,05$  мм;  $q_2=48$  мм;  $\beta=123^\circ$ ) по следующим формулам: 1) по формулам (263) — параметры  $r$  и  $\xi$  для точек  $K$  ( $\theta=0^\circ$ );  $E$  ( $\theta=30^\circ$ );  $F$  ( $\theta=60^\circ$ ) профиля звездочки; 2) по формулам (264) — (266) — параметры  $r$  и  $\xi$  для точки  $G$  ( $v=3^\circ$ ), а по формулам (267) — (269) — значения этих параметров для точки  $B$ ; 3) по формулам  $u=r \cos \xi$ ;  $v=r \sin \xi$  для точек  $K, E, F, G, B$  — значения  $u$  и  $v$ ; 4) по формуле (108) — корни  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$  для каждой расчетной точки профиля звездочки. Для точки  $F$ , в которой сопрягаются дуги радиуса  $q_1$  и  $q_2$ , значения  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$  подсчитывают дважды: сначала для точки  $F$ , принадлежащей участку  $KF$  ( $q=q_1$ ,  $q_1=-5,05$  мм), а затем для точки  $F$ , принадлежащей участку  $BF$  ( $q=q_2=48$  мм).

Результаты вычислений помещены в табл. 39. По полученным данным построен график значений  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$  (рис. 123). Профиль звездочки будет обработан без подрезания, если линия принятого значения  $r_n$  не будет пересекать ни линию  $r_{n \max}$ , ни линию  $r_{n \min}$ . Допустимое значение  $r_n$  лежит между 35,15 мм ( $r_{n \min}$  для точки  $B$  профиля звездочки) и 41,23 мм ( $r_{n \max}$  для точки  $F$ , принадлежащей участку  $KF$ ).

На практике [7, 17] при обработке звездочек обычно принимает величину  $r$  радиуса начального цилиндра равной радиусу  $R_0$  центров дуги скругления впадины профиля.

Для данного примера такое значение  $r_n$  является допустимым для всех точек профиля звездочки. Однако при других значениях параметров звездочки этого может и не быть.

Построение графика допустимых значений  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$  для звездочек полезно и при конструировании самих звездочек. Например, для случая, когда  $r_n=R_0$ , можно определить максимальное допустимое значение радиуса  $R_e$  окружности выступов звездочки: при подстановке в формулу (108) значений  $u$ ,  $v$  и  $q$  для точки  $B$  профиля звездочки должно быть выполнено условие  $r_{n \min}=R_0$ .

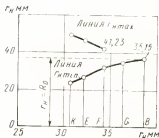


Рис. 123. График предельных значений радиуса  $r_n$  начального цилиндра звездочки цепной передачи



По этим параметрам определяется радиус скругления впадины:

$$\varrho_1 = \frac{(R_i - x_T) \sin \frac{\beta}{2}}{1 - \sin \frac{\beta}{2}}. \quad (270)$$

Для шлицевых валиков с треугольными шлицами значение радиуса  $r_n$  рекомендуют [17] брать в пределах  $R_i$  и  $R_{cp}$ , где  $R_{cp} = 0,5 (R_e - R_i)$  или принимать  $r_n = R_{cp}$ . Покажем, что в действительности границы допустимых значений радиуса  $r_n$  отличаются от этих рекомендаций и что они зависят от угла  $\beta$  профиля шлицев.

Профиль  $BC$  симметричен относительно оси  $x$ . Сторона  $BK$  профиля состоит из двух участков: вогнутого  $KF$ , очерченного дугой радиуса  $\varrho_1$ , и прямолинейного  $BF$ . Положение расчетных точек на участке  $KF$  определяется углом  $\theta$  (см. рис. 122) совершенно так же, как и профиль звездочки. Поэтому для определения параметров  $r$  и  $\xi$  на этом участке воспользуемся формулами (263), выведенными нами для звездочки. Положение расчетных точек на участке  $BF$  определяется радиусом  $r$ , который надо задавать. Параметр  $\xi$  в каждой расчетной точке определится по следующей формуле (см. рис. 124):

$$\left. \begin{aligned} \sin \xi &= \frac{v_B}{r}, \\ v_B &= x_T \sin \frac{\beta}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (271)$$

Границы допустимых значений  $r_n$  для участка  $KF$  профиля определяют по формуле (108). Согласно принятому порядку определения знака  $\varrho$ , на стороне  $BK$  профиля звездочки  $\varrho_1$  будет иметь знак минус. Границы допустимых значений  $r_n$  для прямолинейного участка  $BF$  определяют по формуле (109).

**Пример расчета.** Определим границы допустимых значений радиуса  $r_n$  начального цилиндра для шлицевого валика с треугольными шлицами ( $R_e = 37,5$  мм;  $R_i = 35,625$  мм;  $x_T = 35,4$  мм;  $\beta = 90^\circ$ ) по следующим формулам: 1) по формуле (270) — радиус скругления впадины профиля шлица  $\varrho_1 = 0,53$  мм; 2) по формулам (263) — параметры  $r$  и  $\xi$  для точек  $K$  ( $\theta = 0^\circ$ );  $E$  ( $\theta = 22^\circ 30'$ ) и  $F$  ( $\theta = 45^\circ$ ) профиля шлица; 3) по формулам (271) — параметры  $\xi$  для точек  $G$  ( $r = 36,7$  мм) и  $B$  ( $r = R_e = 37,5$  мм); 4) по формулам  $u = r \cos \xi$ ;  $v = r \sin \xi$  для точек  $B, K, E, F, G$  — значения  $u$  и  $v$ ; 5) по формуле (108) — корни  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$  для каждой точки участка  $KF$ .

В формулу (108) подставляем значение  $q=q_1=-0,53$  мм и соответствующие значения  $u$  и  $v$  для расчетных точек; 6) по формуле (109) —  $r_{н\ min}$  для расчетных точек прямолинейного участка  $BF$ . Для прямолинейных участков профилей зубчатых деталей  $r_{н\ max}=\infty$ .

Таблица 40

Определение границ допустимых значений радиуса  $r_n$  начального цилиндра при обработке реечным инструментом шлицевых валков с треугольными шлицами

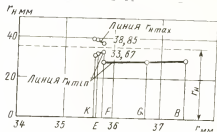
Искомые величины	Расчетные точки					
	Участок $FK$			Участок $BF$		
	$K (0=0^\circ)$	$E (0=22,5^\circ)$	$P (0=45^\circ)$	$F$	$G$	$B$
$r$	35,625	35,66	35,79	35,79	36,70	37,50
$\xi$	$\frac{\pi}{2}$	1,172	0,775	0,775	0,751	0,731
$u$	0	13,85	25,57	25,57	26,84	27,92
$v$	35,625	32,87	25,04	25,04	25,03	25,03
$q$	-0,53	-0,53	-0,53	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$r_{н\ max}$	40,53	40,05	38,65	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$r_{н\ min}$	31,78	32,30	33,67	28,47	29,61	30,60

Результаты вычислений помещены в табл. 40. По полученным данным построен график значений  $r_{н\ max}$  и  $r_{н\ min}$  (рис. 125). Допустимое значение радиуса  $r_n$  начального цилиндра для шлицевых валков с треугольными шлицами лежит между  $r_{н\ max}=38,85$  мм и  $r_{н\ min}=33,67$  мм, подсчитанными по формуле (108) для точки  $F$  сопряжения дуги радиуса  $q_1$  с прямолинейной стороной  $BF$  шлица.

При конструировании треугольных шлицев следует иметь в виду, что параметры  $r$  и  $\xi$  для точки  $F$  зависят от угла  $\theta$ , который в точке  $F$  равен  $\frac{\pi-\beta}{2}$ , а при уменьшении угла  $\beta$  разница между радиусами  $r_{н\ max}$  и  $r_{н\ min}$ , подсчитанными для точки  $F$ , уменьшается. Итак, профиль валика с треугольными шлицами будет полностью обработан без отклонений, если значение радиуса  $r_n$  начального цилиндра валика будет лежать между значениями  $r_{н\ max}$  и  $r_{н\ min}$ , подсчитанными для точки  $F$  профиля шлица, и будет больше значения  $r_{н\ min}$ , подсчитанного для



Рис. 125. График предельных значений радиуса  $r_n$  начального цилиндра шлицевого валика с треугольными шлицами



точки  $B$  профиля шлица, лежащей на окружности выступов.

**Определение  $r_n$  для цилиндрических фрез.** На рис. 106 показан профиль зубьев цилиндрической фрезы. Профиль задан параметрами  $D, Z, \gamma, \alpha_s, h, \rho, f$ . По этим параметрам рассчитывают значения параметров  $r, \delta, \xi$  в каждой расчетной точке профиля. Зависимости для расчета помещены в табл. 29.

На рис. 126,  $a$  построен график допустимых значений  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$  для профиля зубьев цилиндрической фрезы, параметры которой указаны в табл. 29. Для точек прямолинейного участка  $BK$  профиля канавки  $r_{n \max} = \infty$ , а  $r_{n \min}$  подсчитан по формуле (109). Для точек вогнутого участка  $KE$  дуги окружности радиуса  $\rho$  значения  $r_{n \max}$  и  $r_{n \min}$  подсчитаны по формуле (108). Для точек небольшого участка этой дуги, лежащего в интервале  $\Delta r_1$  формула (108) дает мнимые корни (в частности, в точке  $K$ , принадлежащей дуге  $KE$ ). Это означает, что указанный участок нельзя получить режущим и червячным инструментами при любом значении  $r_n$ . Для точек выпуклого участка  $CE$  значения  $r_{n \max} = \infty$ , а  $r_{n \min}$  подсчитаны по формуле (108). По графику видно, что найти такое значение  $r_n$ , при котором линия  $r_n$  не пересекала бы ни линии  $r_{n \max}$ , ни линии  $r_{n \min}$ , нельзя. Наиболее ответственным участком профиля канавки является участок, прилегающий к точке  $B$ , так как через эту точку проходит режущая кромка инструмента. Поэтому  $r_n$  должен быть выбран из условия обязательного получения точки  $B$  профиля канавки. Для этого принимаемое значение  $r_n$  должно быть рассчитано по формуле (109) по значениям параметров  $r$  и  $\xi$  в точке  $B$ . Однако (рис. 126,  $a$ ) при этом линия  $r_n$  на довольно значительном расстоянии будет пересекать границу  $r_{n \max}$  допустимых значений  $r_n$ , построенную для дуги  $EK$  профиля канавки, т. е. дуга  $EK$

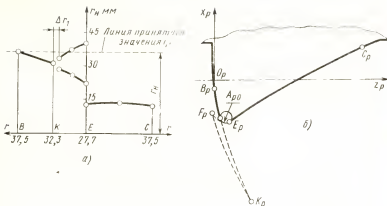


Рис. 126. График допустимых значений радиуса  $r_n$  начального цилиндра цилиндрической фрезы (а) и теоретический профиль инструментальной рейки для этой фрезы (б)

будет на значительном участке заменена переходной кривой. Эта переходная кривая частично распространится и на прямолинейный участок  $BK$  профиля канавки.

На рис. 126, б показан теоретический профиль зуба инструментальной рейки, построенный для рассматриваемого профиля стружечной канавки. Для того участка профиля канавки, где по графику линия принятого значения  $r_n$  пересекает линию  $r_{n \max}$ , профиль инструментальной рейки образует петлю с двумя точками возврата. Та часть теоретического профиля рейки, которая может быть использована для построения рабочего профиля инструментальной рейки, уже не будет содержать точки  $K_p$ , а следовательно, на профиле обрабатываемой канавки точка  $K$  также не может быть получена: переходная кривая 2 исказит и дугу 1 ( $KE$ ) и прямолинейный участок  $BK$  (рис. 127).

Величина петли, которую образует теоретический профиль инструментальной рейки для канавки, изображенной на рис. 106, зависит главным образом от числа зубьев  $Z$  обрабатываемого инструмента и от величины переднего угла  $\gamma$ . Чем больше передний угол  $\gamma$  и больше число  $Z$  зубьев, тем больше будет петля на теоретическом профиле рейки, тем больше будут искажения заданной формы канавки. Искажения могут быть настолько

велики, что применение червячных фрез для обработки зубьев инструмента будет невозможным. Сдако для канавки, профиль которой изображен на рис. 126, выбор величины  $r_n$  определяется не только зависимостями (107), (108) и (109), отражающими выполнение двух первых условий формообразования винтовых поверхностей реечными инструментами.

Участок  $BK$  профиля канавки в зоне точки  $B$  является наиболее ответственным: подрезание профиля канавки в зоне точки недопустимо. Но он поднутрен на величину угла  $\gamma$  и поэтому для него существует опасность подрезания, вследствие невыполнения третьего условия формообразования. Проверка выполнения этого условия должна производиться по крайней точке  $B$  участка  $BK$ , которая расположена на цилиндре большего радиуса. Для точки  $B$  ( $r_B, \delta_B$ ) по зависимостям табл. 6 рассчитывается профиль ( $x_p, z_p$ ) поверхности  $\Phi_p$ , на которой будет лежать винтовая линия, проходящая через точку  $B$ ; этот профиль наносится на профиль инструментальной рейки, сопряженный с деталью в пределах выполнения первых двух условий формообразования. Профиль поверхности  $\Phi_p$  не должен пересекать профиль инструментальной рейки. При увеличении  $r_n$  возможности для выполнения этого требования улучшаются. Окончательно величина  $r_n$  должна быть принята минимальной из тех, при которых теоретический профиль фрезы поверхностью  $\Phi_p$  не пересекается. Обычно это соответствует  $r_n \approx \frac{D}{2}$ .

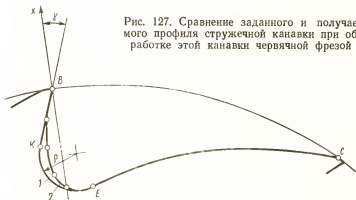


Рис. 127. Сравнение заданного и получаемого профиля стружечной канавки при обработке этой канавки червячной фрезой

## Расчет профиля инструментальной рейки для шлицевых валиков

Рассмотрим только некоторые особенности расчета реечных инструментов для обработки шлицевых валиков.

На рис. 128 изображены профили шлицевых валиков: с центрированием по внутреннему диаметру (рис. 128, б) (исполнение В по ГОСТ 1135—58) и с центрированием по наружному диаметру (рис. 128, а и в) (профиль на рис. 128, а исполнение А).

Рассмотрим условия образования профиля (левой стороны) шлицевого валика, состоящего из трех участков: прямолинейного  $BK$ , дуги  $KE$  окружности впадин и фаски  $BL$ . В системе координат  $xOy$  профиль шлицевого валика расположен так, чтобы ось  $x$  являлась осью симметрии впадины. Такое расположение оси  $x$  приняли для того, чтобы ось  $x_p$  системы координат  $x_pO_pz_p$  была осью симметрии зуба инструментальной рейки. Для обработки указанного профиля радиус  $r_n$  начального цилиндра должен удовлетворять следующим требованиям:

а) для получения прямолинейного участка  $BK$  и прямолинейной фаски  $BL$   $r_n$  должен быть равен или больше величины, под-

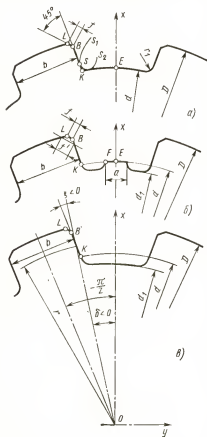


Рис. 128. Профили шлицевых валиков с параллельными боковыми сторонами

считанной по формуле (108) для каждой точки этого участка. Наибольшую величину  $r_n$  формула (108) дает, если в нее поставить параметры  $u_B$  и  $v_B$  для точки  $B$ , принадлежащей участку  $BK$ . Поэтому определение возможности получения участка  $BK$  профиля шлицевого валика надо вести по точке  $B$  участка  $BK$ .

б) для получения дуги  $KE$  окружности ограничений в выборе  $r_n$  нет (как видели выше, для обработки реечным инструментом дуги окружности, центр которой находится на оси зубчатой детали,  $r_n$  может быть взят в пределах от нуля до  $\infty$ );

в) для получения точки  $B$  излома (эта точка находится на выступе)  $r_n$  должен удовлетворять неравенству (107):  $r_n > u_B$ , где  $u_B$  подсчитывается по параметру  $\xi$  для точки  $B$ , принадлежащей участку  $BK$ , так как в этом случае величина  $u$  получается больше, чем при ее подсчете по параметру  $\xi$  для точки  $B$ , принадлежащей фаске  $BL$ ;

г) для получения точки  $K$  излома (эта точка находится во впадине)  $r_n$  должен быть равен радиусу окружности, проходящей через эту точку, т. е.  $r_n = r_K = \frac{d}{2}$ .

Последнее требование получения точки  $K$  излома противоречит первому требованию — условию обработки прямолинейного участка  $BK$  без отклонений. При расчете  $r_n$  для шлицевых валиков пользуются формулой (108), обеспечивающей обработку участка  $BK$ , заведомо не выполняя требование получения точки  $K$  излома профиля. Поэтому при обработке реечным инструментом шлицевых валиков с параллельными сторонами шлицев в зоне точки  $K$  излома профиля должны образоваться искажения.

При невыполнении условия получения точки  $K$  излома профиля зубчатой детали (см. стр. 105) теоретический профиль рейки претерпевает разрыв, смещение и пересечение своих отдельных частей.

**Определение параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  в расчетных точках.** Профили шлицевых валиков задают следующими параметрами (рис. 128):  $D$  — диаметр окружности выступов;  $d$  — диаметр окружности впадин;  $d_1$  — диаметр окружности допустимых проглублений;  $b$  — ширина шлица;  $a$  — ширина цилиндрической части впадины;  $f$  — ширина фаски;  $r_1$  — радиус скругления впадины;  $Z$  — число шлицев. На каждый размер профиля шлицевого валика назначается соответствующее поле допуска. Поэтому значение

параметров  $r$ ,  $\delta$ ,  $\xi$  профиля валика определяется по так называемым расчетным параметрам. Последние подсчитываются следующим образом [8]:

$$d_{\text{расч}} = d_{\text{min}} + 0,25\Delta d, \quad (272)$$

где  $\Delta d$  — величина допуска на диаметр окружности впадин валика;

$$b_{\text{расч}} = b_{\text{min}} + \Delta b, \quad (273)$$

где  $\Delta b$  — величина допуска на ширину шлица. Величина  $r_B$  радиуса до точки  $B$  профиля валика

$$r_B = \frac{D}{2} - f_{\text{min}}. \quad (274)$$

Для каждой точки участка  $BK$  (рис. 128, в) левой стороны профиля шлицевого валика

$$\left. \begin{aligned} \sin \xi &= -\frac{b_{\text{расч}}}{2r}; \\ -\delta &= \frac{\pi}{Z} + \xi. \end{aligned} \right\} \quad (275)$$

Для точки  $B$ , принадлежащей фаске, которая с участком  $BK$  составляет угол  $45^\circ$ ,

$$-\xi_B = \frac{\pi}{4} + \xi_B, \quad (276)$$

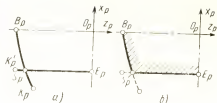
где  $\xi_B$  — по формуле (275) при  $r = r_B$ .

Для всех точек, лежащих на окружности впадин,  $r = \frac{d_{\text{расч}}}{2}$  и  $\xi = \frac{\pi}{2}$ .

**Определение радиуса  $r_n$  начального цилиндра.** С точки зрения получения наименьших переходных кривых и подрезов в зоне точки  $K$  профиля шлицевого валика радиус  $r_n$  надо рассчитывать по зависимости (109). Однако при окончательном назначении величины радиуса  $r_n$  необходимо учитывать условия обеспечения всех участков профиля режущего реечного инструмента рациональными величинами задних углов.

Профиль шлицевого валика симметричен относительно оси  $x$ . Поэтому инструменты будут выполняться с прямым затылованием. В этом случае задний угол  $\alpha_N$  в

Рис. 129. Теоретический и рабочий профили инструментальной рейки для шлицевых валиков



плоскости, нормальной к профилю рейки, определится по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha_N = \operatorname{tg} \alpha_s |\sin \alpha_p|, \quad (277)$$

где  $\alpha_s$  — задний угол инструмента.

Наименьший профильный угол  $|\alpha_p|$ , а следовательно, и наименьший задний угол  $\alpha_N$  на зубе гребенки будет в точке, которая соответствует точке  $B_p$  профиля рейки (рис. 129, а). Для прямозубой детали ( $\varepsilon_p = \frac{\pi}{2}$ ) второе уравнение табл. 5 для точки  $B_p$  профиля рейки примет вид

$$\cos \alpha_p = \frac{u_n}{r_n}.$$

Решая последние уравнения путем исключения профильного угла рейки, получим следующую зависимость для расчета радиуса  $r_n$ , обеспечивающего выполнение условий получения минимально необходимого заднего угла на режущей части реечного инструмента:

$$r'_n \geq u_B \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_N}{\operatorname{tg}^2 \alpha_s}}}. \quad (278)$$

При расчете реечных инструментов для обработки шлицевых валиков (рис. 128) возникает необходимость определить положение точки  $S$  начала переходной кривой. Это нужно для того, чтобы можно было судить о возможности соединения шлицевого валика со шлицевой втулкой; внутренний диаметр втулки должен быть всегда больше, чем  $2r_s$ , где  $r_s$  — радиус окружности, на которой располагается точка  $S$ . Положение точки  $S$  на профиле валика определяется положением на профиле рейки точки  $S_p$  (рис. 129, б), которая образует переходную кривую  $S_1 S_2$  (рис. 128, а). Точка  $S_p$  и точка  $E_p$  имеют

общую координату  $x_p$  (рис. 129, б). Положение точки  $E$  на профиле шлицевого валика характеризуется следующими параметрами:  $r = \frac{d_{\text{расч}}}{2}$ ;  $\delta = 0$ ;  $-\xi = \frac{\pi}{2}$ . Подставляя эти значения параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  в формулы табл. 5, получим значение координаты  $x_p$  для точек  $E_p$  и  $S_p$ :

$$x_p = \frac{d_{\text{расч}}}{2} - r_n.$$

Точка  $S_p$  как точка излома принадлежит двум участкам профиля рейки:  $B_p S_p$  и  $E_p S_p$ . В момент контакта точки  $S_p$ , принадлежащей участку  $B_p S_p$ , с профилем  $BK$  шлицевого валика в его точке  $S$  справедливы уравнения табл. 5:

$$\left. \begin{aligned} u &= r_s \cos \xi_s; \quad \cos \tau = \frac{u}{r_n}; \\ \mu &= \tau - \xi_s; \quad x_p = r_s \cos \mu - r_n, \end{aligned} \right\} \quad (279)$$

где  $r_s$  и  $\xi_s$  — значения параметров  $r$  и  $\xi$  для точки  $S$  профиля валика. Учитывая значение координаты  $x_p$  для точки  $S_p$ , последнее из уравнений (295) можно переписать так:

$$r_s = \frac{d_{\text{расч}}}{2 \cos \mu},$$

а параметр  $\xi_s$  определится по уравнению (275).

Решая совместно три первых уравнения (279) с уравнением (275) и последним уравнением относительно  $r_s$ , получим

$$r_s = \sqrt{\frac{b_{\text{расч}}^2}{8} - \frac{r_n d_{\text{расч}}}{2} + \frac{b_{\text{расч}}}{2}} \sqrt{\frac{b_{\text{расч}}^2}{16} - \frac{r_n d_{\text{расч}}}{2} + r_n^2}.$$

Если теперь это уравнение решить относительно  $r_n$ , то получим

$$r_n = \frac{-2d_{\text{расч}}r_s^2 + b_{\text{расч}}r_s \sqrt{4r_s^2 + d_{\text{расч}}^2 - b_{\text{расч}}^2}}{d_{\text{расч}}^2 - b_{\text{расч}}^2}. \quad (280)$$

Задавая значение  $r_s$  в зависимости от размера внутреннего диаметра шлицевой втулки и паличника на ее шлицах фасок, по формуле (280) можно рассчитать наи-



большее допустимое значение радиуса  $r_n$  начального цилиндра шлицевого валика, изображенного на рис. 128, а. Итак, при расчете радиуса  $r_n$  начального цилиндра шлицевого валика следует: а) не допустить подрезов у точки  $B$  профиля шлицевого валика; радиус  $r_n$  должен удовлетворять зависимости (109); б) получить желаемые минимальные задние углы  $\alpha_N$  и  $\alpha_z$  на режущей части гребенки; радиус  $r_n$  должен удовлетворять зависимости (277); в) для валика, изображенного на рис. 128, а — исключить контакт шлицев втулки с переходными кривыми шлицевого валика; радиус  $r_n$  не должен превышать величины, подсчитанной по уравнению (280).

**Определение профиля инструментальной рейки.** Координаты  $x_p$  и  $y_p$  теоретического профиля рейки, а также профильные углы в ее расчетных точках определяют по формулам табл. 5. Для шлицевого валика, который изображен на рис. 128, а, расчетные точки на профиле валика надо брать от точки  $B$  до точки  $S$ . Для валиков, изображенных на рис. 128, б и в, расчетные точки на профиле валика надо брать от точки  $B$  до точки  $K$ .

При определении рабочей формы инструментальной рейки надо иметь в виду следующий фактор, который в существующей литературе по расчету реечного инструмента для обработки шлицевых валиков упущен.

Существующий метод расчета профиля инструментальной рейки для шлицевого валика предусматривает, что участок профиля рейки, образующий фаску на шлицевом валике, начинается сразу от точки  $B_p$ , которая сопряжена с точкой профиля валика. Это справедливо если начальный цилиндр валика проходит через точку  $B$  излома профиля. Однако, как правило, радиус  $r_n$  отличается от радиуса  $r_b$ . В этом случае теоретический профиль рейки, рассчитанный по формулам табл. 5 для участков  $BK$  и  $BL$  профиля валика, будет состоять из разобщенных участков  $B_pK_p$  и  $B_{pf}L_p$  профиля рейки (рис. 130, а). Замена участка  $B_{pf}L_p$  линией  $B_pL'_p$  приведет к увеличению фаски на валике: вместо  $f$  она будет  $f'$  (рис. 128, б). При этом уменьшится величина прямолинейного участка  $BK$  профиля валика. Чтобы избежать такого сокращения участка  $BK$ , по формулам табл. 5 следует рассчитывать не только профиль  $B_pK_p$  рейки, но и положение точки  $B_{pf}(x_{pf}, z_{pf}, \alpha_{pf})$ . Точка излома профиля рейки получится в результате пересечения продолжения участка  $B_pK_p$  и линии, проходящей через точку  $B_{pf}$  под углом  $\alpha_{pf}$  к оси  $x_p$  (рис. 130, б).

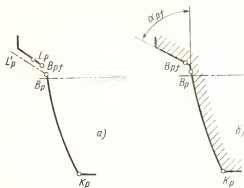


Рис. 130. Участки теоретического и рабочего профилей инструментальной рейки, образующие фаску на профиле шлицевого валика

**Пример расчета.** Рассчитаем профиль инструментальной рейки для обработки шлицевого валика, изображенного на рис. 128, б, при следующих значениях его параметров:  $D=63_{-0,3}^{-0,1}$ ,  $d=52_{-0,06}^{-0,03}$ ,  $b=10_{-0,06}^{-0,03}$ ;  $d_{\min}=48,7$  мм;  $a_{\min}=2,44$  мм;  $f=0,5^{+0,3}$ ;  $Z=8$ .

1. Определяем расчетные значения параметров  $D$ ,  $d$ ,  $b$  и  $f$ . Из заданных значений следует  $D_{\max}=59,9$  мм;  $d_{\min}=51,94$  мм;  $b_{\min}=9,94$  мм;  $f_{\min}=0,5$ ;  $\Delta d=0,03$  мм;  $\Delta b=0,03$  мм. По формулам (272) — (274) определяем  $d_{\text{расч}}$ ,  $b_{\text{расч}}$  и  $r_B$ . Получим  $d_{\text{расч}}=51,9475$  мм;  $b_{\text{расч}}=9,9475$  мм,  $r_B=29,45$  мм.

2. Задаваясь рядом значений  $r$  от  $r_B$  до  $r_K=\frac{d_{\text{расч}}}{2}$ , по формулам (275) определяем значения  $\delta$  и  $\xi$  для выбранных расчетных точек.

3. Для точки  $B$ , принадлежащей фаске, которая с участком  $BK$  составляет угол  $45^\circ$ , по формуле (276) определяем значение параметра  $\xi_{Bf}$ . Значения  $r$  и  $\delta$  для точки  $B$ , принадлежащей фаске, совпадают с этими значениями для участка  $BK$ .

4. По формуле (109) подсчитываем  $r_n$ . Обозначим его  $r_{n1}$ . Получим  $r_{n1}=29,1333$  мм. Принимая угол  $\alpha_N$  наклона линии затылования равным  $12^\circ$ , а  $\alpha_{N \min}=1^\circ$ , определим  $r_n$  по формуле (278). Обозначим его  $r_{n2}$ . Получим  $r_{n2}=29,122$  мм. Поскольку  $r_{n1}>r_{n2}$ , за радиус  $r_n$  начального цилиндра шлицевого валика принимаем  $r_{n1}$ , т. е.  $r_n=29,1333$  мм.

5. Для всех расчетных точек по формулам табл. 5 определяем значения координат  $x_p$  и  $z_p$  профиля инструментальной рейки. Угол  $\tau$  во всех расчетных точках имеет знак минус. Результаты расчета помещены в табл. 41.

6. Рассчитываем параметры усиков. Методика расчета усиков для реечных инструментов, обрабатывающих шлицевые валики, дана ниже. Там же произведен расчет параметров  $a_{yc}$  и  $b_{yc}$  инструментальной рейки для нашего примера. Получим  $b_{yc}=2,21978$  мм,  $a_{yc}=28^\circ 56'$ .

Расчеты координат  $x_p$  и  $z_p$ , а также профильных углов  $\alpha_p=\tau$  произведены на ЭВМ «Минск-32» по программе решения зависимостей табл. 5.

Определение координат профиля инструментальной рейки  
для шлицевого валика

Дано: $p = \infty$ ; $r_n = 29,1333$ мм; $\epsilon_p = \frac{\pi}{2}$ ; $\phi_p = 0$ и для каждой расчетной точки профиля валика значения $r$ , $\delta$ , $\xi$						
Искомые величины	Расчетные точки					
	$B$	...	...	...	$K$	$B_f$
Параметры $r$ , $\delta$ , $\xi$ профиля шлицевого валика						
$r$	29,4500	28,5800	27,7100	26,8400	25,9737	29,4500
$\delta$	-0,2230	-0,2178	-0,2123	-0,2064	-0,2001	-0,2230
$\xi$	-0,1697	-0,1749	-0,1804	-0,1864	-0,1927	-0,9553
Параметры $x_p$ , $z_p$ , $\alpha_p$ профиля инструментальной рейки						
$u$	29,02696	28,14388	27,26002	26,37512	25,49304	17,00360
$\cos \tau$	0,99635	0,96603	0,93569	0,90532	0,87505	0,58365
$\mu$	0,08423	-0,08644	-0,18009	-0,25226	-0,31258	0,00771
$\varphi$	0,30723	0,13143	0,03224	-0,04585	-0,11246	0,23071
$x_p$	0,21228	-0,66002	-1,87148	-3,14277	-4,41820	0,31582
$z_p$	-6,47298	-6,29665	-5,90289	-5,36331	-4,71096	-6,49428
$\alpha_p = \tau$	-0,08567	-0,26748	-0,37704	-0,46913	-0,55315	-1,39126

Расчет геометрических параметров усиков  
у инструментальной рейки для шлицевых валиков

При проектировании реечных инструментов для обработки шлицевых валиков размеры  $b_{yc}$  и  $a_{yc}$  усиков (рис. 131) на производстве не рассчитывают, а назначают исходя из практических данных:  $b_{yc} = (0,3 \div 0,8) S$  мм ( $S$  — ширина канавки у основания шлица);  $a_{yc} = 45^\circ$ . Затем графически или аналитически [15, 17] определяют ширину  $a$  цилиндрической части впадины шлицевого валика; если размер  $a$  окажется меньше допустимого, то корректируют размеры  $b_{yc}$  и  $a_{yc}$  и повторно проверяют размер  $a$ .

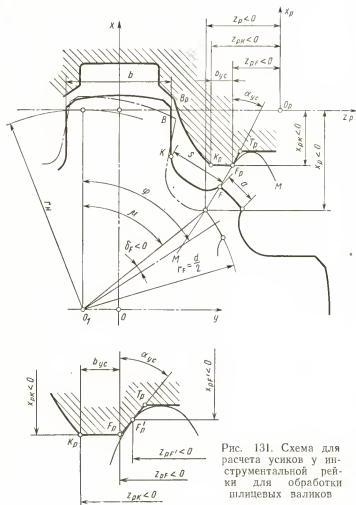


Рис. 131. Схема для расчета усов у инструментальной рейки для обработки шлицевых валиков

Однако применение графических построений при проектировании усов ограничивает возможность проведения расчетов на ЭВМ, а существующий аналитический метод проверки размера  $a$  не всегда дает правильные результаты, так как не учитывает влияния угла  $\alpha_{yc}$  на формирование уском канавки на валике. Предлагаемый метод позволяет рассчитывать параметры  $b_{yc}$  и  $\alpha_{yc}$  по заданным параметрам шлицевого валика, а также оп-

ределять величину  $a$  шлицевого валика при заданных значениях  $b_{yc}$  и  $\alpha_{yc}$ . Точка  $F$  границы цилиндрической части впадины прямозубого шлицевого валика опишет кривую  $MM$  (укороченную циклоиду), которая определяется уравнениями табл. 6.

Для того чтобы на шлицевом валике канавка от усика инструмента заканчивалась точно в заданной точке  $F$ , профиль усика должен удовлетворять следующим требованиям: 1) чтобы, по крайней мере, одна точка профиля усика лежала на кривой  $MM$  и 2) чтобы профиль усика не пересекал кривую  $MM$ . Невыполнение первого условия приведет к увеличению размера  $a$  на валике, а невыполнение второго — к уменьшению этого размера.

Точка  $F$  на шлицевом валике задается координатами  $r_F$  и  $\delta_F$ . Радиус  $r_F = \frac{d_{расч}}{2}$  ( $d_{расч}$  — внутренний расчетный диаметр шлицевого валика), а угол  $\delta_F$  определяется по формуле

$$\delta_F = -\arcsin \frac{a}{2r_F}. \quad (281)$$

Оптимальная форма усика получается в том случае, если правая (см. рис. 131) сторона будет очерчена по кривой  $MM$ . Однако по технологическим соображениям эта сторона оформляется отрезком прямой  $F_p T_p$ . Тогда угол  $\alpha_{yc}$  наклона отрезка  $F_p T_p$  определится как угол между осью  $x_p$  и касательной к кривой по последней формуле табл. 6:

$$\operatorname{tg} \alpha_{yc} = \frac{-x_p}{r_F \sin \mu}.$$

Если профилирующей точкой усика будет точка  $F_p$ , то (рис. 131) величина  $b_{yc}$  будет максимальной, а величина  $\alpha_{yc}$  — минимальной. В этом случае

$$b_{yc} = z_{pF} - z_{pK}, \quad (282)$$

где  $z_{pF}$  и  $z_{pK}$  — координаты профиля рейки соответственно для точек  $F_p$  и  $K_p$ .

Для расчета размеров  $b_{yc}$  и  $\alpha_{yc}$  должны быть известны координаты  $x_{pK}$  и  $z_{pK}$  точки  $K_p$  (которые определяют при расчете профиля  $B_p K_p$  рейки), радиус  $r_n$  начальной окружности шлицевого валика и параметры валика  $d$  и  $a$ .

Порядок расчета следующий. По формуле (281) определяем координату  $\delta_F$  точки  $F$  валика; из третьего

уравнения табл. 6 по известным значениям  $r_n$ ,  $x_p = x_{pF}$  и  $r_F = \frac{d_{расч}}{2}$  определяем угол  $\mu$ , соответствующий моменту профилирования точки  $F$  валика; из второго — угол  $\varphi$ , а из четвертого — координату  $z_p$  точки  $F_p$ ; по формуле (282) определяем размер  $b_{yc}$ , а по последней формуле табл. 6 —  $\alpha_{yc}$ .

Для расчета величины  $a$  при заданных значениях  $b_{yc}$  и  $\alpha_{yc}$  сначала надо определить точку усика, которая в процессе обработки шлицевого валика будет иметь контакт с его точкой  $F$ . Для этого по известным величинам  $x_p = x_{pK}$  и  $r_F = \frac{d_{расч}}{2}$  по третьему уравнению табл. 6 определяем угол  $\mu$ , затем по последней формуле табл. 6 — угол  $\alpha_{yc}$ . Если подсчитанное значение  $\alpha_{yc}$  равно или меньше заданного, то точка  $F$  валика будет иметь контакт с точкой  $F_p$  профиля рейки. В этом случае величину  $a$  рассчитываем следующим образом: из уравнения (282) определяем координату  $z_{pF}$ , затем из уравнения четвертого табл. 6 — угол  $\varphi$ , из второго — угол  $\delta_p$ , а из формулы (281) — величину  $a$ . Если же принятое значение угла  $\alpha_{yc}$  больше рассчитанного по последней формуле табл. 6, то точка  $F$  будет иметь контакт с точкой  $F'_p$ , которая лежит на отрезке  $F_p T_p$  выше точки  $F_p$ . Чтобы определить координаты  $x_{pF'}$  и  $z_{pF'}$  этой точки, решим последнее уравнение табл. 6 относительно  $\cos \mu$ , используя при этом третье уравнение этой таблицы. Получим

$$\cos \mu = \frac{k + \sqrt{k^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{yc} - 1}}{k^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{yc}}, \quad (283)$$

где

$$k = \frac{r_F}{r_n}.$$

Подставляя в уравнение (283) заданное значение  $\alpha_{yc}$ , определим угол  $\mu$ , соответствующий моменту контакта точек  $F$  и  $F'_p$ . Затем по третьему уравнению табл. 6 определяем координату  $x_{pF'}$  точки  $F'_p$ , а координату  $z_{pF'}$  этой точки — по формуле (см. рис. 131)

$$z_{pF'} = z_{pK} + b_{yc} + (x_{pK} - x_{pF'}) \operatorname{tg} \alpha_{yc}. \quad (284)$$

После этого из четвертого уравнения табл. 6 определяем угол  $\varphi$ , по второму — угол  $\delta$  и из уравнения (281) — величину  $a$ .

**Пример расчета 1.** Определим размеры  $b_{yc}$  и  $\alpha_{yc}$  усиков у инструментальной рейки для обработки шлицевого валика, параметры которого указаны на стр. 354. Известны:  $r_F = \frac{d_{расч}}{2} = 25,9738$  мм;  $a = 2,44$  мм;  $Z = 8$ ;  $r_n = 29,1333$  мм;  $x_{pK} = 4,41820$  мм;  $z_{pK} = -4,71096$  мм.

По формуле (281) определяем  $\delta_F$ . Получим  $\delta_F = -0,04698$  рад; из третьего уравнения табл. 6 — угол  $\mu$ ,  $\mu = 0,31270$  рад; из второго уравнения табл. 6 — угол  $\varphi$ . Получим  $\varphi = 0,35968$  рад; из четвертого уравнения табл. 6 — координату  $z_{pF} = -2,48825$  мм; по формуле (282) ширину  $b_{yc} = 2,21078$  мм. Получим  $\alpha_{yc} = 28^\circ 56'$ . Принимаем  $\alpha_{yc} = 28^\circ$ . Все формулы для расчета параметров  $b_{yc}$  и  $\alpha_{yc}$  сведены в табл. 42.

Таблица 42

**Определение параметров  $b_{yc}$  и  $\alpha_{yc}$  усиков инструментальной рейки для обработки шлицевых валиков**

Дано: $r_n, r_F, a, x_{pK} = x_{pF}, z_{pK}$			
$\delta_F = -\arcsin \frac{a}{2r_F}$	$-0,04698$	$b_{yc} = y_{pF} - y_{pK}$	$2,21978$
$\cos \mu = \frac{r_n + x_{pF}}{r_F}$	$0,95153$	$\lg \alpha_{yc} = \frac{-x_{pF}}{r_F \sin \mu}$	$0,55294$
$\varphi = \mu - \delta_F$	$0,35968$	$\alpha_{yc}$	$28^\circ 56'$
$z_{pF} = r_F \sin \mu - r_n \varphi$	$-2,48825$		

**Пример расчета 2.** Определим ширину  $a$  цилиндрической впадины у шлицевого валика (параметры указаны на стр. 354), если размеры усика заданы:  $b_{yc} = 2,2$  мм ( $b_{yc} = 0,8 S$ ) и  $\alpha_{yc} = 45^\circ$ . Известны  $r_F = 25,9738$  мм;  $r_n = 29,1333$  мм;  $x_{pK} = -4,41813$  мм;  $z_{pK} = -4,70804$  мм.

По формуле (283) определяем угол  $\mu$ . Получим  $\mu = 0,11461$  рад; по третьему уравнению табл. 6 — координату  $x_{pF'}$ . Получим  $x_{pF'} = -3,32936$  мм; по формуле (284)  $z_{pF'}$ . Получим  $z_{pF'} = -1,51865$  мм; из четвертого уравнения табл. 6 — угол  $\varphi$ . Получим  $\varphi = 0,14923$  рад; из второго уравнения табл. 6 — угол  $\delta_F$ . Получим  $\delta_F = -0,03462$  рад; из уравнения (281) — величину  $a$  ширины цилиндрической части впадины шлицевого валика. Получим  $a = 1,80$  мм.

### Расчет формы головки зуба инструментальной рейки для зубчатых колес

Если на ножке зуба зубчатого колеса не требуется осуществлять специальных отклонений от эвольвентного профиля, то боковая сторона инструментальной рейки очерчивается прямой линией и дугой радиуса  $\rho_r$ , скруг-

Рис. 132. Схема для расчета утолщений головки зуба инструментальной рейки для зубчатых колес, подлежащих шевингованию



ляющей угловой переход на головке зуба рейки. Однако часто ножка зуба колеса снабжается различными преднамеренными подрезами. Рассмотрим пример такого подрезания ножки зуба колеса.

У зубчатых колес, подлежащих шевингованию и шлифованию, притупление у ножки зубьев принудительно подрезается. Для этого головка реечного инструмента утолщается. Изложенные в литературе методы расчета этих утолщений (последние иногда называют прогуберансами) не учитывают в полной мере особенностей формообразования подрезов на зубчатых колесах.

В частности, в работе [13] произвольно принято, что точка  $K$  (рис. 132) лежит на нормали к профилю колеса, которая проходит через точку  $F$ , где должен быть закончен подрез обработанного профиля зуба колеса. Эта неточность не позволяет определить оптимальные значения параметров проектируемого утолщения головки зубьев инструмента.



Ниже изложен новый метод расчета утолщения головки зубьев у реечных инструментов, предназначенных для обработки зубчатых колес под шевингование. Для расчета утолщения головки зубьев должны быть известны следующие параметры зубчатого колеса и инструментальной рейки (рис. 132), радиус  $r_n$  начальной (делительной) окружности зубчатого колеса; винтовой параметр  $p$  зубьев; координаты  $r_F$  и  $\delta_F$  точки  $F$ , до которой распространяется подрез основания зуба колеса; угол  $\xi_F$  давления в точке  $F$ ; припуск  $f$  под шевингование; величина  $\Delta f$  допустимого проглубления подреза; профильный угол  $\alpha_p$  инструментальной рейки; толщина  $S_p$  зуба рейки; высота  $h'_p$  головки зуба рейки.

Форма утолщения головки зуба инструментальной рейки (рис. 132) может быть определена параметрами  $b_y$ ,  $h_{y1}$ ,  $h_{y2}$ ,  $\alpha_y$ ,  $l_y$ ,  $q_p$ . При обработке зубьев колеса под шевингование значения этих параметров должны обеспечить выполнение следующих требований: 1) подрез ножки зуба колеса, измеренный по нормали к эвольвентному профилю, должен быть осуществлен на заданную глубину  $f + \Delta f$ ; 2) кривая подреза должна проходить через крайнюю нижнюю точку  $F$  эвольвентного участка  $B'F$ , подлежащего обработке шевером; 3) крайняя верхняя точка  $K$  подреза припуска должна быть расположена на окружности возможно меньшего радиуса  $r_K$ ; 4) угол  $\alpha_y$  наклона участка  $C_p J_p$  должен быть такой величины, которая обеспечивает необходимые для резания задние углы у затылованного инструмента на этом участке.

Рассмотрим сначала расчет параметров утолщения головки зуба инструментальной рейки для прямозубых колес. Прямолинейный участок  $B_p K_p$  (рис. 132, а) рейки при обработке зубчатого колеса образует на нем эвольвентный профиль  $BK$ ; линия  $LL$ , параллельная участку  $B_p K_p$  и отстоящая от нее на расстоянии  $b_y$  дает на колесе также эвольвенту, смещение которой относительно первой, измеренное по нормали к этим кривым, будет равно  $b_y$ . Таким образом, для выполнения первого из указанных выше требований точки профиля рейки, осуществляющие подрез ножки зуба колеса, должны находиться на линии  $LL$ , а величина  $b_y$  — удовлетворять неравенству

$$f < b_y < (f + \Delta f). \quad (285)$$

При качении начальной окружности радиуса  $r_n$  по неподвижной начальной прямой инструментальной рей-

ки точка  $F$  границы подреза опишет кривую  $ММ$  (укороченную циклоиду), которая определяется уравнениями табл. 6. Перепишем эти уравнения для нашего случая, учитывая, что обрабатывается прямозубое колесо ( $\varepsilon_p = \frac{\pi}{2}$ ) и  $\psi_p = 0$

$$\left. \begin{aligned} x_p &= r_F \cos \mu - r_n; \\ z_p &= r_F \sin \mu - r_n \varphi; \\ \varphi &= \mu - \delta_F. \end{aligned} \right\} \quad (286)$$

Для того чтобы на зубчатом колесе линия подреза проходила через точку  $\bar{F}$ , профиль головки зуба рейки должен быть таким, чтобы: а) по крайней мере одна точка профиля головки зуба рейки лежала на кривой  $ММ$  и б) профиль зуба рейки не пересекал кривую  $ММ$ . Невыполнение первого условия приведет к уменьшению радиуса  $r_F$  против заданного значения, а невыполнение второго — к увеличению. Таким образом, для выполнения второго из указанных выше требований участок профиля рейки, осуществляющий подрез припуска у ножки зуба колеса, должен принадлежать кривой  $ММ$ .

Для одновременного выполнения указанных выше первого и второго требований к форме подреза участок, осуществляющий подрез, должен находиться одновременно на прямой  $LL$  и на кривой  $ММ$ , т. е. подрез ножки должна осуществлять точка  $C_p$  пересечения этих линий. Координаты  $x_{pC}$  и  $z_{pC}$  точки  $C_p$  на профиле рейки определяются путем совместного решения уравнений прямой линии  $LL$  и кривой  $ММ$ . При этом величина,  $b_y$ , характеризующая положение прямой  $LL$ , должна быть известна. Однако практически удобнее выбирать величины координаты  $x_{pC}$ , далее по формуле (286) подсчитать координату  $z_{pC}$  этой точки, а затем по формуле

$$b_y = \left( z_{pC} - \frac{S_p}{2} \right) \cos \alpha_p - x_{pC} \sin \alpha_p + f, \quad (287)$$

выведенной по рис. 133, в, определить величину  $b_y$ .

Выбранное значение координаты  $x_{pC}$  по абсолютной величине должно быть больше значения координаты  $x_{pF}$  точки  $F_p$ , сопряженной с точкой  $F$  ( $r_F$ ,  $\delta_F$ ,  $\xi_F$ ) кривой подреза. Значение координаты  $x_p$  профиля рейки для данной расчетной точки профиля колеса определяется по формулам табл. 5. Для нашего случая, когда обра-

батывается прямозубое  $\left(\varepsilon_p = \frac{\pi}{2}\right)$  эвольвентное (значение  $\alpha_p$  дано) колесо, для определения координаты  $x_{pF}$  формулы табл. 5 примут следующий вид:

$$\mu_F = \alpha_p - \xi_F; \quad x_{pF} = r_F \cos \mu_F - r_H.$$

При качении начальной прямой инструментальной рейки по неподвижной начальной окружности колеса точка  $C_p$  опишет кривую  $NN$  (удлиненную эвольвенту, см. рис. 132, б), уравнения которой вывели ранее (табл. 6). Кривая  $NN$ , пройдя через точку  $F$  профиля зуба колеса, подрежет ножку зуба и пересечет эвольвентный профиль  $BK$  в точке  $K$ .

При  $x_{pC} = x_{pF}$  кривая  $NN$  в точке  $F$  будет касаться эвольвентного профиля  $FB'$  колеса и наибольшая величина подреза будет находиться против точки  $F$ . При  $x_{pC} > x_{pF}$  кривая  $NN$  (на рис. 132, б она показана штриховой линией) будет пересекать эвольвентный профиль  $FB'$  в точке  $F$ , и наибольшая величина  $b_y$  подреза будет находиться выше точки  $F$ . При  $x_{pC} < x_{pF}$  кривая  $NN$  (на рис. 132, б она показана сплошной линией) будет пересекать эвольвентный профиль в точке  $F$ ; наибольшая величина подреза будет находиться ниже точки  $F$  и будет тем больше, чем больше будет  $|x_{pC}|$ .

Перейдем к третьему требованию, предъявляемому к форме подреза ножки зуба колеса. Для того чтобы точка  $K$  подреза лежала на окружности меньшего радиуса (при принятом значении  $x_{pC}$ ), надо, чтобы участок  $C_p J_p$  рейки (рис. 132, а) не участвовал в формообразовании подреза. В противном случае он срежет часть припуска в районе точки  $K$  профиля зуба колеса. Подрез от точки  $F$  до точки  $K$  должен быть переходной кривой, описываемой точкой  $C_p$ . Чтобы каждая точка профиля рейки участвовала в формообразовании поверхности детали, для нее должно быть выполнено в общем случае неравенство (113). Нам нужно, чтобы точки участка  $C_p J_p$  не участвовали в формообразовании поверхности детали. Для этого в зависимости (113) знак неравенства надо изменить на обратный.

Участок  $C_p J_p$  оформляется прямой линией. Профильный угол  $\alpha_y$  этого участка надо рассчитывать по положению точки  $J_p$ ; если точка  $J_p$  не будет участвовать в формообразовании кривой подреза, то все остальные точ-

ки, лежащие ниже точки  $J_p$ , заведомо не будут участвовать в формообразовании этой кривой. Для точки  $J_p$  прямолинейного участка  $C_p J_p$  ( $q = \infty$ ) прямозубых колес ( $p = \infty$ ) уравнение (113) примет следующий вид (с учетом изменения знака неравенства):

$$\sin \alpha_y \leq \sqrt{\frac{-x_{pJ}}{r_n}}. \quad (288)$$

Координата  $x_{pJ}$  точки  $J_p$  связана через угол  $\alpha_y$  с координатой  $x_{pC}$  точки  $C_p$  уравнением, которое очевидно из рис. 132, в

$$x_{pJ} = x_{pC} + \frac{b_y \cos \alpha_y}{\sin(\alpha_p - \alpha_y)}.$$

Считая зависимость (288) равенством, подставим в него значение координаты  $x_{pJ}$  из последнего уравнения. После преобразования получим следующую зависимость для определения минимального значения угла  $\alpha_y$ :

$$(\operatorname{tg} \alpha_p - \operatorname{tg} \alpha_y)(r_n \sin^2 \alpha_y + x_{pC}) \cos \alpha_p + b_y = 0. \quad (289)$$

Таким образом, для выполнения третьего требования к форме кривой подреза ножки зуба колеса значение  $|x_{pC}|$  координаты  $x_p$  должно быть возможно большим, а угол  $\alpha_y$  должен удовлетворять уравнению (289). Уравнение (289) является трансцендентным относительно искомого параметра  $\alpha_y$ . Для решения этого уравнения на ЭВМ следует воспользоваться одним из методов последовательного приближения (лучше — методом хорд). Корень уравнения (289) лежит между значением  $\alpha_{ya}$ , подсчитываемым по уравнению

$$\sin \alpha_{ya} = \sqrt{\frac{-x_{pC}}{r_n}},$$

и значением  $\alpha_{yb} = \alpha_{ya} - (0,2 \div 0,3)$  рад. Если расчеты проводятся с помощью обычных счетных устройств, то уравнение (289) можно решить графически. Для этого левая часть уравнения обозначается  $\theta(\alpha_y)$ ; назначается тремя-четырьмя значениями  $\alpha_y$  в пределах от  $\alpha_p$  до  $(\alpha_p - 0,25)$  рад; для этих значений  $\alpha_y$  по уравнению (289) подсчитываются значения  $\theta(\alpha_y)$ ; строится график  $\theta(\alpha_y) = f(\alpha_y)$ ; пересечение графика с осью  $\alpha_y$  дает искомое значение корня уравнения (289).

Четвертое требование, которое предъявляется к форме подреза, будет выполнено, если угол  $\alpha_y$  будет принят

не менее 6—8°. Угол  $\alpha_y$  зависит от значения  $x_{pC}$  с координаты точки  $C_p$ , осуществляющей подрез ножки зуба колеса. Для увеличения  $\alpha_y$  величину  $|x_{pC}|$  надо уменьшить. Размеры  $h_{y1}$  и  $h_{y2}$  утолщения головки зуба рейки определяются по рис. 132, в:

$$h_{y1} = h'_n + x_{pC}; \quad h_{y2} = h'_n + x_{pJ}.$$

Нижняя часть утолщения головки оформляется прямолинейным отрезком  $l_y$  и дугой радиуса  $\varrho_p$ . Зависимость между ними определяется по рис. 132, в:

$$\varrho_p = \frac{h_{y1} - l_y \cos \alpha_p}{1 - \sin \alpha_p}. \quad (290)$$

Величина отрезка  $l_y$  назначается в пределах от нуля до величины  $\frac{h_{y1}}{\cos \alpha_p}$ .

Все зависимости для расчета геометрических параметров утолщения профиля зуба инструментальной рейки сведены в табл. 43. Для случая обработки зубчатого колеса с винтовыми зубьями схема расчета утолщения головки профиля зуба инструментальной рейки будет такой же, как и для рассмотренного выше случая обработки прямозубого колеса. Отличие в расчете будет состоять только в том, что: а) в расчетных формулах параметры  $\alpha_p, f, \Delta f, S_p, b_y, \alpha_y$  надо заменить на аналогичные параметры  $\alpha_{ps}, f_s, \Delta f_s, S_{ps}, b_{ys}, \alpha_{ys}$  в сечении профиля рейки торцовой плоскостью колеса; б) заданные параметры  $\alpha_p, f, \Delta f, S_p$  в нормальной плоскости инструментальной рейки пересчитать на параметры  $\alpha_{ps}, f_s, \Delta f_s, S_{ps}$ .

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{ps} &= \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\sin \epsilon_p}; \quad f_s = \frac{f}{\sin \epsilon_p} \frac{\cos \alpha_{ps}}{\cos \alpha_p}; \\ \Delta f_s &= \frac{\Delta f}{\sin \epsilon_p} \frac{\cos \alpha_{ps}}{\cos \alpha_p}; \quad S_{ps} = \frac{S_p}{\sin \epsilon_p} \end{aligned}$$

[угол  $\epsilon_p$  определяется по формуле (48)]; в) полученные после расчета значения  $b_{ys}$  и  $\alpha_{ys}$  пересчитать на нормальную плоскость рейки:

$$b_y = b_{ys} \frac{\cos \alpha_p}{\cos \alpha_{ps}} \sin \epsilon_p; \quad \operatorname{tg} \alpha_y = \operatorname{tg} \alpha_{ys} \sin \epsilon_p.$$

Величина радиуса  $\varrho_p$  рассчитывается по формуле (290) по параметрам рейки в ее нормальной плоскости.

Определение параметров утолщений головки зубьев  
реечных инструментов,  
обрабатывающих зубчатые колеса под шевнигование

Дано: $r_n, r_F, \delta_F, \xi_F, f, \Delta f, \alpha_p, S_p, h'_p$	
$\mu_F = \alpha_p - \xi_F$	0,20624
$x_{pF} = r_F \cos \mu_F - r_n$	-4,42407
Назначается координата $x_{pC}$ таким образом, чтобы $ x_{pC}  >  x_{pF} $	-5,5
$\cos \mu = \frac{r_n + x_{pC}}{r_F}$	0,96068
$\varphi = \mu - \delta_F$	0,23267
$y_{pC} = r_F \sin \mu - r_n \varphi$	1,92830
$b_y = (y_{pC} - 0,5S_p) \cos \alpha_p - x_{pC} \sin \alpha_p + f$	0,10295
$\sin \alpha_{ya} = \sqrt{\frac{-x_{pC}}{r_n}}$	0,26605
$(\operatorname{tg} \alpha_p - \operatorname{tg} \alpha_y)(r_n \sin^2 \alpha_y + x_{pC}) \cos \alpha_p + b_y = 0$	После первого приближения $\alpha_y = 0,26572$
$x_{pJ} = x_{pC} + \frac{b_y \cos \alpha_y}{\sin (\alpha_p - \alpha_y)}$	-4,30736
$h_{y1} = h'_p + x_{pC}$	0,75
$h_{y2} = h'_p + x_{pJ}$	1,94264
Назначается длина отрезка $l_y$	0,25
$\varphi_p = \frac{h_{y1} - l_y \cos \alpha_p}{1 - \sin \alpha_p}$	0,78282

В специальных случаях для упрочнения зубьев эвольвентных колес на производстве применяют зубчатые колеса, у которых впадина очерчивается кривой, отличной от той, которая получается при обработке колес зубьями инструмента, рассчитанного по стандартной инструментальной рейке. В частности, применяют зубчатые колеса, у которых впадина очерчивается одной или двумя дугами окружностей. Если у зубчатых колес такой формы реечный инструмент должен обрабатывать зубья под шевингование или шлифование, то методика расчета подреза впадины остается той же, которую разбирали выше. Стличие будет только в расчете величины радиуса  $\varrho_p$  на профиле рейки и положения его центра. Последние будут определены следующим образом. На заданной впадине колеса надо взять несколько расчетных точек и определить для них значения параметров  $r$ ,  $\delta$  и  $\xi$  аналогично тому, как это делали для профиля звездочки (см. стр. 339). Затем выбрать радиус  $r_n$  начального цилиндра и по формулам табл. 5 подсчитать теоретический профиль головки зуба рейки. Полученную кривую по расчетным точкам надо заменить дугой окружности радиуса  $\varrho_p$ . Методику определения величины радиуса дуги заменяющей окружности и положение ее центра рассматривали раньше.

Радиус  $r_n$  начального цилиндра зубчатого колеса для обработки его зубьев с преднамеренными подрезаниями ножки его зубьев определяется по той же методике, которую разбирали на примере других зубчатых деталей. Только здесь при уменьшении  $r_n$  уменьшаются профильные углы  $\alpha_p$  рейки, что приводит к уменьшенным задним углам затылованных реечных инструментов.

При ведении расчетов на ЭВМ для определения наиболее приемлемых значений геометрических параметров утолщения головки зуба инструментальной рейки желательно провести расчет этих параметров по формулам табл. 43 для нескольких значений профильного угла  $\alpha_p$  и принять тот вариант, который удовлетворяет конструктора в большей степени.

**Пример расчета.** Рассчитаем размеры утолщения головки зуба инструментальной рейки для обработки прямозубого колеса, имеющего модель  $m_n=5$  мм и число зубьев  $Z_1=25$ . Известны значения следующих параметров обрабатываемого зубчатого колеса и рейки: радиус начальной (делительной) окружности  $r_n=62,5$  мм; координаты точки  $F$ , до которой распространяется подрез основания зуба колеса:  $r_F=59,3332$  мм;  $\delta_F=0,048908$  рад, угол давления в точке  $F$  эвольвенты  $\xi_F=0,14283$  рад, припуск под шевингование  $f=0,1$  мм;

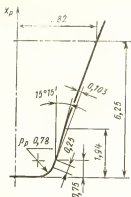


Рис. 133. Профиль инструментальной рейки для колеса, подлежащего шевингованию

величина допускаемого проглубления подреза  $\Delta f = 0,03$  мм; профильный угол  $\alpha_p = 20^\circ$  инструментальной рейки; толщина зуба рейки по начальной (делительной) прямой  $S_p = \frac{\pi m_n}{2} = 3,927$  мм высота

головки зуба рейки  $h_p' = 1,25 m_n = 6,25$  мм.

Формулы, необходимые для определения искомых параметров  $b_y$ ,  $a_y$ ,  $h_{y1}$ ,  $h_{y2}$ ,  $q_p$  утолщения головки зуба инструментальной рейки, — в табл. 43. Расчет ведется последовательно по этим формулам. Результаты расчета параметров утолщения головки зуба рейки приведены в табл. 43. На рис. 133 приведен рассчитанный профиль инструментальной рейки для заданного зубчатого колеса.

Параметры утолщения головки зуба рейки рассчитывают для конкретного зубчатого колеса. Поэтому параметры утолщения зуба рейки, рассчитанные для одного зубчатого колеса, не будут рациональными, если эту рейку применять для колеса с другим числом зубьев.

### Расчет формы ножки зуба инструментальной рейки для зубчатых колес

Если на головке зуба зубчатого колеса не требуется осуществлять специальных отклонений от эвольвентного профиля и не требуется обрабатывать зуборезным инструментом головку по цилиндру выступов (цилиндр предварительно получен токарной обработкой), то высота ножки зуба инструментальной рейки делается больше высоты головки зуба колеса на величину радиального зазора, профиль ножки зуба очерчивается прямой  $B_p F_p$  и дугой  $B_p G_p$  окружности, скругляющей угловой переход у основания зуба (рис. 134, а).

Для получения фланка на головке зуба колеса профиль ножки зуба рейки обычно задают так, что на нем образуется точка  $M_p$  излома, которая не лежит на начальной прямой (рис. 134, б). Как было указано ранее (стр. 113), в этом случае на зубчатом колесе образуется точка  $M_p$  излома. Чтобы точки  $M$  излома на зубе колеса



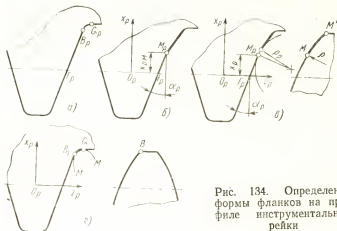


Рис. 134. Определение формы фланков на профиле инструментальной рейки

не получалось, необходимо в зоне точки  $M_p$  на профиле зуба инструментальной рейки осуществить сопряжение фланка дугой окружности некоторого радиуса  $q_p$ . Величина радиуса должна быть такой, чтобы для каждой точки дуги окружности этого радиуса было выполнено неравенство (113). Как следует из неравенства, наиболее трудно его выполнить для тех точек, у которых значение координаты наименьшее. В нашем случае такой точкой является точка  $M_p(x_{pM}, z_{pM})$ . Решая для этой точки неравенство (113) относительно  $q_p$  и имея в виду, что  $\frac{r_n}{p} = \tan \beta_n$ , получим

$$q_p \geq \frac{x_{pM}^2}{\left[ x_{pM} \left( \tan^2 \beta_n + \frac{1}{\sin^2 \alpha_p} \right) + \frac{r_n}{\cos^2 \beta_n} \right] \sin^3 \alpha_p}.$$

Если кривая фланка задается не на ножке зуба рейки, а на головке зуба колеса, то наименьшая допустимая величина радиуса  $q_M$  кривизны в точке  $M$  начала фланка рассчитывается следующим образом. Сначала по формулам табл. 5 определяются значения  $x_{pM}$  и  $z_{pM}$  координат  $x_p$  и  $z_p$  точки  $M_p$ , сопряженной с точкой  $M(r_M, \delta_M, \xi_M)$  профиля зуба колеса, затем по последней формуле для точки  $M_p$  определяется наименьшее допустимое значение радиуса  $q_p$  (рис. 134, в) кривизны фланка на профиле рейки в точке  $M_p$ ; после этого по формулам (111)

определяется наименьшее допустимое значение радиуса  $q$  в точке  $M$  головки зуба колеса.

Для удаления заусенцев по ширине зубьев у зубчатых колес небольшого модуля иногда применяют так называемые полнопрофильные червячные фрезы, которые обрабатывают зубья колеса по всему профилю, в том числе и по цилиндру выступов. Чтобы головка зуба колеса была обработана без отклонений от заданной формы и в зоне точки  $B$  профиля зуба (рис. 134,  $z$ ) были удалены заусенцы, форма ножки у основания зуба инструментальной рейки должна быть рассчитана следующим образом.

При качении начального цилиндра зубчатого колеса по начальной плоскости инструментальной рейки точка  $B$  профиля зуба колеса в системе координат  $x_p, z_p$  рейки опишет кривую  $MM$ , координаты  $x_p$  и  $z_p$  которой определяются по уравнениям табл. 6 (рис. 134). Чтобы головка зуба в зоне точки  $B$  не была подрезана, необходимо, чтобы профиль зуба рейки не выходил за эту кривую. С другой стороны, чтобы инструмент снимал заусенцы, необходимо, чтобы профиль  $B_p C_p$  ножки зуба рейки по крайней мере в одной точке касался кривой  $MM$ . Таким образом, для оформления участка  $B_p C_p$  профиля ножки зуба рейки надо сначала определить координаты  $x_p$  и  $y_p$  профиля кривой  $MM$ , а затем придать участку  $B_p C_p$  такую форму (удобную в технологическом отношении), при которой он обязательно касался (но не пересекал) кривой  $MM$ .

### Глава III

#### РАСЧЕТЫ ЧЕРВЯЧНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЗУБЧАТЫХ ДЕТАЛЕЙ

Расчет основного червяка червячного инструмента для обработки заданной детали состоит из двух этапов: определения инструментальной рейки для этой детали и определения основного червяка для рейки. Вопросы расчета параметров инструментальной рейки для заданной детали разобраны выше. Поэтому при решении вопросов формообразования поверхностей червячными инструментами будем считать, что параметры  $x_p, z_p, a_p, q_p$  профиля и параметры  $r_n$  и  $\psi_p$  установки инструментальной рейки для обработки заданной детали известны.

## Расчет червячных фрез с винтовыми стружечными канавками для обработки шлицевых валиков

Червячные шлицевые фрезы являются фасонными фрезами. На примере их расчета покажем специфику проектирования червячных фасонных фрез вообще. В качестве примера рассмотрим обработку шлицевого валика  $8 \times 52 \times 60$  (ГССГ 1139—58). Параметры валика (см. рис. 129, б)  $Z=8$ ;  $d=52_{-0,06}^{+0,03}$ ;  $D=60_{-0,3}^{+0,1}$ ;  $b=10_{-0,06}^{+0,03}$ ;  $d_1=48,7$  мм,  $a_{\text{мин}}=2,44$ ;  $f=0,5^{+0,3}$  мм;  $r_{1\text{max}}=0,5$  мм; шлицы прямые ( $p=\infty$ ;  $\varepsilon_p=\frac{\pi}{2}$ ).

Конструктивные параметры червячной фрезы: число заходов  $z_k=1$ ; радиус начального цилиндра  $r_{\text{ци}}=42,5$  мм; число зубьев фрезы  $z_f=12$ ; передний угол  $\gamma_{\text{чс}}=0$ ; затылование прямое ( $\eta_c=0$ ,  $\Delta p_{\text{ч}}=0$ ); угол  $\omega_{\text{н}}$  наклона винтовой стружечной канавки на начальном цилиндре равен углу  $\lambda_{\text{н}}$  подъема витков основного червяка на этом цилиндре; величина падения затыловочного кулачка  $k=4$  мм.

Параметры  $x_r$ ,  $z_r$ ,  $a_r$  профиля инструментальной рейки приведены в табл. 41; радиус начального цилиндра шлицевого валика  $r_{\text{н}}=29,1333$  мм. Профиль инструментальной рейки показан на рис. 135, а.

**Определение постоянных параметров  $\lambda_{\text{н}}$ ,  $p_{\text{ч}}$ ,  $p_{\text{к}}$ ,  $p_{\text{б}}$  червячной фрезы.** Угол  $\lambda_{\text{н}}$  подъема винтовой линии на начальном цилиндре основного червяка определится по формуле (114). Получим  $\lambda_{\text{н}}=0,085792$  рад ( $4^\circ 54' 56''$ ). Винтовой параметр  $p_{\text{ч}}$  основного червяка определится по формуле (51). Получим  $p_{\text{ч}}=3,65516$ . Винтовой параметр  $p_{\text{к}}$  стружечной канавки при  $\omega_{\text{н}}=\lambda_{\text{н}}$  определяется по формуле  $p_{\text{к}}=\frac{r_{\text{ци}}}{\text{tg } \lambda_{\text{н}}}$ . Получим  $p_{\text{к}}=494,165$ . Винтовой параметр  $p_{\text{б}}$  боковой затылованной поверхности при прямом затыловании равен  $p_{\text{ч}}$ , т. е.  $p_{\text{б}}=3,65516$ .

**Определение профиля основного червяка.** Параметры  $r_{\text{ч}}$ ,  $\delta_{\text{ч}}$  и  $\xi_{\text{ч}}$  профиля основного червяка подсчитывают по зависимостям табл. 9. Основной червяк образуется инструментальной рейкой. Профиль последней (одна его сторона) имеет четыре точки излома, которые не находятся на начальной прямой. Следовательно, основной червяк полностью с этой рейкой сопрягаться не сможет, так как рейка исказит профиль основного червяка.

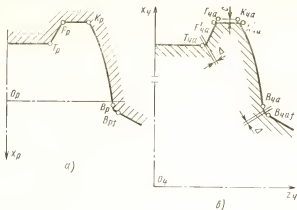


Рис. 135. Сравнение рабочего профиля (а) инструментальной рейки и теоретического профиля (б) основного червяка червячной шлицевой фрезы

На рис. 135, б показано осевое сечение теоретического профиля основного червяка, рассчитанного по зависимости табл. 5 (результаты расчета приведены в табл. 44). Там, где рейка имела точки излома во впадинах (точки  $F_p$  и  $K_p$ , см. рис. 135, а), теоретический профиль червяка получил разрыв со смещением и пересечением его отдельных ветвей. Там, где рейка имела точки излома на выступах (точка  $T_p$  и точка излома между точками  $B_p$  и  $B_{pf}$ ), теоретический профиль червяка претерпел разрывы на величину  $\Delta$ , которые соответствующей точкой излома профиля рейки заполнены переходной кривой. Правда, для небольших высот шлицев и небольших углов  $\lambda_{ш}$  подъема винтовой линии основного червяка величины разрывов и смещений получаются небольшими (для нашего примера величина смещения равна 0,003991 мм), однако для шлицев с большой высотой и у фрез с большим углом  $\lambda_{ш}$  величина  $\Delta$  может быть ощутимой. Чтобы в этом случае червячная фреза имела возможность обработать участок  $BK$  профиля шлицевого валика полностью, в качестве крайней расчетной точки на профиле валика надо брать не точку  $K_{qa}$ , а точку, расположенную несколько ниже  $K'_{qa}$  (см. рис. 128, б).

Расчет параметров основного червяка произведен на ЭВМ «Минск-32» по программе решения зависимостей табл. 9.

Определение параметров профиля основного червяка  
и координат точек режущих кромок червячной фрезы  
с винтовыми канавками для обработки шлицевого валика

Дано:  $p_q = 3,65516$ ;  $r_{qn} = 42,5$  мм;  $\gamma_{qe} = 0$   $\lambda_n = 0,085792$  рад;  
 $\psi_q = 0$  и для каждой расчетной точки профиля инструменталь-  
ной рейки значения  $x_p, z_p, \alpha_p$  (табл. 41)

Искомые величины	Расчетные точки					
	$B$	...	...	...	$K$	$B_f$
Параметры профиля основного червяка						
$\operatorname{tg} \tau_4$	-1,00055	-3,12381	-4,40329	-5,47879	-6,46003	-16,2479
$\operatorname{tg} \mu_4$	-0,00502	0,00489	0,00958	0,01257	0,01458	-0,0004
$\varphi_4$	-1,78369	-1,72528	-1,61205	-1,46028	-1,27843	-1,7850
$r_4$	42,28825	43,16053	44,37351	45,64637	46,92318	42,1842
$\delta_4$	1,77868	1,73018	1,62163	1,47285	1,29300	1,7845
$\xi_4$	-0,78065	-1,26588	-1,35706	-1,40283	-1,43179	-1,5088
Координаты точек режущих кромок червячной фрезы						
$\sin \xi_k$	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
$\delta_k$	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
$\varphi_{чл}$	-1,76562	-1,71747	-1,60972	-1,46204	-1,28351	-1,77145
$x_{чл}$	42,28464	43,15705	44,37037	45,64370	46,92107	42,18055
$y_{чл}$	0,55225	0,54828	0,52832	0,49362	0,44546	0,55271
$z_{чл}$	-6,45363	-6,27765	-5,88380	-5,34398	-4,69144	-6,47495
Координаты $x_d$ и $z_d$ точек режущих кромок в нормальной плоскости						
$x_d$	42,28464	43,15705	44,37037	45,64370	46,92107	42,18055
$z_d$	-6,4727	-6,29421	-5,90045	-5,35990	-4,70617	-6,45801

Определение координат режущей кромки червячной фрезы и координат проекции режущей кромки на нормальную плоскость. Координаты  $x_{чл}, y_{чл}, z_{чл}$  режущей кромки червячной фрезы и координаты  $x_d, z_d$  проекции

режущей кромки на нормальную плоскость определяются по уравнениям табл. 13. Результаты расчета сведены в табл. 44. Расчет произведен на ЭВМ «Минск-32» по программе решения зависимостей табл. 13.

**Расчет профиля шлифовального круга для затылования червячной фрезы.** Координаты  $R_{ш}$  и  $z_{ш}$  профиля шлифовального круга определяются по зависимостям табл. 18. Перед тем, как воспользоваться табл. 18, необходимо выбрать значения параметров  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\psi$  установки шлифовального круга. Эти параметры могут быть назначены в широких пределах в зависимости от конкретных значений параметров червячной фрезы. Для червячных фасонных фрез с симметричным профилем межосевое расстояние можно определять по формуле  $m = x_{чл \min} \cos \alpha_0 + R_{ш0}$ , где  $x_{чл \min}$  — минимальное значение координаты  $x_{чл}$  режущей кромки фрезы,  $R_{ш0}$  — ориентировочное значение диаметра шлифовального круга (определение максимальной величины  $R_{ш0}$  — в работе [11]);  $\alpha_0$  — задний угол червячной фрезы; угол  $\epsilon$  скрещивания осей фрезы и шлифовального круга можно принимать равным углу  $\lambda_n$ ; угол  $\psi$  — равным нулю.

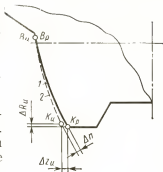
Таблица 45

Определение профиля шлифовального круга  
для затылования червячной шлицевой фрезы  
с помощью архимедова кулачка

Дано: $p_6 = 3,65516$ ; $a = 7,62$ мм; $m = 75$ мм; $\epsilon = 0,085732$ рад; $\psi = 0$ и для каждой расчетной точки режущей кромки червячной фрезы координаты $x_{чл}$ , $y_{чл}$ , $z_{чл}$ (табл. 44)						
Искомые величины	Расчетные точки					
	$B_{ч}$	...	...	...	$K_{ч}$	$B_{чf}$
$\lg \delta_{чл}$	0,013060	0,012704	0,011907	0,010815	0,009493	0,013103
$r_{чл}$	42,28824	43,16053	44,37351	45,64636	46,92318	42,18417
$\mu_i$	-0,070947	-0,067503	-0,063134	-0,058974	-0,055193	-0,071367
$\phi_i$	0,084007	0,080209	0,075041	0,069788	0,064684	0,084471
$x_{ш}$	-32,17800	-31,32657	-30,14307	-28,90119	-27,65535	-32,27954
$y_{ш}$	3,565609	3,463301	3,316649	3,159946	3,001002	3,577858
$z_{ш}$	-6,479289	-6,297509	-5,895869	-5,348258	-4,688283	-6,501456
$R_{ш}$	32,37495	31,51743	30,32499	29,07343	27,81770	32,47722

Рис. 136. Сравнение формы профиля инструментальной рейки с профилем шлифовального круга для затылования червячной шлицевой фрезы:

1—рейка; 2—шлифовальный круг



Примем  $m=75$  мм;  $\varepsilon=0,085792$  рад;  $\psi=0$ . Результаты расчета сведены в табл. 45. Расчет производился на ЭВМ «Минск-32» по программе решения зависимостей табл. 18.

В существующей литературе и на производстве профиль шлифовального круга для затылования червячно-шлицевых фрез отождествляют с профилем инструментальной рейки. Рассчитанный теоретический профиль рейки с высокой точностью заменяют одной или двумя дугами окружностей. По полученному таким образом рабочему профилю рейки изготовляют шаблоны для контроля профиля червячной фрезы по передней поверхности и по этому же профилю заправляют шлифовальный круг. В действительности же теоретический профиль круга и профиль рейки по своей форме значительно отличаются.

На рис. 136 совмещены теоретические профили шлифовального круга и инструментальной рейки, рассчитанные для рассматриваемой червячной фрезы. Указанные на рисунке отклонения имеют следующие величины:  $\Delta R_u=73,1$  мкм;  $\Delta z_u=26,1$  мкм;  $\Delta l=10$  мкм. При увеличении заднего угла  $\alpha_0$ , угла  $\lambda_{гн}$  и высоты профиля шлицевого отклонения  $\Delta z_{ш}$  и  $\Delta R_u$  будут возрастать. Чтобы при затыловании червячных фасонных фрез избежать подгонных работ, вызванных заправкой шлифовального круга по профилю рейки, при проектировании червячной фрезы необходимо рассчитывать профиль круга в зависимости от его диаметра и установки и заправку шлифовального круга производить по его рассчитанному теоретическому профилю. Теоретический профиль шлифовального круга может быть заменен одной или двумя дугами окружностей.

На рис. 137 для рассмотренного нами примера расчета червячной шлицевой фрезы показаны контролируемый на микроскопе профиль червячной фрезы в нормаль-

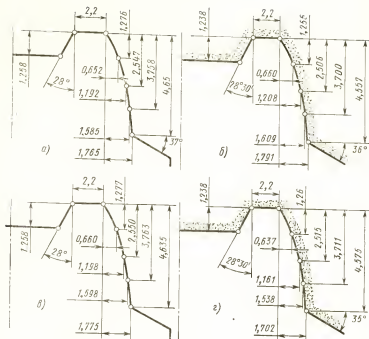


Рис. 137. Проекция режущей кромки на плоскость контроля и профиль шлифовального круга фрез для обработки шлицевых валиков: а и б—для фрез с винтовыми канавками; в и г—для фрез с прямыми канавками

ной плоскости, а также профиль шлифовального круга, по которому будет сделан накатник. В этом примере координаты режущей кромки червячной фрезы и координаты профиля шлифовального круга рассчитаны только для участков, соответствующих участку ВК профиля шлицевого валика. Размеры усиков здесь приняты такими же, как на профиле инструментальной рейки. Для червячных фрез с малыми углами  $\omega_n = \lambda_n$  такое приближение допустимо. Однако при больших значениях этих углов, а также при  $\omega_n \neq \lambda_n$  напо координаты режущей кромки червячной фрезы и профиль шлифовального круга рассчитывать по формулам табл. 13 и 18 для всего профиля инструментальной рейки, включая усики и участок, предназначенный для обработки впадины шлицевого валика.



## Расчет червячных фрез с переставляемыми гребенками для обработки шлицевых валиков

Задняя поверхность у червячных фрез с переставляемыми гребенками выполняется винтовой на резьбо- или червячно-шлифовальных станках. Линия затылования для них — дуга окружности. Фрезы обычно делают с прямыми канавками ( $\Omega=0$ ,  $\omega_n=0$ ) (см. рис. 56).

Расчет профиля инструментальной рейки, параметров основного червяка и координат режущих кромок фрезы осуществляется так же, как и для фрез, затылованных от архимедова кулачка. Отличие состоит только в расчете профиля задней поверхности и профиля затылующего инструмента.

В качестве примера рассмотрим расчет червячной фрезы для обработки того же шлицевого валика  $8 \times 52 \times 60$ , параметры которого указаны на стр. 371, а профиль на рис. 128, б. Конструктивные параметры червячной фрезы: число заходов  $z_q=1$ ; радиус начального цилиндра  $r_{qn}=42,5$ ; передний угол  $\gamma_{qe}=0$ ; затылование прямое ( $\eta_c=0$ ;  $\Delta r_q=0$ ); канавки прямые ( $\Omega=0$ ;  $\omega_n=0$ ); задний угол  $\alpha_0=10^\circ$ . Постоянные параметры  $\lambda_n=0,085792$  рад;  $\rho_q=\rho_b=3,65516$ ;  $\rho_k=\infty$ .

Параметры  $x_p$ ,  $z_p$ ,  $\alpha_p$  профиля инструментальной рейки приведены в табл. 38 (профиль инструментальной рейки показан на рис. 135, а); параметры  $\rho_q$ ,  $r_q$ ,  $\delta_q$ ,  $\xi_q$  основного червяка приведены в табл. 41.

**Определение координат режущих кромок червячной фрезы.** Координаты  $x_{ql}$ ,  $y_{ql}$ ,  $z_{ql}$  режущей кромки червячной фрезы с прямыми канавками можно определить по зависимостям табл. 13 (положив в них  $\rho_k=\infty$ ) или по зависимостям табл. 14 (положив в них  $\Omega=0$ ). В табл. 46 сведены результаты расчета координат  $x_{ql}$ ,  $y_{ql}$ ,  $z_{ql}$  режущей кромки червячной фрезы, произведенного на ЭВМ «Минск-32» по программе решения зависимостей табл. 13. Профиль фрезы в передней плоскости показан на рис. 137, в.

**Определение параметров профиля боковой затылованной поверхности.** Значения параметров  $r_b$ ,  $\delta_b$ ,  $\xi_b$  торцового профиля боковой поверхности червячной фрезы необходимо знать для расчета профиля шлифовального круга. Величина радиуса  $r_{bn}$ , которая необходима для определения положения линии затылования, определяется по формуле (166). Для нашего случая будем иметь

**Определение координат точек режущих кромок  
червячной фрезы с прямыми канавками  
для обработки шлицевого валика**

Дано: $p_{\text{ч}}=3,65516$ ; $r_{\text{че}}=46,92318$ мм; $\gamma_{\text{ке}}=0$ ; $\Omega=0$ и для каждой расчетной точки профиля основного червяка значения $r_{\text{ч}}$ , $\delta_{\text{ч}}$ , $\xi_{\text{ч}}$ (табл. 44)						
Искомые величины	Расчетные точки					
	$B$	...	...	...	$K$	$B_f$
$\varphi_{\text{чл}}$	-1,778552	-1,730020	-1,621482	-1,472717	-1,292887	-1,784393
$x_{\text{чл}}$	42,28825	43,16052	44,37350	45,64635	46,92317	42,18416
$y_{\text{чл}}$	0	0	0	0	0	0
$z_{\text{чл}}$	-6,500766	-6,323500	-5,926778	-5,383017	-4,725710	-6,522244

$r_{\text{бл}}=41,8924$  мм. Параметры  $r_{\text{б}}$ ,  $\delta_{\text{б}}$ ,  $\xi_{\text{б}}$  определяют по зависимостям табл. 15. Результаты расчета, произведенного на ЭВМ «Минск-32» по программе решения зависимостей табл. 15, сведены в табл. 47.

Таблица 47

**Определение параметров  $r_{\text{б}}$ ,  $\delta_{\text{б}}$ ,  $\xi_{\text{б}}$  профиля  
затылованной поверхности червячной шлицевой фрезы  
с переставляемыми грабенками**

Дано: $r_{\text{чл}}=42,5$ мм; $r_{\text{бл}}=41,8924$ мм; $p_{\text{ч}}=p_{\text{б}}=3,65516$ и для каждой расчетной точки режущей кромки $x_{\text{чл}}$ , $y_{\text{чл}}$ , $z_{\text{чл}}$ , $\varphi_{\text{чл}}$ , $\beta_{\text{а}}$ , $\beta_{\text{б}}$ (табл. 46)						
Искомые величины	Расчетные точки					
	$B_{\text{ч}}$	...	...	...	$K_{\text{ч}}$	$B_{\text{чf}}$
$x_{\text{бл}}$	41,68386	42,54288	43,73743	44,99095	46,24837	41,58136
$y_{\text{бл}}$	-0,036743	0,114725	0,325356	0,546384	0,768098	-0,054816
$\text{tg } \delta_{\text{бл}}$	-0,000881	0,002697	0,007439	0,012144	0,016608	-0,001318
$r_{\text{б}}$	41,68387	42,54303	43,73864	44,99427	46,25475	41,58139
$\delta_{\text{б}}$	1,777636	1,732716	1,628921	1,484861	1,309494	1,783075
$z_{\text{б}}$	-6,497544	-6,333356	-5,953968	-5,427405	-4,786410	-6,517425
$\sin \alpha_i$	0,174514	0,170992	0,166318	0,161677	0,157271	0,174947
$\xi_{\text{б}}$	-0,683388	-1,249524	-1,349089	-1,397907	-1,428393	-1,508245

**Расчет профиля шлифовального круга для затылования червячной фрезы.** Координаты  $R_n$  и  $z_n$ , а также профильные углы  $\sigma_n$  профиля шлифовального круга, как дискового инструмента, обрабатывающего винтовую поверхность, определяются по формулам табл. 1. Перед тем как пользоваться формулами этой таблицы, надо выбрать значения параметров  $m$ ,  $\epsilon$  и  $\psi$  установки шлифовального круга относительно червячной фрезы.

Для червячных шлицевых фрез угол  $\epsilon$  желательно брать из соображений безусловного получения точки излома профиля задней поверхности фрезы в районе фаски. Для этого угол  $\epsilon$  при выбранных значениях  $m$  и  $\psi$  должен быть рассчитан по формулам на стр. 75 и (48). Однако практически при шлифовании задней поверхности у червячных шлицевых фрез профиль ее в районе точки излома получит незначительное скругление, если угол  $\epsilon$  принимать равным углу  $\lambda_n$  подъема винтовой линии на начальном цилиндре основного червяка.

Таблица 48

**Определение координат профиля шлифовального круга для затылования червячной шлицевой фрезы (кривая затылования — дуга окружности)**

Дано: $m=75$ мм; $\epsilon=0,085792$ ; $\psi=0$ ; $k_1=8,794808$ ; $k_2=238,5836$						
Искомые величины	Точки профиля фрезы					
	$B$	...	...	...	$K$	$B_f$
$n$	32,32327	13,43398	9,617929	7,740333	6,564550	2,599275
$v$	-26,32016	-40,36629	-42,66806	-44,32348	-45,78654	-41,50006
$n_1$	284,2769	118,1492	84,5752	68,07473	67,73430	22,86012
$n_2$	316,7853	252,0918	245,5075	243,0681	241,8092	239,0893
$n_3$	62,58400	40,10604	30,43667	25,59220	22,61632	7,799162
$\tau$	-0,636368	-0,124215	-1,339562	-1,387622	-1,418088	-1,501404
$\mu$	-0,002961	0,007373	0,009527	0,010284	0,010304	0,006340
$\varphi$	-0,017806	-1,725343	-1,161939	-1,474576	-1,299189	-1,177623
$x_n$	-33,31631	-32,45812	-31,26334	-30,00°10	-28,74770	-33,41959
$y_n$	-0,681488	-0,227873	-0,092046	-0,000816	-0,067956	-0,272928
$R_n$	33,32328	32,45892	31,26348	30,00810	28,74778	33,42069
$z_n$	6,473855	6,310087	5,933079	5,409640	4,77212	6,492915
$\sigma_n$	0,071285	0,251125	0,353084	0,433294	0,501592	0,949313

В рассматриваемом примере приняты следующие значения параметров установки шлифовального круга:  $m = 75$  мм;  $\psi = 0$ ;  $\epsilon = \lambda_{\text{н}} = 0,085792$  рад. В табл. 48 сведены результаты расчета профиля шлифовального круга, произведенного на ЭВМ «Минск-22» по программе решения зависимостей табл. I. Расчет производился для левой стороны впадины торцового профиля боковой затылованной поверхности, поэтому знак у угла  $\tau$  — минус. На рис. 137, з показан рассчитанный профиль. Размеры усиков на профиле шлифовального круга приняты такими же, как на профиле инструментальной рейки.

### Расчет параметров установки затыловочного резца для затылования червячных зуборезных фрез

При затыловании червячных зуборезных фрез для эвольвентных зубчатых колес применяются резцы с прямолинейной режущей кромкой. Для получения наибольшего приближения получаемой при затыловании боковой поверхности зубьев червячной фрезы к теоретически точной параметры  $y_{\tau Q}$ ,  $\xi_{\tau Q}$  (см. рис. 82) установки резца рассчитывают по формулам табл. 19 и 20, а угол  $\eta_c$ , характеризующий направление затылования, по формулам (203) и (215). Общая программа, включающая решение указанных формул на ЭВМ, позволяет отыскать оптимальные значения этих параметров.

Таблица 49

Параметры  $y_{\tau Q}$ ,  $\xi_{\tau Q}$  установки режущей кромки резца, угол направления затылования и величина  $\Delta n$  погрешности при затыловании червячной зуборезной фрезы  $m = 10$  мм

Искомые параметры	$\gamma=0^\circ$		$\gamma=5^\circ$		$\gamma=10^\circ$	
	Стороны:					
	правая	левая	правая	левая	правая	левая
$y_{\text{чQ}}$	2,217 мм	3,315 мм	—6,113 мм	—1,130 мм	—15,570 мм	—5,145 мм
$\xi_{6Q}$	19°57' 7"	20°28' 41"	20°16' 14"	20°28' 19"	20°16' 1"	20°22' 38"
$\Delta n$	10,2 мкм	0,2 мкм	0,05 мкм	0,3 мкм	0,15 мкм	0,14 мкм
$\tau_{\text{ic}}$	—12'	23'	9'	23'	9'	22'

В табл. 49 приведены результаты расчета параметров  $y_{\text{ч} \text{ } q}$ ,  $\xi_{\text{б} \text{ } q}$ ,  $\eta_{\text{с}}$  установки реза для затылования червячной фрезы, имеющей: модуль  $m_n = 10$  мм; профильный угол инструментальной рейки  $\alpha_p = 20^\circ$ ; толщину зуба рейки  $S_p = \frac{\pi m_n}{2}$ ; величину смещения делительной прямой относительно средней прямой  $x = 0$ ; радиус наружного цилиндра  $r_{\text{ч} \text{ } e} = 50$  мм; радиус начального цилиндра  $r_{\text{ч} \text{ } н} = 72$  мм; число заходов фрезы  $Z_q = 1$ , число зубьев фрезы  $Z_{\text{ф}} = 13$ ; винтовой параметр стружечной канавки  $p_k = 513,4$  мм; величину падения затыловочного кулачка  $k = 10$  мм. Параметры установки реза определялись для фрезы с передним углом  $\gamma = 0^\circ$ ;  $\gamma = 5^\circ$  и  $\gamma = 10^\circ$ . Расчет производился на ЭВМ «Минск-22» по программе, включающей блоки решения зависимостей табл. 19 и 20, а также формулы (203) и (205). Поиск оптимальных значений параметров  $y_{\text{ч} \text{ } q}$  и  $\xi_{\text{б} \text{ } q}$  производился по схеме, которая указана на стр. 214. Из табл. 49 следует, что точность приближения затылованной поверхности к теоретически точной у червячных фрез, для которых  $\gamma_{\text{ч} \text{ } e} > 0$  выше, чем у фрез с  $\gamma = 0$ . Это обстоятельство следует иметь в виду при конструировании червячных фрез высокой точности.

Заметим здесь, что рассчитанная вышеуказанным способом установка реза обеспечивает высокую точность затылованной поверхности не только для новой, но также и для фрезы с любой степенью стачивания ее зубьев по передней поверхности. В табл. 49 расчетные величины углов  $\eta_{\text{с}}$  округлены до минуты, а углы  $\xi_{\text{б} \text{ } q}$  установки режущей кромки реза — до секунды. Естественно, что в производственной обстановке установку режущей кромки реза с точностью до секунды осуществить нельзя и по углу  $\xi_{\text{б} \text{ } q}$  необходима подналадка.

### Расчет параметров установки шлифовального круга для затылования червячных зуборезных фрез

Расчет параметров  $h$ ,  $\xi_{\text{в}}$ ,  $\xi_{\text{г}}$ ,  $T$ ,  $\eta_{\text{с}}$  установки конического шлифовального круга для затылования червячных зуборезных фрез ведется на ЭВМ по схеме, указанной на стр. 216. Программа, включающая в себя решение формул (213), (214), (215), (219), (220) и зависимостей табл. 3, 19, 21, 22, позволяет определить положение шлифовального круга, при котором достигается наилучшее

приближение получаемой затылованной поверхности к теоретически точной. В табл. 50 приведены результаты расчета параметров установки шлифовального круга для затылования правой червячной фрезы, имеющей следующие значения параметров: диаметр наружного цилиндра  $D_{\text{чс}}=180$  мм; диаметр делительного цилиндра  $d_{\text{чд}}=150$  мм; модуль  $m_n=10$  мм; число заходов  $Z_{\text{ч}}=1$ ; профильный угол инструментальной рейки  $\alpha_p=20^\circ$ ; высота головки  $h'_p=15$  мм;  $h''_p=10,11$  мм; толщина зуба  $S_p=16,106$  мм; величина падения затыловочного кулачка  $k=10$  мм; передний угол фрезы  $\gamma=0^\circ$ ; число зубьев фрезы  $Z_{\text{ф}}=10$ ; винтовой параметр стружечной канавки  $p_k=1034,4$ . Шлифовальный круг — чашечный:  $\sigma_{\text{ш}}=-70^\circ$ ;  $D_{\text{ш}}=120$  мм.

Таблица 50

Результаты расчета установки шлифовального круга для затылования червячной зуборезной фрезы  $m_n=10$  мм

Параметры установки шлифовального круга	Левая сторона	Правая сторона	$r_{\text{ч}}$ в мм	Величины $\Delta l$ отклонений от теоретического профиля червячной фрезы в мм	
				Левая сторона	Правая сторона
$\zeta_n$	$-0,00935$ рад	$-0,07161$ рад	87	0,00485	0,00187
$\zeta_r$	$0,873162$ рад	$0,87304$ рад	81	0,00003	0,00007
$h$	3,253 мм	12,739 мм	75	0	0
$\gamma_c$	$0,0031$ рад	$0,0003$ рад	72	0,00217	0,00028
$T$	155,72 мм	154,90 рад	69	0,00607	0,00060

При затыловании этой же фрезы дисковым шлифовальным кругом с  $\sigma_{\text{ш}}=-30^\circ$  и  $D_{\text{ш}}=175$  мм для левой стороны профиля зуба фрезы точность приближения получаемой поверхности к теоретически точной оказалась выше (0,0012 мм), а для правой оптимальной установки при таких значениях параметра шлифовального круга не существует: последний осуществляет подрез или головки или ножки зуба; минимальная величина этого подреза не велика — 0,0004 мм. Расчет параметров установки шлифовального круга осуществлялся на ЭВМ «Минск-22».

## Расчет параметров установки конического шлифовального круга при заточке червячных фрез

Расчет параметров  $m$ ,  $\varepsilon$ ,  $\psi$  установки конического шлифовального круга для заточки червячных зуборезных фрез по передней поверхности ведется на ЭВМ по программе, включающей в себя решение зависимостей табл. 3 и табл. 23. Эта программа позволяет определить положение шлифовального круга, при котором достигается наилучшее приближение получаемой передней поверхности к теоретически точной.

Предлагаемый в настоящей работе метод запрограммирован на ЭВМ «Минск-22». В программу вводятся значения параметров  $D_{\text{чз}}$ ,  $\rho_k$ ,  $\gamma$ ,  $h$ ,  $r_{\text{чз}}$ ,  $D_n$ ,  $\sigma_n$  и  $t_f$  (см. табл. 23). На печать выносятся значения координат  $r$  и  $\delta$  профиля винтовой поверхности, образуемой шлифовальным кругом, величина  $\Delta$  отклонений каждой расчетной точки ее профиля от профиля заданной передней поверхности и параметры  $m$ ,  $\varepsilon$ ,  $\psi$  установки круга.

Результаты применения программы покажем на примере заточки червячной фрезы, параметры которой имеют следующие значения:  $D_{\text{чз}}=180$  мм,  $\rho_k=1034$  ( $\omega_J=3^\circ59'$ ),  $\gamma=0$ , обработка шлифовальным кругом, параметры которого —  $D_n=300$  мм,  $\sigma_n=20^\circ$ ,  $t_f=10$  мм. При обычной, применяемой в настоящее время установке, когда прямолинейная образующая шлифовального круга совмещается с прямолинейным профилем передней поверхности и шлифовальный круг поворачивается вокруг своей образующей на угол  $\omega_J$  ( $\beta=0$ ;  $m=200,75$ ;  $\varepsilon=1,389$  рад;  $\psi=0,597$  рад), наибольший подрез заданного профиля передней поверхности составил  $\Delta=0,0293$  мм, а при оптимальной установке, рассчитанной на ЭВМ ( $\beta=-0,19$  рад;  $m=203,72$  мм;  $\psi=0,36948$  рад;  $\varepsilon=\frac{\pi}{2}$ )  $\Delta=0,0033$  мм. Приближение получаемого профиля к теоретическому показано на рис. 138.

Приближение получаемой винтовой поверхности к теоретически точной ухудшается при увеличении угла  $\omega_J$  наклона винтовой канавки, при уменьшении профильного угла  $\sigma_n$  и увеличении диаметра  $D_n$  шлифовального круга. Например, при заточке червячной фрезы того же диаметра, что и в предыдущем случае, но при  $\omega_J=12^\circ01'$  (трехзаходная фреза) вместо  $\omega_J=3^\circ59'$ , обычная уста-

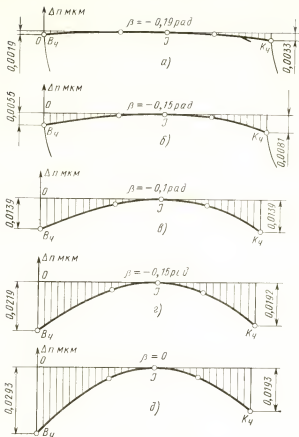


Рис. 138. Изменение профиля передней поверхности червячной фрезы ( $m_n=10$  мм) при различных значениях угла  $\beta$ :

а— $m=203,72$  мм,  $\varepsilon=156996$  рад,  $\psi=0,36948$  рад; б— $m=204,61$  мм,  $\varepsilon=155651$  рад,  $\psi=0,36734$  рад; в— $m=205,46$  мм,  $\varepsilon=1,53958$  рад,  $\psi=0,36392$  рад; г— $m=206,04$  мм,  $\varepsilon=1,52256$  рад,  $\psi=0,35968$  рад; д— $m=206,32$  мм,  $\varepsilon=1,50547$  рад,  $\psi=0,35461$  рад

новка ( $\beta=0$ ;  $m=200,75$  мм;  $\varepsilon=1,382$  рад;  $\psi=0,597$  рад) шлифовального круга с  $D_n=300$  мм и  $\sigma_n=30^\circ$  дает под-  
рез передней поверхности на величину  $\Delta=0,1851$  мм,  
а оптимальная ( $\beta=-0,34$  рад;  $m=192,24$  мм;  $\varepsilon=$   
 $=1,553$  рад;  $\psi=0,652$  рад) на величину  $\Delta=-0,027$  мм.



При заточке червячных фрез шлифовальными кругами, имеющими малые значения профильного угла  $\sigma_n$ , возможны случаи, когда поиск оптимальных параметров установки бывает невозможным вследствие того, что при таких значениях  $\sigma_n$  не выполняется второе условие формообразования винтовой поверхности. Например, в последнем случае при заточке трехзаходной червячной фрезы шлифовальным кругом, имеющим  $\sigma_n = 20^\circ$ , второе условие формообразования (см. стр. 89) не выполняется (ЭВМ выдает на печать последнее значение угла  $\beta$ , при котором второе условие выполняется).

---

## Список литературы

---

1. **Бронштейн И. Н. и Семендяев К. А.** Справочник по математике. М., Физматгиз, 1959, 608 с.
2. **Горанский Г. К.** Алгоритм синтеза минимизированных граф-схем поиска решений. В кн.: «Вычислительная техника в машиностроении». Институт технической кибернетики АН БССР. Минск, 1967, с. 407.
3. **Грановский Г. И.** Кинематика резания. М., Машгиз, 1948, 200 с.
4. **Дарманчев С. К.** Фасонные резцы. М., «Машиностроение», 1968, 166 с.
5. **Жмудь А. Е.** Винтовые насосы с циклоидальным зацеплением. Л., Машгиз, 1963, 156 с.
6. **Иноземцев Г. Г., Варнаков Д. В.** Новый планетарный метод зубонарезания цилиндрических зубчатых колес. «Совершенствование зуборезного инструмента». Сборник докладов конференции по зубообрабатывающему инструменту. М., «Машиностроение», 1969, с. 183—194.
7. **Климов В. И.** Исследование путей повышения точности червячных шлицевых фрез. Автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук. Уральский политехнический институт им. С. М. Кирова, Свердловск, 1967, 15 с.
8. **Климов В. И.** Справочник инструментальщика-конструктора. М. — Свердловск, Машгиз, 1963, 608 с.
9. **Лашнев С. И.** Профилирование инструментов для обработки винтовых поверхностей. М., «Машиностроение», 1965, 150 с.
10. **Лашнев С. И.** Формообразование зубчатых деталей реечными и червячными инструментами. М., «Машиностроение», 1971, 212 с.
11. **Люкшин В. С.** Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов. М., «Машиностроение», 1968, 372 с.
12. **Максимов М. А.** Алгоритмизация проектирования металлорежущих инструментов с помощью ЭВМ. Автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук. ГПИ, Горький, 1967, 79 с.
13. **Романов В. Ф.** Расчеты зуборезных инструментов. М., «Машиностроение», 1969, 253 с.
14. **Сахаров Г. Н.** К расчету обкатного инструмента. В кн.: «Новые конструкции режущих инструментов». М., Машгиз, 1952, с. 7—58.
15. **Семенченко И. И., Матюшин В. М., Сахаров Г. Н.** Проектирование металлорежущих инструментов. М., Машгиз, 1962, 949 с.

16. Сяницын Б. И. Программы проектирования металлорежущего инструмента и решения задач инструментального производства. Минск, ИТК АН БССР, 1967, 80 с.

17. Фрайфельд И. А. Расчеты и конструкции специального металлорежущего инструмента. М. — Л., Машгиз, 1957, 196 с.

18. Цвис Ю. В. Профилирование обкатного инструмента. М., Машгиз, 1961, 154 с.

19. Шац Я. Ю., Слоневский Р. В., Шох Е. М. Проектирование оптимальных соосных передач на ЭЦВМ. М., «Машиностроение», 1965, 248 с.

20. Шишков В. А. Образование поверхностей резанием по методу обкатки. М., Машгиз, 1951, 150 с.

21. Юликов М. И. К расчетным основам стандартизации размерных параметров режущих инструментов. М., ВНИИ МСиИП, 1969, 50 с.

---

# Оглавление

---

Введение . . . . .	3
--------------------	---

## Раздел I.

### Теоретические вопросы формообразования поверхностей дисковыми, реечными и червячными инструментами

#### Глава I

##### Основы теории формообразования поверхностей инструментами

Движения инструмента относительно детали . . . . .	6
Схемы формообразования поверхностей инструментами . . . . .	13
Условия формообразования номинальной поверхности детали режущим инструментом . . . . .	19
Метод решения вопросов формообразования поверхностей, до- пускающих движение «самих по себе» . . . . .	24

#### Глава II

##### Параметры номинальной поверхности детали и производящей поверхности инструмента

Параметры номинальной поверхности детали . . . . .	28
Параметры производящей поверхности инструмента . . . . .	38

#### Глава III

##### Параметры установки инструментов относительно детали

Параметры установки дисковых инструментов . . . . .	44
Параметры установки реечных инструментов . . . . .	49
Параметры установки червячных инструментов . . . . .	51

#### Глава IV

##### Формообразование поверхностей дисковыми инструментами

Определение профиля дискового инструмента для обработки винтовой поверхности . . . . .	55
Определение параметров установки дискового инструмента при обработке винтовых поверхностей . . . . .	67
Определение профиля винтовой поверхности детали при задан- ном профиле дискового инструмента . . . . .	79
Границы формообразующей части профиля дискового инстру- мента . . . . .	85
Переходные кривые и подрезы на профиле детали, образуе- мые дисковым инструментом . . . . .	91
Границы режущей части дискового инструмента . . . . .	93

## Глава V

**Формообразование поверхностей реечными инструментами**

Определение профиля инструментальной рейки для обработки винтовой поверхности . . . . .	99
Определение радиуса начального цилиндра у деталей, обрабатываемых реечными инструментами . . . . .	102
Определение профиля детали при заданном профиле реечного инструмента . . . . .	108
Границы формообразующей части профиля реечного инструмента . . . . .	111
Переходные кривые и подрезы на профиле детали, образуемые реечным инструментом . . . . .	114
Кинематические варианты реечных инструментов . . . . .	114

## Глава VI

**Формообразование поверхностей червячными инструментами**

Определение профиля основного червяка для обработки винтовой поверхности . . . . .	119
Определение профиля детали по заданному профилю основного червяка . . . . .	122
Определение радиуса начального цилиндра основного червяка . . . . .	123
Определение радиуса начального цилиндра зубчатых деталей, обрабатываемых червячными инструментами . . . . .	124
Определение участка профиля инструментальной рейки, образуемого точкой излома профиля основного червяка . . . . .	126

## Глава VII

**Особенности формообразования эвольвентных поверхностей дисковыми, реечными и червячными инструментами**

Особенности формообразования эвольвентных винтовых поверхностей реечными инструментами . . . . .	127
Особенности формообразования эвольвентных винтовых поверхностей червячными инструментами . . . . .	131
Особенности формообразования эвольвентных винтовых поверхностей дисковыми инструментами . . . . .	134

## Глава VIII

**Форма режущих кромок и поверхностей режущей части дисковых, реечных и червячных инструментов**

Конструктивные параметры режущей части дисковых, реечных и червячных инструментов . . . . .	140
Схема определения формы режущих кромок инструмента . . . . .	149
Форма режущих кромок у червячных инструментов . . . . .	154
Форма режущих кромок у дисковых и реечных инструментов . . . . .	160
Форма задней поверхности дисковых, реечных и червячных инструментов . . . . .	162

## Глава IX

Профилирование инструментов для затылования  
и заточки дисковых и червячных инструментов

Определение профиля резцов для затылования червячных фасонных фрез . . . . .	177
Определение профиля шлифовальных кругов для затылования червячных фасонных фрез . . . . .	186
Замена теоретических поверхностей режущей части инструмента технологически удобными поверхностями . . . . .	188

## Глава X

Формообразование задних поверхностей у червячных фрез  
для эвольвентных зубчатых колес

Форма теоретически точной задней боковой затылованной поверхности червячной фрезы . . . . .	200
Расчет параметров установки резцов для затылования червячных фрез . . . . .	204
Расчет параметров установки шлифовальных кругов для затылования червячных фрез . . . . .	214
Расчет установки шлифовальных кругов с прямолинейной образующей при заточке червячных фрез . . . . .	225

## Глава XI

Применение ЭВМ при решении задач расчета  
и конструирования режущего инструмента

Типовые задачи и этапы проектирования инструмента . . . . .	231
Способы проектирования инструмента . . . . .	234
Возможность и целесообразность применения ЭВМ при проектировании режущего инструмента . . . . .	239
Методы решения задач проектирования режущего инструмента с использованием ЭВМ . . . . .	242
Алгоритмизация процесса расчета и проектирования режущего инструмента . . . . .	253

## Раздел II

## Расчеты дисковых, реечных и червячных инструментов

## Глава I

Расчеты дисковых инструментов  
для обработки винтовых поверхностей

Расчет профиля фрез для обработки винтовых канавок сверл	268
Особенности профилирования шлифовальных кругов для обработки винтовых канавок сверл . . . . .	283
Расчет профиля фрез для обработки винтовых канавок сверл со стружколомом . . . . .	285
Расчет профиля фрез для обработки винтовых канавок цилиндрических фрез . . . . .	290
Расчет профиля фрез и шлифовальных кругов для обработки винтовых канавок шнековых сверл . . . . .	305
Расчет профиля фрез для обработки канавок у инструментов под винтовые пластинки твердых сплавов . . . . .	308

	<i>Стр.</i>
Расчет профиля винта и гайки шариковинтовой пары . . .	315
Расчет профиля фрез для обработки винтов насосов с цикло- идальным зацеплением . . . . .	318
Расчет профиля шлифовального круга для затылования диско- вых фасонных фрез . . . . .	327
Расчет искажения профиля фасонной дисковой фрезы, затыло- ванной шлифовальным кругом, после ее переточки . . . . .	330
Анализ точности формообразования винтовых поверхностей дисковыми инструментами . . . . .	332

## Глава II.

### Расчет параметров инструментальной рейки

Расчет радиуса начального цилиндра зубчатых деталей, сопря- женных с инструментальной рейкой . . . . .	338
Расчет профиля инструментальной рейки для шлицевых ва- ликов . . . . .	348
Расчет геометрических параметров усиков у инструментальной рейки для шлицевых валиков . . . . .	355
Расчет формы головки зуба инструментальной рейки для зуб- чатых колес . . . . .	359
Расчет формы ножки зуба инструментальной рейки для зуб- чатых колес . . . . .	368

## Глава III.

### Расчеты червячных инструментов для обработки зубчатых деталей

Расчет червячных фрез с винтовыми стружечными канавками для обработки шлицевых валиков . . . . .	371
Расчет червячных фрез с переставляемыми гребенками для об- работки шлицевых валиков . . . . .	377
Расчет параметров установки затыловочного резца для заты- лования червячных зуборезных фрез . . . . .	380
Расчет параметров установки шлифовального круга для заты- лования червячных зуборезных фрез . . . . .	381
Расчет параметров установки конического шлифовального кру- га при заточке червячных фрез . . . . .	383
Список литературы . . . . .	386

Серафим Иванович Лашнев,  
Михаил Иванович Юликов

«Расчет  
и конструирование  
металлорежущих  
инструментов  
с применением ЭВМ»

Редактор издательства Л. И. Воронина  
Технический редактор Л. Т. Зубко  
Корректоры А. П. Озерова и О. Е. Мишина  
Переплет художника В. П. Сокина

---

Сдано в набор 10/XII 1974 г.  
Подписано в печать 31/III 1975 г.  
Т-05188 Формат 84×108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>  
Бумага типографская № 1  
Усл. печ. л. 20,58 Уч.-изд. л. 20,4  
Тираж 15 000 экз. Заказ № 2228  
Цена 1 р. 31 к.

---

Издательство «Машиностроение»,  
107885, Москва, Б-78, 1-й Басманный пер., 3.

---

Московская типография № 8  
Союзполиграфпрома  
при Государственном комитете  
Совета Министров СССР  
по делам издательства, полиграфии  
и книжной торговли.  
Хохловский пер., 7. Тип. зак. 2228









